# Capítulo 6 – Análise de Sistemas Desequilibrados – Faltas Assimétricas

PUC-Goiás, Eng. Elétrica, maio de 2011, Prof. Carlos Medeiros. Última revisão: 16/06/2016.

0		/	
CO	nt	eu	do
			~~~

Cap. 6: Parte I – Componentes Simétricos	1
6.1 – Análise por Componentes Simétricos	2
6.2 – Operadores	5
6.3 – Componentes Simétricos de Fasores Assimétricos	6
6.3.1 – Análise Detalhada da Corrente de Sequência Zero	9
Exercícios	1
6.4 – Propriedades Úteis das Componentes Simétricas [1]	3
6.4.1 – Efeitos das Componentes Simétricas nas Fórmulas de Potência	3
6.4.2 – Efeitos das Componentes Simétricas nas Equações de Elementos Passivos	4
6.4.3 – Equações de Desempenho para um Elemento Passivo não Equilibrado	5
6.5 – Redes de Sequência de Geradores em Vazio [4]	8
Exercícios	21
6.6 – Impedâncias de Sequência de Componentes de Rede	22
6.6.1 – Impedância de Sequência de Máquinas Síncronas	22
6.6.2 – Impedâncias de Sequência de Transformadores	28
6.6.3 – Impedâncias de Sequência para Linhas de Transmissão	31
Exercícios	32
Cap. 6: Parte II – Faltas Assimétricas	34
6.7 – Curto-Circuito no Sistema de Energia Elétrica	35
6.7.1 – Curto-Circuito Fase-Terra	37
6.7.2 – Curto-Circuito Fase-Fase	38
6.7.3 – Curto-Circuito Fase-Fase com Terra	39
6.7.4 – Curto-Circuito Trifásico (Equilibrado)	10
6.8 – Exemplo: Curto Fase-Terra em Sistema Elétrico	1
Exercícios	19
6.9 – Deslocamento Angular de 30 <sup>0</sup>	50
Exercícios (Continuação)	52
Exercícios (Continuação)	52
Referências Bibliográficas	55

# Cap. 6: Parte I – Componentes Simétricos

O tópico **componentes simétricos** é uma parte do conhecimento básico do engenheiro eletricista. A importância e motivação para seu estudo podem ser resumidos em:

a) Ferramenta para análise de sistemas desequilibrados.

*b)* Usado para a análise de faltas assimétricas com vistas a fornecer dados para o projeto e especificação de sistemas de proteção.

c) Base para entendimentos de itens de Qualidade da Energia Elétrica como desequilíbrios e harmônicos, elevações de tensão temporárias (voltage swell), etc.

Quando do estudo de curto-circuito trifásico nos sistemas de potência, a análise empregada baseou-se na condição de uma completa simetria ou equilíbrio de fases, portanto:

• as impedâncias de falta eram iguais nas três fases;

• as tensões, *fem* e correntes apresentavam completa simetria trifásica, ou seja, eram de valores iguais em cada fase e deslocadas de 120° e 240°.



Sob essa hipótese o estudo do sistema foi realizado por fase, isto é, todas as grandezas acima foram estudadas em uma das fases, através do circuito monofásico equivalente. Conhecer a tensão ou a corrente, nessa fase, significava conhecer as variáveis correspondentes nas outras duas fases. A potência total ativa, reativa ou aparente, era obtida multiplicando por três a potência por fase.

Por outro lado, *num sistema com falta ou carga não simétrica*, nem as correntes, nem as tensões possuem simetria trifásica. As matrizes de impedância de geradores, transformadores e linhas de transmissão não serão diagonais. *Não é mais possível limitar a analise a uma fase* [1].

As faltas assimétricas em sistemas de transmissão são em geral:

- curto-circuito fase-terra;
- curto-circuito fase-fase; fase-fase com contato com a terra;
- um ou dois condutores em aberto.

Cuja complexidade de análise pode ser consideravelmente reduzida pela aplicação do *método dos componentes simétricos*.

### 6.1 – Análise por Componentes Simétricos

O método dos componentes simétricos constitui-se uma ferramenta de grande utilidade para o engenheiro eletricista, muito usada no cálculo de circuitos trifásicos desequilibrados e, em particular, no cálculo de faltas assimétricas.

Foi apresentado pela primeira vez pelo Dr. Charles L. Fortescue no trabalho "Método de Componentes Simétricos Aplicado à Solução de Circuitos Polifásicos" (*Transactions on American Institute of Electrical Engineers – AIEE, vol. 37, p. 1027-1140, 1918*), e desde então vem sendo largamente usado para a análise de circuitos elétricos desequilibrados, em especial, para os circuitos trifásicos.

De acordo com o *teorema de Fortescue*, qualquer sistema desequilibrado de fasores (tensões ou correntes), pode ser decomposto <u>em três sistemas de fasores equilibrados</u> girando no mesmo sentido do sistema original.

Tomando como exemplo as tensões trifásicas **Va**, **Vb**, **e Vc** desequilibradas, mostradas na fig. 6.1, pode-se escrever cada fasor original como a soma de seus respectivos componentes simétricos a saber:

Fig. 6.1. Tensões Va, Vb e Vc desequilibradas.

#### a) Componentes de sequência positiva (+):

Três fasores iguais em módulo, defasados de 120° entre si, e tendo a mesma sequência de fase que os fasores originais (sequência *abc*), por exemplo:



#### b) Componentes de sequência negativa (-):

Três fasores iguais em módulo, defasados de 120° entre si, porém, com a sequência de fase oposta à dos fasores originais (sequência *acb*), por exemplo:



#### c) Componentes de sequência zero (0):

Três fasores iguais em módulo, com defasagem nula entre si:



Observe a forma gráfica ilustrada pela fig. 6.2.



Fig. 6.2. Soma gráfica dos componentes simétricos resultando no sistema trifásico desequilibrado original.

Ou, em termos algébricos:

$$Va = Va_{+} + Va_{-} + Va_{0}$$

$$Vb = Vb_{+} + Vb_{-} + Vb_{0}$$

$$Vc = Vc_{+} + Vc_{-} + Vc_{0}$$
(6.1)

O mesmo equacionamento pode ser aplicado para as correntes Ia, Ib e Ic.

As muitas vantagens do método ficarão evidentes à medida que for sendo aplicado ao estudo de faltas assimétricas. Essencialmente, procurar-se-á encontrar os componentes simétricos no ponto de falta e em outros pontos do sistema. O método é simples e conduz a previsões precisas no comportamento do sistema.

#### Obs. Notação:

Na literatura de Sistemas de Potência são usadas duas notações para a indicação dos componentes simétricos: com os números  $1, 2 \in 0$ , ou, com os sinais +, -e o número 0.

- Para a sequência positiva: 1 ou +.
- Para a sequência negativa: 2 ou -.
- A sequência zero: número 0.

Como exemplo as figuras a seguir representam componentes simétricos (de correntes trifásicas desequilibradas) de forma plenamente equivalente:



No texto desta apostila foram adotados os símbolos +, - e 0 por terem uma associação visual direta com as expressões *sequência positiva*, *negativa* e *zero*, respectivamente.

#### 6.2 – Operadores

É bastante conhecido o *operador* j, o qual multiplicando um fasor, produz uma rotação de 90°, e também o número -1, que produz uma rotação de 180°. A título ilustrativo, multiplicando  $\mathbf{V} = \mathbf{V} \angle 10^\circ$  por j, obtém-se: j $\mathbf{V} = \mathbf{V} \angle 100^\circ$ .

Como exemplo calcule e mostre no plano complexo o operador j e algumas de suas combinações:

a) j =	Im
b) -j =	
c) $j^2 =$	
d) $j^3 =$	
e) $j^4 =$	КС
f) $j + j^2 =$	

Devido a defasagem de  $120^{\circ}$  entre os componentes simétricos de *sequência* + e –, torna-se conveniente trabalhar com um número complexo ou *operador* que indique essa rotação. Assim, define-se o operador  $\alpha$  como:

$$\alpha = 1 \angle 120^{\circ}$$
 ou,  $\alpha =$ 

Aplicando-o duas vezes haverá uma rotação de 240°, três vezes 360° e assim por diante. Como anteriormente, calcule e esboce algumas de suas combinações:

a) $\alpha =$	Im↑
b) -α =	
c) $\alpha^{2} =$	
d) - $\alpha^2$	
e) $\alpha^{3} =$	Re
f) $-\alpha^{3} =$	
g) $\alpha^4 =$	
h) $1 + \alpha + \alpha^2 =$	

#### 6.3 – Componentes Simétricos de Fasores Assimétricos

Como visto, quaisquer três fasores de tensão ou de corrente de um sistema trifásico desequilibrado podem expressos pela soma de respectivos componentes simétricos de *seq*. +, - e 0. Reescrevendo (6.1):

$$Va = Va_{+} + Va_{-} + Va_{0}$$

$$Vb = Vb_{+} + Vb_{-} + Vb_{0}$$

$$Vc = Vc_{+} + Vc_{-} + Vc_{0}$$
(6.1)

e com o uso do operador  $\alpha$ :

$$Vb_{+} = \alpha^{2}Va_{+} Vb_{-} = \alpha Va_{-} Va_{0} = Vb_{0} = Vc_{0} (6.2)$$
$$Vc_{+} = \alpha Va_{+} Vc_{-} = \alpha^{2}Va_{-}$$

A substituição de (6.2) em (6.1) resulta num sistema de equações onde Va, Vb e Vc ficam em função apenas das três variáveis Va+, Va- e Va₀, ou seja:

$$Va = Va_{+} + Va_{-} + Va_{0}$$

$$Vb = \alpha^{2}Va_{+} + \alpha Va_{-} + Va_{0}$$

$$Vc = \alpha Va_{+} + \alpha^{2}Va_{-} + Va_{0}$$
(6.3)

Na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} Va \\ Vb \\ Vc \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Va_+ \\ Va_- \\ Va_0 \end{bmatrix}, \text{ ou,}$$

$$[Vp] = [T][Vs]$$
(6.4)

onde: [Vp] é o vetor de tensões de fase;

[Vs] é o vetor de componentes simétricos das tensões (para a fase *a*).

