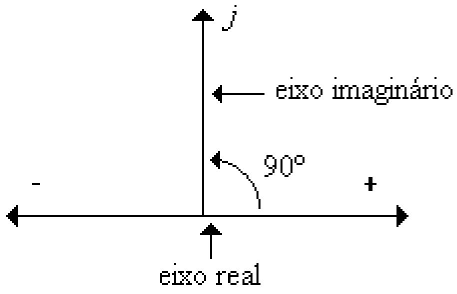
NÚMEROS COMPLEXOS EM ELETRÔNICA
Formulário para circuitos AC

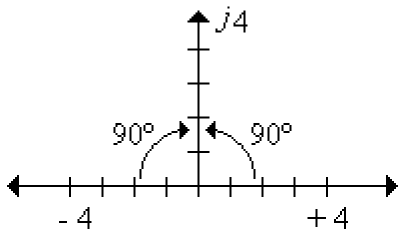
É uma forma na qual se inclui ângulo de fase e magnitude de uma ou mais grandezas.

Uma expressão complexa compreende uma parte real e uma parte imaginária, conforme mostra a figura abaixo.



j é um operador que varia de 0º a 360º, em ângulos de 90º.

O ângulo de 90º é de grande importância na análise de circuitos AC.



1) + 4 indica 4 unidades a 0º
2) - 4 indica 4 unidades a 180º
3) *j*4 indica 4 unidades a 90º

Como *j* é um operador a 90º, isto significa que em 180º ele é repetido 2 vezes, em 270º é repetido 3 vezes e assim por diante.

RESUMINDO

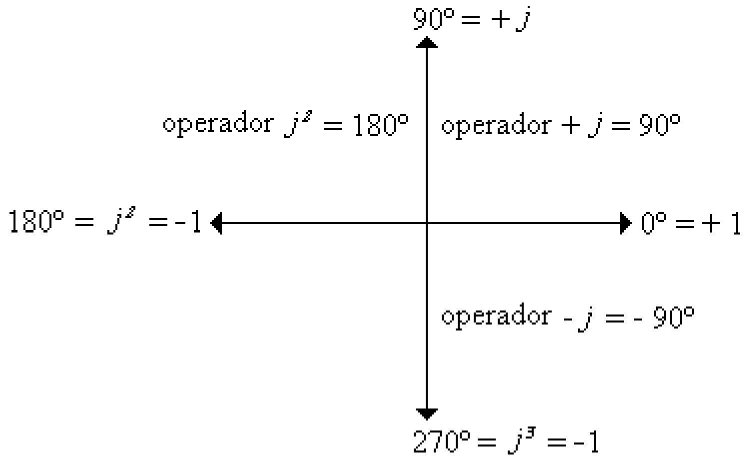
$0^o = 1$

$90^o = +j$

$180^o = j^2 = -1$

$270^o = j^3 = j^2 . j = -1 . j = -j$

$360^o = 0^o = 1$

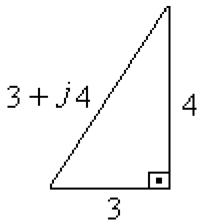


A expressão complexa deve ser escrita da seguinte forma: parte real ± parte complexa onde *j* é sempre escrito antes do número.

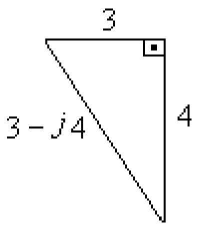
Exemplo:

$$4 \pm j2$$

RELAÇÃO DO FASOR COM A FORMA RETANGULAR

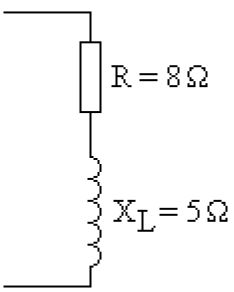


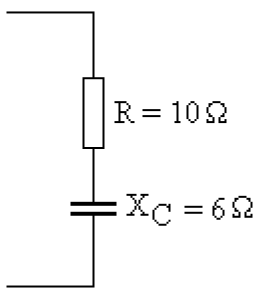
3 representa um número real (neste caso uma resistência de valor igual a 3Ω);
o ângulo de 90º ou +*j* é usado para representar XL (4Ω);
portanto: $Z = 3 + j4$



como no caso anterior, 3 representa uma resistência no valor de 3Ω;
o ângulo de - 90º ou - *j* é usado para representar XC (4Ω);
portanto: $Z = 3 - j4$

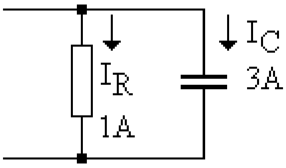
Podemos então representar circuitos na forma complexa retangular conforme exemplos abaixo:

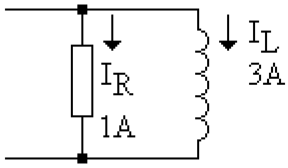




$Z^2 = R^2 + XL^2$
$Z = 8 + j5$

$Z^2 = R^2 + XC^2$
$Z = 10 - j6$



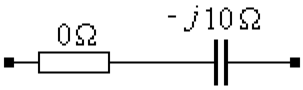


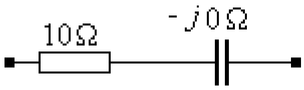
$I_T^2 = I_R^2 + I_C^2$
$I_T = 1 + j3$

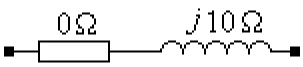
$I_T^2 = I_R^2 + I_L^2$
$I_T = 1 - j3$

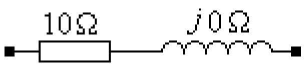
O operador *j* indica uma relação de fase diferente de zero entre a parte real e a parte imaginária.