A matriz [T] é chamada de matriz de transformação de componentes simétricos:

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix}$$
(6.5)

O vetor [Vs] pode também ser escrito de forma mais simples como:

$$\begin{bmatrix} Vs \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_+ \\ V_- \\ V_0 \end{bmatrix}$$

onde fica subentendido que  $V_+$ ,  $V_-$  e  $V_0$  se referem à fase a.

De (6.4) os componentes simétricos em função dos fasores originais são:

$$[Vs] = [T]^{-1}[Vp]$$
(6.6)

onde:

$$[T]^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$
(6.7)

De (6.6) e (6.7) os componentes simétricos de tensão também pode ser escritos como:

$$V_{+} = \frac{1}{3} (Va + \alpha Vb + \alpha^{2} Vc)$$

$$V_{-} = \frac{1}{3} (Va + \alpha^{2} Vb + \alpha Vc)$$

$$V_{0} = \frac{1}{3} (Va + Vb + Vc)$$
(6.8)

Pode-se também aplicar a transformação aos fasores corrente. Se os vetores

$$[Ip] = \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} e [Is] = \begin{bmatrix} I_{a+} \\ I_{a-} \\ I_{a0} \end{bmatrix} \text{ ou abreviadamente } [Is] = \begin{bmatrix} I_+ \\ I_- \\ I_0 \end{bmatrix}$$

representarem as correntes de fase e os componentes simétricos de corrente, respectivamente, obtém-se o par de transformação de componentes simétricos de corrente como:

$$[Ip] = [T][Is]$$

$$[Is] = [T]^{-1}[Ip]$$
(6.9)

De (6.9), tem-se, respectivamente:

$$Ia = Ia_{+} + Ia_{-} + Ia_{0}$$

$$Ib = \alpha^{2}Ia_{+} + \alpha Ia_{-} + Ia_{0}$$

$$Ic = \alpha Ia_{+} + \alpha^{2}Ia_{-} + Ia_{0}$$
(6.10)

e, analogamente:

$$I_{+} = \frac{1}{3} (Ia + \alpha Ib + \alpha^{2} Ic)$$

$$I_{-} = \frac{1}{3} (Ia + \alpha^{2} Ib + \alpha Ic)$$

$$I_{0} = \frac{1}{3} (Ia + Ib + Ic)$$
(6.11)

MATLAB No programa MatLab pode-se entrar com a matriz [T] da seguinte maneira: >>  $a = \exp(j*2*pi/3);$ >>  $T = [1 \ 1 \ 1; a^2 \ a \ 1; a \ a^2 \ 1];$ 

Se desejado ver módulo e ângulo (em graus) dos elementos da matriz: >> abs(T) % modulo >> angle(T)\*180/pi % em graus

A matriz [T]<sup>-1</sup> é obtida simplesmente usando a função *inv*: >> Tinversa = inv(T)

#### 6.3.1 – Análise Detalhada da Corrente de Sequência Zero

A *seq.* 0 tem a característica peculiar em que os fasores estão em fase. Seu estudo merece destaque porque sua interpretação é de extrema importância. As conclusões obtidas produzem interpretações físicas, com aplicação direta à proteção do sistema elétrico [2].

Mais uma vez tomando a fase *a* como referência, da expressão (6.11) tem-se:

$$Ia_0 = 1/3*(Ia + Ib + Ic)$$

de onde pode-se analisar os casos a seguir.

a) Sistema trifásico em Y aterrado ou com neutro:

É o caso de uma carga, ou de um transformador ligado em Y-n, como na fig. 6.3.



Fig. 6.3. Carga em Y-n.

Aplicando a LKC ao nó da estrela, tem-se: In = Ia + Ib + Ic e, logo,  $Ia_0 = In/3$ 

Isto significa que só pode existir corrente de sequência zero em um sistema com neutro aterrado.

#### b) Sistema trifásico em Y não aterrado:

A ligação de uma carga é apresentada na fig. 6.4.



Fig. 6.4. Carga ligada em Y.

Neste caso, estando ou não o sistema equilibrado, aplicando a LKC ao nó, tem-se:

$$\mathbf{Ia} + \mathbf{Ib} + \mathbf{Ic} = 0 \text{ e}, \log_0, \mathbf{Ia}_0 = 0$$

Portanto, isso reforça a conclusão do item (a), isto é, como o sistema não está aterrado, não haverá possibilidade de ter corrente de seq. 0. A corrente de sequência zero **Ia**<sub>0</sub>, precisa de um circuito fechado para que possa circular.

c) Sistema trifásico em  $\Delta$ :

A fig. 6.5 mostra a ligação de uma carga em  $\Delta$ .



Fig. 6.5. Carga ligada em  $\Delta$ .

Neste caso aplicando a LKC ao nó generalizado (ou super nó) da figura, percebe-se que a soma das correntes que entram é igual à das que saem. Assim:

$$\mathbf{Ia} + \mathbf{Ib} + \mathbf{Ic} = 0 \text{ e}, \log_0, \mathbf{Ia}_0 = 0$$

As conclusões são as mesmas do item (b), isto é, não existe corrente de sequência zero pois a ligação  $\Delta$  não oferece caminho para a circulação desta componente.

A seguir são exercitados os conceitos estudados até aqui inclusive a questão das correntes de *seq. 0* de forma algébrica.

#### Exercícios

01) Faça um esboço da adição gráfica dos componentes simétricos abaixo e obtenha os três fasores **Va**, **Vb** e **Vc** desequilibrados.



02) Em um sistema trifásico expresse as tensões de fase Vb e Vc em função de Va e do operador  $\alpha$ . Faça o mesmo para as tensões de linha Vbc e Vca em função de Vab e  $\alpha$ .

03) Num sistema trifásico com uma carga ligada em Y-n, sabe-se que a soma das correntes de linha é igual à corrente **In**, no condutor de neutro. Mostre que

#### $In = 3Ia_0$

Como visto na teoria em uma carga ligada em  $\Delta$  ou Y, com ausência de um condutor neutro, as *correntes de linha* que alimentam a carga não contêm componentes de sequência zero, pois não existe um caminho físico para essa componente (não há caminho de retorno ao neutro). Veja os exercícios 04 e 05.

MATLAE 04) O condutor c de uma linha trifásica está aberto. A corrente que circula para uma carga conectada em  $\Delta$  por meio da linha a é 10 A. Tomando a corrente dessa linha como referência achar os componentes simétricos das correntes de linha.



MATLAE 05) Suponha uma carga ligada em  $\Delta$  composta pela associação de três resistências de 5, 10 e 20  $\Omega$ . A carga é alimentada por uma rede trifásica equilibrada (Y) com tensão eficaz de 380 V. Calcule:

a) as correntes de fase da carga e as correntes de linha;

b) as componentes simétricas das correntes acima. (Note que  $Ia_0 = Ib_0 = Ic_0 = 0$ ).

06) Mostre que a soma dos fasores de tensão de linha é sempre zero. Portanto os componentes de sequência zero nunca estão presentes nas tensões de linha, não importando o grau do desequilíbrio.

Obs.: as tensões de fase podem ter componentes de *seq.* +, –, e 0, mesmo sendo nulos os componentes de *seq.* 0 das tensões de linha respectivas. Em geral  $Va + Vb + Vc \neq 0$ . Veja o exercício 07 abaixo.

MATLAB 07) Em uma barra de um sistema elétrico foram obtidos os seguintes componentes

simétricos de tensão de *seq.*+, – e 0:  $[Vs] = \begin{bmatrix} 41.76 \angle -12.2^{\circ} \\ 18.37 \angle -47^{\circ} \\ 14.17 \angle -131.2^{\circ} \end{bmatrix}$  V, referentes à fase *a*.

a) Obtenha o vetor [Vp] composto pelas tensões de fase Va, Vb e Vc correspondentes.

b) Calcule os componentes simétricos (*seq.* +, -e 0) das tensões de linha Vab, Vbc e Vca. Veja que Vab<sub>0</sub> = Vbc<sub>0</sub> = Vca<sub>0</sub> = 0.

## 6.4 – Propriedades Úteis das Componentes Simétricas [1]

A primeira vista pode parecer que o envolvimento de três novas variáveis (as componentes simétricas) complicaria a solução de problemas. Contudo, ao contrário disso, os componentes simétricos gozam de muitas propriedades, as quais, tomadas em conjunto, fornecem uma ferramenta prática para o estudo de sistemas assimétricos.

#### 6.4.1 – Efeitos das Componentes Simétricas nas Fórmulas de Potência

Em muitos estudos o fluxo de potência é uma das grandezas básicas a ser calculada. Em termos de tensões e correntes de fase, mesmo desequilibrados, o fluxo total de potência vale:

$$S = P + jQ = V_a I_a^* + V_b I_b^* + V_c I_c^* = [V_p]^T [I_p]^*$$
(6.12)

Em termos dos componentes simétricos a potência aparente trifásica é:

$$S = P + jQ = 3V_{+}I_{+}^{*} + 3V_{-}I_{-}^{*} + 3V_{\theta}I_{\theta}^{*} = 3[V_{S}]^{T}[I_{S}]^{*}$$
(6.13)

Portanto, a potência total no sistema desequilibrado pode ser calculada como a soma das potências dos componentes simétricos. Notamos também que cada potência componente é igual ao triplo de seu valor por fase, uma consequência do fato de que cada sistema componente é simétrico.

• **Exercício:** demonstre a eq. (6.13).

#### 6.4.2 – Efeitos das Componentes Simétricas nas Equações de Elementos Passivos

Um elemento passivo da rede elétrica como uma linha de transmissão ou um transformador funcionando em condições desequilibradas pode ser descrito por uma equação matricial de uma das formas:

[Vp] = [Z][Ip][Ip] = [Y][Vp]

onde [Z] e [Y] são matrizes 3x3.

Mas,

Assim,

$$[T][Vs] = [Z][T][Is] =>$$
  
 $[Vs] = [T]^{-1}[Z][T][Is] =>$   
 $[Vs] = [Zs][Is]$  (6.14)

Analogamente,

$$[Is] = [Ys][Vs]$$
 (6.15)

sendo:

• [Zs] a matriz de impedância transformada: [Zs] = [T]<sup>-1</sup>[Z][T];

......

• [Ys] a matriz de admitância transformada:  $[Ys] = [T]^{-1}[Y][T]$ .

O maior valor das transformações em componentes simétricas está associado com o fato de essas matrizes transformadas serem diagonais para os elementos mais usados no sistema de energia. Como consequência, não existe acoplamento entre os sistemas de sequência "+, – e 0" e eles podem ser tratados separadamente. É essa característica que torna esta ferramenta de análise a mais usada. Isto é demonstrado a seguir.

#### 6.4.3 – Equações de Desempenho para um Elemento Passivo não Equilibrado

Considere o caso de um elemento estático de rede, um transformador ou uma linha de transmissão, ou uma combinação dos dois, funcionando assimetricamente.

A fig. 6.6 mostra uma linha de transmissão ligando as barras 1 e 2 de um sistema de potência. Embora a corrente em qualquer condutor de uma linha de transmissão trifásica induza uma tensão nas outras duas fases, a maneira pela qual a reatância é calculada elimina a consideração de acoplamento. Por exemplo, a indutância de serviço (ver referência [3]), calculada com base na transposição, inclui o efeito da reatância mútua.



Fig. 6.6. Lista de transmissão com funcionamento assimétrico.

Ora, sob condições de funcionamento equilibrado, as correntes e tensões em ambos extremos possuem simetria trifásica. Não existe corrente de neutro, ou de retorno **In**, e assim não existirá diferença de potencial entre os dois "neutros locais", isto é, as tensões de neutro são: Vn1 = Vn2 = 0.

Em condições de desequilíbrio, nem as correntes nem as tensões apresentam simetria trifásica. A soma das correntes de fase não é zero e portanto existe uma corrente de neutro não nula, isto é:

$$In = Ia + Ib + Ic$$

que causa uma queda de tensão na impedância de neutro **Zn**. O resultado é que os "terras" locais não estarão no mesmo potencial. Pode-se escrever as seguintes equações relacionado as tensões de fase nas barras 1 e 2:

$$\label{eq:Val} \begin{split} &Va1-Va2=IaZ_L+(Ia+Ib+Ic)Zn\\ &Vb1-Vb2=IbZ_L+(Ia+Ib+Ic)Zn\\ &Vc1-Vc2=IcZ_L+(Ia+Ib+Ic)Zn \end{split}$$

ou,

$$\begin{bmatrix} \Delta V_a \\ \Delta V_b \\ \Delta V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_L + Z_n & Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_L + Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_n & Z_L + Z_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

Note que a equação anterior é da forma  $[\Delta Vp] = [Z][Ip]$ .

Fazendo uso de  $[Zs] = [T]^{-1}[Z][T]$ , obtém-se a matriz impedância transformada (note que é diagonal) como:

$$[Zs] = \begin{bmatrix} Z_L & 0 & 0 \\ 0 & Z_L & 0 \\ 0 & 0 & Z_L + 3Z_n \end{bmatrix}$$

Nesse ponto define-se as impedâncias de sequência como:

- Impedância de sequência positiva:  $\mathbf{Z}_{+} = \mathbf{Z}_{L}$ ;
- Impedância de sequência negativa:  $\mathbf{Z}_{-} = \mathbf{Z}_{L}$ ;
- Impedância de sequência zero:  $Z_0 = Z_L + 3Z_n$

Assim a versão transformada da diferença das tensões entre as barras 1 e 2 é:

$$V_{+1} - V_{+2} = Z_+ I_+$$
  
 $V_{-1} - V_{-2} = Z_- I_-$   
 $V_{01} - V_{02} = Z_0 I_0$ 

ou, escrevendo na forma matricial de (6.14),  $[\Delta Vs] = [Zs][Is]$ , tem-se:

$$[\Delta V_{s}] = \begin{bmatrix} Z_{+} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{-} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{+} \\ I_{-} \\ I_{0} \end{bmatrix}$$

16

# Observações/Resumo:

a) Ficou demonstrado no item 6.4.3 que a matriz [Zs] é diagonal. Logo, existe um completo desacoplamento entre os sistemas de componentes de *sequência* +, -e 0 para esse caso.

b) Para sistemas com impedâncias de rede iguais como o caso mostrado em 6.4.3, em termos de suas componentes simétricas ter-se-á:

- a corrente de sequência positiva, *I*<sub>+</sub>, fluindo apenas pelo circuito de sequência +;
- a corrente de sequência negativa, I., fluindo apenas pelo circuito de sequência -;
- a corrente de sequência zero,  $I_0$ , fluindo apenas pelo circuito de sequência 0.

c) Define-se impedância de sequência  $(+, -e \ 0)$  de um circuito ou componente, como a impedância apresentada pelo circuito ou componente quando por ele circulam correntes daquela respectiva sequência  $(+, -e \ 0)$ . Vale adiantar que em componentes estáticos como linhas e transformadores, as impedâncias de sequência positiva e negativa são iguais.

Impedância seq. +:	Impedância seq. –:	Impedância seq. 0:
		Ţ Ţ

d) As correntes de *sequência zero* só podem circular em circuitos nos quais exista um condutor, neutro ou terra, ligado ao ponto neutro do circuito. Estão em fase nos três condutores de uma linha trifásica. As três correntes de *seq. 0* se somam no ponto neutro e tornam-se 3**Ia**<sub>0</sub> no condutor neutro ou no condutor de terra (ver item 6.3.1 e exercícios 03 a 05, pág. 12).

e) Como será discutido a seguir, a *fem* produzida pelos geradores é somente de sequência positiva. Conseqüentemente, no caso de uma carga/sistema equilibrado, teremos somente corrente de sequência positiva. Essa era a situação que estudávamos anteriormente, e por isso, usávamos às vezes a denominação "sequência positiva" para tensões, correntes e impedâncias.

#### 6.5 – Redes de Sequência de Geradores em Vazio [4]

Um gerador em vazio, aterrado através de um reator, é mostrado na fig. 6.7. Quando ocorre uma falta nos terminais do gerador, pode-se ter de uma forma geral as correntes **Ia**, **Ib**, **Ic**. Se a falta envolve a terra, a corrente que circula pelo neutro do gerador é designada por **In**. Uma ou duas das correntes de linha podem ser nulas, conforme for a falta. E, independente do grau de desequilíbrio, as correntes podem ser decompostas em seus componentes simétricos.



Fig. 6.7. Gerador em vazio. As fem de cada fase são Ea, Eb e Ec.

Para o gerador tem-se as seguintes redes de sequência:

#### a) Rede de sequência positiva:

O gerador gera somente tensões de sequência positiva, uma vez que é projetado para fornecer tensões trifásicas equilibradas. Assim,  $Ea_+ = Ea$ ,  $Ea_- = 0$ ,  $Ea_0 = 0$ 

A rede de seq. + é composta por uma *fem*  $\mathbf{E}$ + em série com a impedância de sequência positiva do gerador  $\mathbf{Z}_{+}$ .

#### b) Rede de sequência negativa:

Não contém força eletromotriz porém inclui as impedâncias do gerador para a corrente de sequência negativa Z–.

#### c) Rede de sequência zero:

Não contém força eletromotriz porém inclui as impedâncias do gerador para a corrente de sequência zero  $Zg_0$  e a impedância de neutro para terra Zn (se houver).

A fig. 6.8 mostra os componentes de sequência da corrente. Eles estão circulando apenas pelas impedâncias de sua própria sequência.

Como pode ser visto, as redes de sequência são os circuitos monofásicos, equivalentes dos circuitos trifásicos de sequência equilibrados, através dos quais circulam os componentes simétricos das correntes.

Para os componentes de *seq*. + e –, o neutro do gerador é a referência. Para estas componentes o neutro estará no potencial da terra se houver uma conexão entre o neutro e o terra com impedância finita ou nula, uma vez que esta conexão não transporta corrente de *seq*. + ou –.



Fig. 6.8. Correntes de sequência num gerador e correspondentes redes de sequência.

Note no circuito trifásico que a corrente que circula na impedância Zn entre o neutro e a terra é 3 $Ia_0$ . Logo a queda de tensão do ponto *a* para a terra é:

$$-3Ia_0 \cdot Zn - Ia_0 \cdot Zg_0$$

Por conseguinte, a rede de *seq.* 0, monofásica, pela qual circula apenas a corrente **Ia**<sub>0</sub>, deve ter uma impedância  $3\mathbf{Zn} + \mathbf{Zg}_0$ , isto é, a impedância total de *seq.* 0, pela qual flui **Ia**<sub>0</sub> é:

$$\mathbf{Z}_0 = 3\mathbf{Z}\mathbf{n} + \mathbf{Z}\mathbf{g}_0 \tag{6.16}$$

As equações para os componentes de tensão para a barra de referência (ou terra) são:

$$V_{+} = Ea - Z_{+}I_{+}$$

$$V_{-} = 0 - Z_{-}I_{-} = -Z_{-}I_{-}$$

$$V_{0} = 0 - Z_{0}I_{0} = -Z_{0}I_{0}$$
(6.17)

Na forma matricial,

$$[Vs] = [T]^{-1}[Ep] - [Zs][Is], ou, explicitamente:$$

$$\begin{bmatrix} V_{+} \\ V_{-} \\ V_{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ea \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_{+} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{-} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{+} \\ I_{-} \\ I_{0} \end{bmatrix}$$
(6.18)

Essas equações são válidas para qualquer gerador que transporte correntes desequilibradas. São os pontos de partida para deduzir as equações para os componentes de sequência da corrente para os diferentes tipos de falta. *Novamente observa-se que a matriz* [Zs] é diagonal, ou seja, há um completo desacoplamento entre os sistemas de sequência de componentes.

Na próxima seção se discute as impedâncias de sequência para os principais elementos de rede como as máquinas síncronas, linhas de transmissão e transformadores.

## Exercícios

01) Sabendo que 
$$[Ep] = \begin{bmatrix} Ea \\ \alpha^2 Ea \\ \alpha Ea \end{bmatrix}$$
 demonstre, na eq. (6.18), que  $[T]^{-1}[Ep] = \begin{bmatrix} Ea \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ .

02) A figura abaixo mostra um gerador síncrono e suas correspondentes redes de sequência. O gerador é de 20 MVA, 13,2 kV e as impedâncias de *seq.* +, – e 0 são 0,3j, 0,2j e 0,1j, respectivamente. O gerador é solidamente aterrado ( $\mathbf{Zn} = 0$ ) e está em vazio. Uma falta fase-terra sólida ocorre na fase *a*. Desprezando todas as resistências, determine a corrente de falta **Ia** em pu e em kA.



03) No exercício anterior, calcule a impedância **Zn**, em pu e em  $\Omega$ , a ser inserida entre neutro e terra para limitar a corrente de curto **Ia** para 50% do valor encontrado.

04) Determine as tensões terminais para o gerador do exercício (02):

- a) Tensões de fase **Va**, **Vb** e **Vc** em pu e kV. Compare com o valor nominal.
- b) Tensões de linha Vab, Vbc e Vca em pu e kV. Compare com o valor nominal.

MATLAB 05) Escreva as equações para solução do exercício anterior na linguagem do programa MatLab.

#### 6.6 – Impedâncias de Sequência de Componentes de Rede

A partir dos estudos das seções anteriores percebe-se que é necessário conhecer as impedâncias de sequência dos componentes do sistema, para que se possa construir as redes de *seq.* +, -e 0.

Usualmente pode-se determinar estas impedâncias através de dois procedimentos:

- ensaios práticos do elemento;
- métodos analíticos (com o uso dos modelos matemáticos).

Quer seja de um ou de outro modo, deve-se submeter o componente em questão a um conjunto de correntes e tensões que satisfaçam a descrição para o sistema de sequência respectivo. Pode-se então medir ou calcular os valores, conforme o procedimento adotado.

Apesar destas explicações iniciais, a descrição experimental ou analítica para a obtenção de  $\mathbb{Z}_+$ ,  $\mathbb{Z}_-$  e  $\mathbb{Z}_0$  não será mostrada neste texto. Para maiores detalhes ver as referências bibliográficas [1], [2] e [5].

#### 6.6.1 – Impedância de Sequência de Máquinas Síncronas

As impedâncias de *sequência* +, - e 0 de uma máquina síncrona são diferentes mesmo se a máquina for eletricamente equilibrada.

#### a) Impedância de sequência positiva (+):

Esta é a impedância normal da máquina. Toma-se o valor subtransitório, transitório ou síncrono, conforme a natureza do problema.

#### b) Impedância de sequência negativa (-):

Toma-se a média das reatâncias sub-transitórias X"<sub>d</sub> e X"<sub>q</sub>:

$$Z_- = \frac{X_d'' + X_q''}{2}$$

c) Impedância de sequência zero (0):

 $Z_0 = j\omega L_0 = jX_0$ , onde  $L_0$  é uma indutância interna à máquina para a *seq. 0*.

A tab. 6.1 fornece alguns valores típicos para vários tipos de máquinas síncronas.

	Motores	síncronos	Canacitores	Hidro-	Geradores à turbina
Reatâncias	alta	baixa	síncronos	geradores	
	velocidade	velocidade		8	
Xd	0.80	1.10	1.60	1.00	1.15
Xq	0.65	0.80	1.00	0.65	1.00
X'd	0.30	0.35	0.40	0.30	0.15
X" <sub>d</sub>	0.18	0.20	0.25	0.20	0.10
X_	0.19	0.35	0.25	0.20	0.13
X0	0.05	0.07	0.08	0.07	0.04

Tab. 6.1. Reatâncias de máquinas síncronas (em pu dos MVA nominais), [1].

# **Exercícios (cont)**

06) A figura abaixo mostra um gerador síncrono e suas correspondentes redes de sequência. O gerador é de 20 MVA, 13,2 kV e as impedâncias de *seq.* +, – e  $\theta$  são 0,3j, 0,2j e 0,1j, respectivamente. O gerador é solidamente aterrado (**Zn** = 0) e está em vazio. Considere um curto fase-fase (sólido entre as fases *b* e *c*). Desprezando todas as resistências, determine:

- a) Corrente de falta em pu e kA.
- b) Tensões de fase em pu.
- c) Tensões de linha em pu e kV.
- d) Rede de sequência correspondente.



07) Considerando o mesmo gerador do item anterior, considere agora um curto-circuito sólido fase-fase terra (englobando as fases b, c e a terra). Determine:

- a) A corrente de falta em pu e kA.
- b) Tensões de fase em pu.
- c) Tensões de linha em pu e kV.
- d) Rede de sequência correspondente.



Com  $\mathbf{V}\mathbf{b} = \mathbf{V}\mathbf{c} = 0$  em (6.8), tem-se:

$$\mathbf{V}_{+} = \mathbf{V}_{-} = \mathbf{V}_{\mathbf{0}} = \mathbf{V}\mathbf{a}/3 \tag{1}$$

Logo, os componentes de sequência para o gerador, eq. (6.17), se tornam:

$$Ea - Z_{+}I_{+} = -Z_{-}I_{-} = -Z_{0}I_{0}$$
(2)

Assim, resolvendo para  $I_0$  e para I-:

$$I_0 = -\frac{E_a - Z_+ I_+}{Z_0} e I_- = -\frac{E_a - Z_+ I_+}{Z_-}$$
(3)

Como Ia = 0 e aplicando (3) à equação básica  $Ia = I_+ + I_- + I_0$ , obtém-se:

$$I_{a} = I_{+} - \frac{E_{a} - Z_{+}I_{+}}{Z_{-}} - \frac{E_{a} - Z_{+}I_{+}}{Z_{0}} = 0 \implies I_{+} = \frac{E_{a}}{Z_{+} + \frac{Z_{0} \cdot Z_{-}}{Z_{0} + Z_{-}}}$$
(4)

Letra a) Corrente de falta:

De (6.11):  $Ia_0 = 1/3*(Ia + Ib + Ic)$ . Como Ia = 0 e  $I_{falta} = Ib + Ic$ , logo:

$$Ia_0 = 1/3^*(I_{falta})$$
, então

$$I_{falta} = 3*Ia_0$$

Com (4): 
$$I_{+} = \frac{E_{a}}{Z_{+} + \frac{Z_{0} \cdot Z_{-}}{Z_{0} + Z_{-}}} = \frac{1 \angle 0^{\circ}}{j0,3 + \frac{j0,1 \cdot j0,2}{j0,1 + j0,2}} = -j2,73 \, pu$$

Com (3): 
$$I_0 = -\frac{E_a - Z_+ I_+}{Z_0} = \frac{1 \angle 0^\circ - j0.3 \cdot (-j2.73)}{j0.1} = j1.81 pu$$

Portanto,  $I_{\text{falta}} = 3Ia_0 = 3 \cdot j1,81 = j5.43$  pu. Em módulo (e em kA):  $I_{\text{falta}} = 4,750$  kA.

#### b) Tensões de fase:

De (1),  $\mathbf{Va} = 3\mathbf{V}_+ = 3(\mathbf{Ea} - \mathbf{Z}_+ \mathbf{I}_+) = 3[1 \angle 0^0 - j0, 3^*(-j2.73)] = 0,543$  pu ou 4,138 kV. Sabemos do circuito:  $\mathbf{Vb} = \mathbf{Vc} = 0$ 

#### c) Tensões de linha:

Vab = Va - Vb = 0,5430 - 0 = 0,543 pu. Em módulo e kV: 4,138 kV.Vbc = Vb - Vc = 0Vca = Vc - Va = 0 - 0,543 = -0,543 pu. Em módulo e kV: 4,138 kV.

#### d) Rede de sequência correspondente:

O denominador da equação (4) mostra que  $Z_0$  e  $Z_-$  estão em paralelo, e esta combinação está em série com  $Z_+$ . A figura abaixo mostra a rede de sequência equivalente:



Em síntese, considerando os diversos tipos de curtos-circuitos nos terminais do gerador em vazio, tem-se as seguintes expressões para as correntes:

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{E}_a}{\dot{Z}_+}$$
 (corrente de curto na fase *a*)

$$\dot{I}_a = \frac{3\dot{E}_a}{\dot{Z}_+ + \dot{Z}_- + \dot{Z}_0}$$
 (corrente de curto na fase *a* para terra)

c) Corrente de curto-circuito fase-fase:

$$\dot{I}_b = \frac{-j\sqrt{3}\dot{E}_a}{\dot{Z}_+ + \dot{Z}_-}$$
 (corrente de curto na fase *b*, sendo **Ib** = -**Ic**)

d) Corrente de curto-circuito fase-fase para a terra:  

$$\dot{I}_{falta} = -3 \frac{\dot{E}_a - \dot{Z}_+ \dot{I}_+}{\dot{Z}_0} \text{ (corrente para a terra, sendo } \mathbf{I}_{falta} = \mathbf{Ib} + \mathbf{Ic}\text{)}$$
onde:  

$$\dot{I}_+ = \frac{\dot{E}_a}{\dot{Z}_+ + \frac{\dot{Z}_0 \cdot \dot{Z}_-}{\dot{Z}_0 + \dot{Z}_-}}$$

Para finalizar esta parte: voltando ao caso do curto-circuito fase-terra no gerador a vazio, pode-se mostrar que no caso da existência de uma impedância de falta  $Z_f$ , a corrente de falta é dada por:

$$\dot{I}_{falta} = \frac{3\dot{E}_a}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + \dot{Z}_0 + 3\dot{Z}_f}$$

#### 6.6.2 – Impedâncias de Sequência de Transformadores

#### a) Impedâncias de sequência positiva (+) e negativa (-):

A impedância de seq. + é igual a impedância de dispersão. Pode ser obtida por um ensaio de curto-circuito.

Como o transformador é um equipamento estático, a impedância de dispersão não variará se a sequência de fase for alterada de abc... para acb... Portanto, as impedâncias de *seq.* + e *seq.* – são idênticas, isto é:

$$Z_+ = Z_- = Z_{dispersão}$$

#### b) Impedância de sequência 0:

A sua inclusão no circuito depende do tipo de enrolamento  $\Delta$  ou Y, e também do fato de estarem ou não os neutros aterrados, conforme é indicado nos casos a seguir.

• Caso A – Transformador Y-Y ambos os neutros solidamente aterrados, ver fig. 6.9(a): o aterramento de ambos os neutros garante que as correntes de terra 3I<sub>0</sub> e 3I<sub>0</sub>/a tenham caminhos livres de circulação (onde a é a relação de transformação). No caminho da corrente está a impedância de dispersão por fase; assim, a impedância de *seq. 0* é igual à impedância de dispersão. Em pu tem-se a mesma impedância de ambos os lados (os valores ôhmicos estão na relação  $a^2$ ). Ver fig. 6.9(b).



Fig. 6.9. Circuito de sequência para transformador YY com ambos neutros solidamente aterrados. (a) Esquema de ensaio. (b) Rede de sequência zero.

• Caso B – Transformador Y- $\Delta$  com neutro solidamente aterrado, fig. 6.10(a): neste caso a impedância de sequência zero medida no lado Y é igual à impedância de dispersão. Note que como as correntes secundárias induzidas circulam no  $\Delta$ , nenhuma corrente de *seq.* 0 saíra por esse terminal. Isso explica o curto-circuito para a terra no circuito de sequência da fig. 6.10(b). Nenhuma corrente de *seq.* 0 pode ser injetada nos terminais  $\Delta$ . Por isso, no circuito de sequência tem-se uma interrupção nos terminais correspondentes.



Fig. 6.10. Circuito de sequência para transformador Y∆ com neutro solidamente aterrado.(a) Esquema de ensaio. (b) Rede de sequência zero.

• Caso C – Transformador Y-Y com um neutro aterrado: este é o caso mostrado na fig. 6.11. Embora exista um percurso para a terra no primário, isso não ocorre no secundário com neutro isolado, que age como um circuito aberto para *seq. 0*. Isto é, do lado primário mede-se a impedância de circuito aberto ou de magnetização (**Zm**), fig. 6.11(b). Como a impedância de magnetização é muito grande (cerca de 10.000%), pode, na prática, ser tomada como infinita. O circuito de *seq. 0* aparecerá como na fig. 6.11(c).



Fig. 6.11. Circuito para transformador YY com um neutro solidamente aterrado.(a) Esquema de ensaio. (b) Rede com impedância de magnetização. (c) Rede de sequência zero.

• Caso D – Transformador Y- $\Delta$  com neutro não aterrado: a ausência de um caminho para o neutro impede a circulação da corrente de *seq*. 0 . O circuito de *seq*. 0 é o mesmo que para o caso C.

• *Caso* E – *Transformador*  $\Delta$ - $\Delta$ : o circuito  $\Delta$  não oferece caminho de retorno para a corrente de *seq.* 0, essa corrente não pode circular para fora do banco  $\Delta$ - $\Delta$ , embora ela possa circular dentro dos dois enrolamentos  $\Delta$  do transformador. No entanto, esta possibilidade é remotíssima [2].

Os três primeiros casos apresentados são os mais importantes sob o ponto de vista prático [1]. No entanto, a tab. 6.2 apresenta de forma complementar os outros tipos de ligações possíveis e seus correspondentes circuitos de sequência zero.

	SIMB.	DIAGRAMA DE LIGAÇÕES		CIRCUITOS EQUIVALENTES DE SEQÜÊNCIA ZE RO
Caso A:	<u>الم</u>	A A A A A A A A A A A A A A A A A A A	1 al	P 20000
	₽₽	<u> </u>	21	Barra de referência
Caso B:		a feet		P Zo
	, <b>₽</b> r ⊳		-9996	Barra de raterência
Caso C:	าน มาน มา		Sec. Sec. Sec. Sec. Sec. Sec. Sec. Sec.	Barra de referência
Caso D:	Pjte Y⊳	~	10000 JUDA	P Z₀ Q Barra de referência
Caso E:	هي دي حم	P	Contraction of the second seco	Barra de referência

Tab. 6.2. Circuitos equivalentes de seq. 0 de transformadores trifásicos [4].

#### 6.6.3 – Impedâncias de Sequência para Linhas de Transmissão

#### *a) Impedâncias de sequência positiva (+) e negativa (-):*

A linha de transmissão, como um transformador, é um componente estático. Portanto, suas impedâncias de sequência positiva (impedância de serviço) e negativa são idênticas.

#### b) Impedância de sequência zero (0):

Normalmente a impedância de *seq.* 0 é da ordem de 2,0 a 3,5 vezes o valor da impedância de *seq.* + ou –. Isso ocorre porque as correntes de *seq.* 0 são iguais e estão em fase nos três condutores [5].

Em geral o retorno das correntes de *seq. 0* é feito pelo cabo pára-raio e pela terra, portanto, é mais difícil obter um valor preciso para a impedância total dos condutores, pois o solo também é condutor. As características do solo, umidade e outros fatores influenciam em seu valor, sendo costume fazer certas hipóteses simplificadoras em relação às distribuições de corrente.

# • Exercícios

01) Dado o diagrama unifilar do sistema de potência abaixo, trace o circuito de *seq. 0* correspondente, sem se preocupar com os valores das reatâncias.



02) Desenhar os circuitos de *seq.* +,  $-e \theta$  do diagrama unifilar:



03) Esquematize (colocando os valores) o circuito de *sequência zero* para o sistema. Considere que as reatâncias de *seq.* 0 dos geradores e motores valem 0,05 pu. Os reatores para a limitação de corrente valem 2,0  $\Omega$ . A reatância de *seq.* 0 da linha de transmissão é de 250  $\Omega$ .



04) Seja o sistema abaixo composto pelas barras 1, 2 e 3, traçar as redes de seq. +, -e 0.



Dados:

• Ambos geradores G1 e G2:  $\mathbf{Z}_{+} = \mathbf{Z}_{-} = j0,342$  pu,  $\mathbf{Z}_{0} = j0,183$  pu.

Zn = j0,343 pu.

• Motor M:  $Z_+ = Z_- = j0,333$  pu,  $Z_0 = j0,133$  pu.

$$Zn = j0,0833 pu.$$

• Transformadores:

Y-Y:  $Z_{+} = Z_{-} = Z_{0} = j0,25$  pu.

Y-∆: 
$$Z_+ = Z_- = Z_0 = j0,333$$
 pu.

• Linhas:

da barra 1 p/ 2:  $\mathbf{Z}_{+} = \mathbf{Z}_{-} = j0,1051$  pu, considere  $\mathbf{Z}_{0} = 3\mathbf{Z}_{+}$ . da barra 1 p/ 3 e 2 p/ 3:  $\mathbf{Z}_{+} = \mathbf{Z}_{-} = j0,05251$  pu, considere  $\mathbf{Z}_{0} = 3\mathbf{Z}_{+}$ .

# Cap. 6: Parte II – Faltas Assimétricas

Obs. notação:

- + OU 1: Ex.: Za+, Va+, Ia+ podem ser escritos como Za1, Va1, Ia1, respectivamente.
- OU 2: Ex.: Za-, Va-, Ia- podem ser escritos como Za2, Va2, Ia2, respectivamente.

 $\alpha = a = 1 \angle 120^{\circ}$ 

# Cap. 3: Parte II – Faltas Assimétricas

#### 6.7 – Curto-Circuito no Sistema de Energia Elétrica

Os curtos-circuitos trifásicos são equilibrados, bastando para tanto considerar o circuito equivalente monofásico de sequência positiva. Já os curtos fase-terra, bifásico e bifásico com terra são desequilibrados, e os diagramas de sequência positiva, negativa e zero deverão ser usados.

O diagrama da fig. 6.12 ilustra o método geral de solução dos curtos desequilibrados.



Fig. 6.12. Solução de curtos desequilibrados [6].

Assim sendo, considera-se as redes de sequência positiva, negativa e zero e calculase a corrente de curto no ponto de defeito. Partindo desta, as correntes em outros trechos são calculadas fazendo o retrocesso nos circuitos de sequência equivalentes.

Quando se deseja obter tensões e/ou correntes no sistema *a*, *b*, *c* basta aplicar a transformação adequada, como foi visto anteriormente.

Com o intuito de calcular as grandezas requeridas obtém-se *o circuito equivalente de Thévenin* no ponto de defeito do sistema elétrico. Existe uma correspondência com o estudo que foi feito de curto-circuito no gerador síncrono, como indica a tab. 6.3 [2].

Circuitos de Sequência	Circuitos de Sequência
do Gerador Síncrono à Vazio	do Sistema de Potência
Ea <sub>1</sub>	Ea <sub>1</sub>
fem da fase a no terminal do	tensão de fase no local do defeito
gerador	(ou tensão de Thévenin antes do defeito)
$\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2, \mathbf{Z}_0$	$\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2, \mathbf{Z}_0$
impedâncias de sequência	impedâncias de sequências equivalentes vistas do ponto
do gerador	de defeito (impedâncias equivalentes de Thévenin em
	cada um dos circuitos de sequência)
Ia, Ib, Ic	Ia, Ib, Ic
correntes nas fases a, b, c	correntes que fluem do sistema para
durante o defeito	o defeito no local do defeito

Tab. 6.3. Correspondência de Curto no Gerador Síncrono com o Sistema Elétrico.

As impedâncias equivalentes de Thévenin do sistema elétrico  $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Z_0$ , são obtidas dos diagramas de impedância das respectivas sequências.

A sequência positiva é representada pelo circuito da fig. 6.13, o qual contém:

- a tensão de Thévenin (Ea1), obtida no local do defeito antes da ocorrência do curto;
- a impedância equivalente de Thévenin de sequência positiva Za<sub>1</sub>.



Fig. 6.13. Circuito de Thévenin de sequência positiva (para fase *a*).

A seguir são mostrados os esquemas para cálculo de curtos-circuitos no sistema elétrico, nos quais, usualmente as correntes de carga são desprezadas.

#### 6.7.1 - Curto-Circuito Fase-Terra



A fig. 6.14 ilustra a situação das correntes no local do defeito.

Fig. 6.14. Curto-circuito monofásico-terra.

As condições de contorno do defeito ocorrendo na fase, analogamente ao gerador a vazio são:

$$\mathbf{Ib} = \mathbf{Ic} = \mathbf{0} \tag{6.19}$$
$$\mathbf{Va} = \mathbf{0}$$

As equações básicas são:

$$\dot{I}_{a} = \dot{I}_{falta} = \frac{3E_{a1}}{\dot{Z}_{1} + \dot{Z}_{2} + \dot{Z}_{0}}$$

$$\dot{I}_{a1} = \dot{I}_{a2} = \dot{I}_{a0} = \frac{\dot{I}_{falta}}{3}$$
(6.20)

Os circuitos equivalentes de Thévenin das sequências positiva, negativa e zero são conectados em série, como mostrado para a fase *a*, na fig. 6.15.



Fig. 6.15. Curto fase-terra: conexões série das redes de sequência.

#### 6.7.2 – Curto-Circuito Fase-Fase



A fig. 6.16 mostra a situação no local do defeito.

Fig. 6.16. Curto-circuito bifásico no sistema elétrico.

As condições de contorno do defeito, analogamente ao gerador a vazio são:

$$\mathbf{Ia} = \mathbf{0}, \mathbf{Ib} = -\mathbf{Ic}$$

$$\mathbf{Vb} = \mathbf{Vc}$$
(6.21)

Equações básicas:

$$\dot{I}_{b} = \dot{I}_{falta} = \frac{-j\sqrt{3}E_{a1}}{\dot{Z}_{1} + \dot{Z}_{2}}$$

$$\dot{V}_{a1} = \dot{V}_{a2}, \ \dot{I}_{a1} = -\dot{I}_{a2}, \ \dot{I}_{a0} = 0, \ \dot{V}_{a0} = 0$$
(6.22)

Os circuitos equivalentes de Thévenin apresentam apenas as redes de sequência positiva e negativa, as quais são conectadas em paralelo, como ilustra a fig. 6.17.



Fig. 6.17. Curto fase-fase: conexões em paralelo de sequência positiva e negativa.

#### 6.7.3 – Curto-Circuito Fase-Fase com Terra



A fig. 6.18 mostra a situação no local do defeito.

Fig. 6.18. Curto bifásico-terra no sistema elétrico.

As condições de contorno deste curto, analogamente ao gerador a vazio são:

$$\mathbf{Ia} = \mathbf{0}, \, \mathbf{I}_{\mathbf{falta}} = \mathbf{Ib} + \mathbf{Ic}$$

$$\mathbf{Vb} = \mathbf{Vc} = 0$$
(6.23)

Equações básicas:

$$\dot{V}_{a1} = \dot{V}_{a2} = \dot{V}_{a0} = \frac{V_a}{3}$$

$$\dot{I}_{a1} = \frac{(\dot{Z}_0 + \dot{Z}_2)\dot{E}_{a1}}{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2 + \dot{Z}_0(\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2)}, \ \dot{I}_{a2} = \frac{-\dot{Z}_0 \dot{E}_{a1}}{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2 + \dot{Z}_0(\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2)}$$

$$\dot{I}_{a0} = \frac{-\dot{Z}_2 \dot{E}_{a1}}{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2 + \dot{Z}_0(\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2)}, \ \dot{I}_{falta} = \dot{I}_b + \dot{I}_c = 3\dot{I}_{a0}$$
(6.24)

Os circuitos equivalentes de Thévenin apresentam apenas as três redes de sequência em paralelo, como ilustra a fig. 6.19.



Fig. 6.19. Curto fase-fase com terra: conexões em paralelo das redes de sequência.

#### 6.7.4 – Curto-Circuito Trifásico (Equilibrado)

Este é um caso particular no qual só existe a sequência positiva. É abordado aqui apenas para complementar o estudo, pois já foi estudado anteriormente.

Como as correntes são equilibradas, não há diferença no curto-circuito trifásico e trifásico com terra, como ilustra a fig. 6.20.



Fig. 6.20. Curto trifásico no sistema elétrico.

As condições de contorno deste curto são:

$$\mathbf{V}\mathbf{a} = \mathbf{V}\mathbf{b} = \mathbf{V}\mathbf{c} = 0 \tag{6.25}$$

A equação para a corrente de falta na fase *a* é:

$$\dot{I}_{a} = \frac{\dot{E}_{a_{1}}}{\dot{Z}_{1}}$$
 (6.26)

sendo, em módulo, Ia = Ib = Ic.

O circuito equivalente de Thévenin apresentam apenas a rede de sequência positiva, como ilustra a fig. 6.21, para a fase *a*.



Fig. 6.20. Modelo de sequência positiva em curto trifásico.

A seguir é mostrado, passo a passo, um exemplo completo de cálculo de curto faseterra sólido extraído da referência [6].

#### 6.8 – Exemplo: Curto Fase-Terra em Sistema Elétrico



- Calcular as correntes subtransitórias para um curto -circuito na fase <u>a</u> na barra <u>b</u>;
- Calcular as contribuições vindas do Tl e do T2 (a través da L.T.).
- NOTA: Tensão de pré-falta em B = 69 kV Desprezar a carga.
  - a) Vamos escolher uma base de 100 MVA e 12,7 kV no circuito do gerador;
  - b) Diagrama de impedâncias da seqüência (+):

Gerador:

 $X^*d = 0,20 \times (\frac{12,7}{12,7})^2 (\frac{100}{60}) = 0,3333 \text{ pu}$ 

 $X_0 = 0,15 \times (1) (1,666) = 0,2500 \text{ pu}$ 

Transformador:

$$X = 0,08 \times (\frac{13,8}{12,7})^2 \times (\frac{100}{75}) = 0,1259 \text{ pu}$$

Eletronorte

$$RN = \frac{2}{63,5^2 / 100} = 0,0496 \text{ pu}$$

NOTA: 63,5 kV é o VBase no Lado da ALTA.

$$X_{LT} = \frac{10}{(63,5)^2/100} = 0,2480 \text{ pu}$$
$$X_{LT}(0) = \frac{25}{(63,5)^2/100} = 0,620 \text{ pu}$$



$$V_{f} = \frac{69}{63,5} = 1,0866$$
 pu



d) Sequência (0)



e) jq2480 j 0,1259 j 0,1259 B C D ണ m J 0,3333 iat j 0,1259 J0,1259 jo,2480 R C A D mm j0,3333 iaz. 0,1488 j 0,1259 j 0,1259 j 0,620 A R c n -0 liao f) Seqüência (+) ....  $Z_{TH(+)} = \frac{j0,4592 \times j0,3739}{j0,4592 \times j0,3739} = j0,2061$ j0,3333 + j0,1259 = j0,4592 j0,2480 + j0,1259 = j0,3739 V<sub>TH+</sub> = 1,0866 pu Següência (-) Z<sub>TH (-)</sub> = j0,2061 Sequência (0) j0,620 + j0,1259 = j0,7459 $\mathbf{Z}_{\mathbf{TH}(0)} = \frac{(0,1488 + j0,1259)(j0,7459)}{0,1488 + j0,1259 + j0,7459}$  $z_{TH(0)} = \frac{-0,0939 + j0,1110}{0,1488 + j0,8718} = \frac{0,14539 / 130,239}{0,8844 / 80,319}$  $Z_{\text{TH}(0)} = 0,1644 / 49,99 = 0,1058 + j0,1258$ 



g) 
$$i = \frac{1,0866}{0,1058 + j0,2061 + j0,2061 + j0,1258}$$
  
 $i = \frac{1,0866}{0,1058 + j0,538}$   
 $i = \frac{1,0866 / .09}{0,5483 / .78,99} = 1,98 / .78,99$   
 $ia_1 = ia_2 = ia_0 = 1,98 / .78,99$  pu

. h) Seqüência (+)



44

$$Ia_{1}^{*} = 1,980 \frac{/-78,99}{/-78,99} \times \frac{0,3739}{(0,3739 + 0,4592)}$$

$$Ia_{1}^{*} = 0,888 \frac{/-78,99}{/-78,99} pu \text{ (contribuição de seqüência (+) do lado do TR1)}$$

$$Ia_{1}^{W} = 1,980 \frac{/-78,99}{/-78,99} = 0,888 \frac{/-78,99}{/-78,99} = 1,092 /-78,99 pu$$

(Contribuição que vem da LT, seqüência (+))

Seqüência (-)

	-
j 9,45 92	J 0,3739 Iaz = 1,98  -789

$$Ia_2' = 0,888 / -78,99$$
 pu  
 $Ia_2'' = 1,092 / -78,99$  pu

Seqüência (0)



Ta.!	-	1.98	1-78 90	v	0,7459 /900
0	-	1,20	1-10121	~	0,8844 /80,39

$$Ia_0' = 1,67 / -69,29$$

Contribuição de sequência (0), do lado do TRI

 $Ia_0^{*} = 1,98 \frac{/-78,99}{/-78,99} \times \frac{0,1488 + j0,1259}{0,1488 + j0,8718}$  $Ia_0^{*} = 1,98 \frac{/-78,99}{/-78,99} \times \frac{0,1949/40,29}{0,8844 \frac{/80,39}{}}$ 

Ia0" = 0,4363 /-1199

Contribuição de seqüência (0) do TR2, através da LT.

1) Composição: Ia' = Ia<sub>0</sub>' + Ia<sub>1</sub>' + Ia<sub>2</sub>' Ia' = 1,67 <u>/-69,29</u> + 0,888 <u>/-78,99</u> + 0,888 <u>/-78,99</u> Ia' = 0,5930 - j1,5612 + 0,1709 - j0,8714 + 0,1709 - j0,8714 Ia' = 0,9348 - j3,304 = 3,434 <u>/-74,29</u> Ia' = 3,434 <u>/-74,29</u> pu Corrente na fase em falta, vinda do TR1, desprezando-se a carga. Ia" = Ia<sub>0</sub>" + Ia<sub>1</sub>" + Ia<sub>2</sub>" Ia" = 0,4363 <u>/-1199</u> + 1,092 <u>/-78,99</u> + 1,092 <u>/-78,99</u> Ia" = 0,4363 <u>/-1199</u> + 2,184 <u>/-78,99</u> Ia" = 0,2115 - j0,3816 + 0,4205 - j2,1431 Ia" = 0,209 - j2,5247

Ia" = 2,533 /-85,39 pu
Corrente na fase em falta, vinda através da LT.



CALCULO DAS CORRENTES NAS FASES & E c DA LT (16' , 1c')

Ia <sub>0</sub> ' = 1,67 <u>/-69,2</u>	= 0,5930 ~ j1,5612	pu
Ia <sub>1</sub> ' = 0,888 <u>/-78,99</u>	= 0,1709 - j0,8714	pu
Ia,' = 0,888 <u>/-78,99</u>	= 0,1709 - j0,8714	pu

# **Ei**etronorte

Pela teoria de componentes simétricos:

$$Ib_{0}' = Ic_{0}' = Ia_{0}' = 1,67 / -69,29$$

$$Ib_{1}' = a^{2}Ia_{1}' = 0,888 / -78,99 + 240 = 0,888 / 161,19$$

$$Ic_{1}' = aIa_{1}' = 0,888 / -78,99 + 120 = 0,888 / 41,19$$

$$Ib_{2}' = aIa_{2}' = 0,888 / 41,19 = 0,6692 + j0,5837$$

$$Ic_{2}' = a^{2}Ia_{2}' = 0,888 / 161,19 = -0,8401 + j0,2876$$

$$Ib' = Ib_{0}' + Ib_{1}' + Ib_{2}'$$

$$Ib' = 0,5930 - j1,5612 - 0,8401 + j0,2876 + 0,6692 + j0,5837$$

$$Ib' = 0,4221 - j0,6899 = 0,8088 / -58,59$$

$$Ic' = Ic_{0}' + Ic_{1}' + Ic_{2}'$$

$$Ic' = 0,5930 - j1,5612 + 0,6692 + j0,5837 - 0,8401 + j0,2876$$

Ic' = 0,4221 - j0,6899 = 0,8088 /-58,59





# Valores das correntes em ampères:

100.106	I <sub>pu</sub>	Iampères
	5,940	5400
	3,434	3122
$I_{base(alta)} = \frac{100 \cdot 10}{\sqrt{2}} = 909,213 \text{ A}$	2,533	2303
$\sqrt{3} \cdot 63, 5 \cdot 10^3$	5,010	4555
	1,309	1190
	0,8088	735

#### **Exercícios**

01) Seja o sistema elétrico abaixo, onde, para o cálculo de curto-circuito, não serão consideradas as cargas. Calcular a corrente de falta para um curto-circuito tipo fase-terra na fase a da barra **c**.



02) Considere o sistema do exercício (01). Calcule a corrente de um curto fase-fase (entre as fases b e c) ocorrendo na barra **c**.

03) Considere novamente o sistema do exercício (01). Calcule a corrente de um curto fasefase com terra (fases *b*-*c*-terra) ocorrendo na barra **c**.

04) Uma máquina síncrona "A" com tensão de 1,0 pu está interligada a outra "B", com a mesma tensão, conforme ilustra a figura abaixo. Pede-se:

a) A corrente de curto, para um defeito fase-fase-terra, no ponto P.

b) As tensões de fase Va, Vb e Vc no local da falta.

c) As correntes nos neutros dos transformadores  $T_1$  e  $T_2$  e mostre em um esquema trifásico a sua circulação.



Dados: Máquina A:  $X_1 = 0,3$ ,  $X_2 = 0,2$  e  $X_0 = 0,05$  pu.

Máquina B:  $X_1 = 0,25$ ,  $X_2 = 0,15$  e  $X_0 = 0,03$  pu. LT<sub>1</sub> e LT<sub>2</sub>:  $X_1 = X_2 = 0,3$  e  $X_0 = 0,7$  pu.

Transf. T<sub>1</sub>:  $X_1 = X_2 = X_0 = 0,12$  pu. Transf. T<sub>2</sub>:  $X_+ = X_- = X_0 = 0,10$  pu.

05) Repita o exercício anterior, entretanto considere a máquina "B" com Y aterrado.

#### 6.9 – Deslocamento Angular de 30<sup>0</sup>

O texto dessa seção foi extraído da referência [2] (livro *Curto-Circuito de Geraldo Kindermann*).

É o caso do transformador Y- $\triangle$ , que tem as correntes internas nas bobinas, em fase, mas as correntes de linha sofrem um deslocamento angular que pode ser  $\stackrel{+}{-} 30^{\circ}$ . O deslocamento dos fasores da corrente de seqüência depende de como é efetuada a ligação no lado  $\triangle$ . Considerando a seqüência de fase abc, se a ordem de ligação for o início da bobina da fase "a" ligado ao final da bobina da fase "b", obtém-se deslocamento angular de  $30^{\circ}$  nas correntes de seqüência positiva e  $-30^{\circ}$  nas correntes de seqüência negativa. Se a ordem de ligação for feita com início de "a" no final de "c", as correntes de seqüência positiva ficam com deslocamento angular de  $-30^{\circ}$  e as correntes de seqüência negativa de  $30^{\circ}$ .

Neste livro, por coerência, será adotado o deslocamento angular de 30<sup>o</sup> para as correntes de seqüência positiva e -30<sup>o</sup> para as correntes de seqüência negativa.

Este deslocamento para a corrente de seqüência positiva é analisado nas figuras 4.28.1 e 4.28.2.

As correntes nas bobinas correspondentes, isto é,  $\dot{I}_{a_1}$  e  $\dot{I}'_{a_1}$ ,  $\dot{I}_{b_1}$  e  $\dot{I}'_{b_1}$ ,  $\dot{I}_{c_1}$  e  $\dot{I}'_{c_1}$  estão em fase.

Na ligação em  $\Delta$ , aplicando a primeira lei de Kirchhoff em cada nó, obtém-se:

$$\dot{I}'_{a_1} = \dot{I}_{A_1} + \dot{I}'_{b_1} \quad \therefore \quad \dot{I}_{A_1} = \dot{I}'_{a_1} - \dot{I}'_{b_1} \\
\dot{I}'_{b_1} = \dot{I}_{B_1} + \dot{I}'_{c_1} \quad \therefore \quad \dot{I}_{B_1} = \dot{I}'_{b_1} - \dot{I}'_{c_1} \\
\dot{I}'_{c_1} = \dot{I}_{C_1} + \dot{I}'_{a_1} \quad \therefore \quad \dot{I}_{C_1} = I'_{c_1} - \dot{I}'_{a_1}$$
(4.28.1)

O diagrama fasorial relativo a estas equações está na figura 4.28.2.

Para examinar o deslocamento angular, compara-se a corrente de seqüência positiva  $\dot{I}_{a_1}$ , na linha no lado Y, com a da linha no lado  $\Delta$ , isto é,  $\dot{I}_{A_1}$ . A corrente  $\dot{I}_{A_1}$  do lado  $\Delta$  está adiantada de 30<sup>o</sup> em relação a corrente  $\dot{I}_{a_1}$  do lado Y.

Pode-se, então, generalizar que as componentes de seqüência positiva das correntes de linha no lado do  $\triangle$  estão 30<sup>0</sup> na frente (adiantadas) das correntes no lado Y. Similarmente, para as correntes de seqüência negativa, as componentes de seqüência negativa das correntes de linha no lado  $\triangle$  estão 30<sup>0</sup> atrasadas das correntes no lado Y.

As correntes de sequência zero não são analisadas porque elas não passam para a linha de transmissão no lado  $\Delta$ .

Em resumo, as correntes de curto-circuito de seqüência positiva e negativa, que passam através de um transformador Y- $\Delta$ , sofrem rotações de fase de 30<sup>o</sup> e  $-30^{\circ}$ , sem alterações nos seus módulos.





### Exercícios (Continuação)

06) Seja o sistema abaixo no qual ocorre um curto-circuito fase *a* para terra no ponto P. As reatâncias em pu da linha já estão na base 50 MVA e 138 kV. Para o barramento da concessionária considere para obter os valores em pu:



Determine:

a) A corrente de falta.

b) As correntes Ia, Ib e Ic vindas da linha de transmissão, do lado Y e do lado  $\Delta$  do transformador.

c) As correntes de neutro no sistema, no transformador e no motor e um diagrama trifásico elucidativo.

07) Justifique porque no sistema hipotético abaixo que não haverá corrente de falta e, portanto possibilidade de operação da proteção ao neutro (por exemplo, relé de neutro).



08) Para o sistema a seguir determine em pu a corrente de falta, corrente circulando nos neutros dos elementos e diagrama trifásico elucidativo para um curto fase-fase (fases b-c) no meio da linha de transmissão (ponto P).



09) O sistema anterior, porém, com curto fase-fase com terra (fases *b-c-terra*) no mesmo ponto P da linha.

10) O diagrama unifilar da figura abaixo mostra a ocorrência de um curto-circuito fase-terra (fase *a-terra*) no meio da linha de transmissão. O sistema está operando a vazio com tensão igual à tensão nominal do gerador síncrono. Despreze as resistências. Calcular:

a) Corrente de falta para terra e correntes de linha **Ia**, **Ib** e **Ic** vindas da esquerda e da direita do ponto da falta.

b) Correntes de linha Ia, Ib e Ic do gerador G, lado direito do transformador T<sub>2</sub> (lado  $\Delta$ ) e advindas dos motores M<sub>1</sub> e M<sub>2</sub>.

c) Correntes nos neutros de todos os elementos e mostre diagrama trifásico elucidativo.



Valores em pu dos elementos para base 13,8 kV e 30 MVA no gerador:

- Gerador G:  $X_1 = X_2 = 0,15$  e  $X_0 = 0,05$ .
- Transformadores  $T_1 = T_2$ : X = 0,0784.
- Linha de transmissão (valores totais):  $X_1 = X_2 = 0,1660$  e  $X_0 = 0,5188$ .
- Motor  $M_1$ :  $X_1 = X_2 = 0,2461$ . Motor  $M_2$ :  $X_1 = X_2 = 0,4923$ .

# **Respostas dos exercícios (06) a (10):**

#### 06) a) $I_{falta} = -j12,728$ pu. Em módulo e ampères: $I_{falta} = 2662$ A.

b)

Correntes	Vindas da LT	Do lado Y do	Do lado ∆
de Linha		transf. (138 kV)	(13,8 kV)
Ia	-j6,6356 pu	-j6,0925 pu	2,7495∠-87,7°
	1388 A	1274 A	5751 A
Ib	1,3477∠81,8° pu	1,3477∠-98,2° pu	0,2213∠180° pu
	282 A	282 A	463 A
Ic	1,3477∠98,2° pu	1,3477∠-81,8° pu	2,7495∠87,7°pu
	282 A	282 A	5751 A

c)

<b>I</b> Nsistema	<b>I</b> <sub>Ntransf</sub>	I <sub>Nmotor</sub>	
-j3,9765 pu	-j8,75 pu	0	
832 A	1830 A		

07) Sugestão: trace o diagrama de sequências equivalente.

08)  $I_{falta} = -5,0527$  pu. Não há corrente nos neutros, por quê?

09)  $\mathbf{I}_{\text{falta}} = j5,2503 \text{ pu. } \mathbf{I}_{\text{N transformador}\_1} = \mathbf{I}_{\text{N transformador}\_2} = j2,6251 \text{ pu.}$ 

10)



Obs.: Valores obtidos:

$$\begin{split} &I_{falta} = 887,5 \text{ A} \ (\cong 888 \text{ A}) \\ &Lado \ do \ gerador: \ Ib = 0 \ e \ Ia = Ic = 2280,9 \text{ A}. \\ &Na \ linha: \ linha \ a \ 451,3 \ A \ e \ 437,2 \ A. \ Linhas \ b \ e \ c \ 3,27 \ A. \\ &No \ lado \ \Delta \ do \ transformador \ Ib = 0 \ e \ Ia = Ic = 2182 \ A. \\ &No \ motor \ M_1: \ Ib = 0, \ Ia = Ic = 1455 \ A. \ No \ motor \ M_2: \ Ib = 0, \ Ia = Ic = 727 \ A. \\ &I_{Neutro} \ dos \ transformadores \ iguais \ a \ 444 \ A. \end{split}$$

# **Referências Bibliográficas**

[1] ELGERD, O. I., *Introdução à Teoria de Sistemas de Energia Elétrica*, McGraw-Hill, São Paulo-SP, 1981.

[2] KINDERMANN G., Curto-Circuito, SAGRA-DC LUZZATO, 1ª Ed., Porto Alegre, 1992.

[3] FUCHS, R. D., Transmissão de Energia Elétrica – Linhas Aéreas, Livros Técnicos e Científicos (LTC) Editora S.A., 2ª Ed., Rio de Janeiro, 1979.

[4] STEVENSON, W. D. Jr., *Elementos de Análise de Sistemas de Potência*, McGraw-Hill, 2<sup>a</sup> Ed.
 em Português (4<sup>a</sup> Ed. Americana), São Paulo–SP, 1986.

[5] RESENDE J. W., *Apostila – Análise de Sistemas de Energia Elétrica*, Apostila do Professor José Wilson Resende, Universidade Federal de Uberlândia (UFU).

[6] ELETRONORTE/ELETROBRÁS, Apostila – Análise de Curto-Circuito.