Tomemos como exemplo impedâncias:



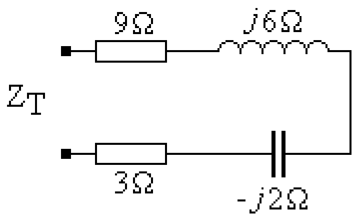




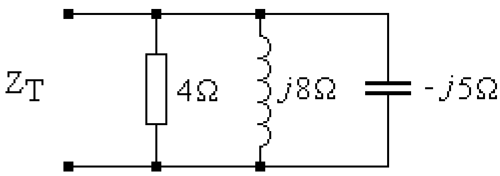


Se R = 0 e XC = 10Ω ➔ Z = 0 - *j*10
Se R = 10Ω e XC = 0 ➔ Z = 10 - *j*0
Se R = 0 e XL = 10Ω ➔ Z = 0 + *j*10
Se R = 10Ω e XL = 0 ➔ Z = 10 + *j*0

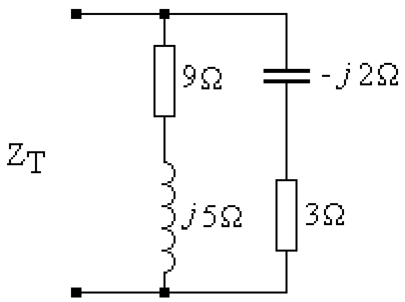
Vejamos alguns exemplos abaixo de circuitos mais complexos:



$$Z_T = (9 + j6) + (3 - j2)$$
$$Z_T = 12 + j4$$



$$\frac{1}{Z_T} = \frac{1}{4} + \frac{1}{j8} + \frac{1}{-j5}$$



$$Z_T = \frac{(9 + j5)\,.\,(3 - j2)}{(9 + j5) + (3 - j2)}$$

OPERAÇÕES COM NÚMEROS COMPLEXOS

I - ADIÇÃO OU SUBTRAÇÃO:

Soma-se ou subtrai-se a parte real e a parte imaginária (*j*) separadamente:

a) (9 + *j*5) + (3 + *j*2) ➔ (9 + 3) + (*j*5 + *j*2) = 12 + *j*7

b) (9 + *j*5) + (3 - *j*2) ➔ (9 + 3) + (*j*5 - *j*2) = 12 + *j*3

c) (9 + *j*5) + (3 - *j*8) ➔ (9 + 3) + (*j*5 - *j*8) = 12 - *j*3

II - MULTIPLICAÇÃO OU DIVISÃO DE UM NÚMERO IMAGINÁRIO (termo j) POR UM NÚMERO REAL

Basta multiplicar ou dividir, conforme exemplos abaixo:

a) 4 . *j*3 = *j*12
b) *j*5 . 6 = *j*30
c) *j*5 . -6 = -*j*30

d) *j*12 ÷ 3 = *j*4
e) -*j*30 ÷-6 = *j*5
f) *j*30 ÷ -6 = -*j*5

g) *j*3 ÷ 4 = *j*0,75
h) 1,5 . *j*2 = *j*3
i) 4 . *j*0,75 = *j*3

III - DIVISÃO DE UM NÚMERO IMAGINÁRIO POR UM NÚMERO IMAGINÁRIO (divisão de um termo j por um termo j)

A divisão produzirá um número real (as partes imaginárias ou os termos *j* se cancelarão), conforme exemplos abaixo:

a) *j*12 ÷ *j*3 = 4
b) *j*30 ÷ *j*5 = 6

c) - *j*12 ÷ *j*3 = - 4
d) *j*30 ÷ - *j*6 = - 5

e) - *j*30 ÷ - *j*5 = 6
f) - *j*15 ÷ - *j*3 = 5

IV- MULTIPLICAÇÃO DE UM NÚMERO IMAGINÁRIO POR UM NÚMERO IMAGINÁRIO (multiplicação de um termo j por um termo j)

Multiplica-se o número e o operador *j*. A multiplicação dos termos *j* produzirá j^2. Veja os exemplos abaixo:

a) $j3 \,.\, j4 = j \,.\, j = j^2 = j^2(3 \,.\, 4) = -1(12) = -12$

b) $j3 \,.\, -j4 = j \,.\, -j = -j^2(3 \,.\, 4) = -(-1)(12) = 12$

V - MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS COMPLEXOS

Basta seguir as regras da álgebra (propriedade distributiva), conforme mostra o exemplo abaixo:

a) $(9 + j5) \,.\, (3 - j2)$

$= 27 + j15 - j18 - j^2 10$ → observe que $j^2 = -1$
$= 27 - j3 + 10$
$= 37 - j3$

VI - DIVISÃO DE NÚMEROS COMPLEXOS

A divisão de um número real por um número complexo não é possível.

Consideremos a expressão: $\dfrac{4 - j1}{1 + j2}$

O numerador contém um número real, que é 4 e o denominador é formado por um número complexo: 1 + *j*2, tornando impossível a operação.

Para concretizar a operação torna-se necessário racionalizá-la, bastando para isso multiplicar o numerador e o denominador pelo conjugado do denominador.

O conjugado do denominador é 1 - *j*2 (basta trocar o sinal).

Teremos então:

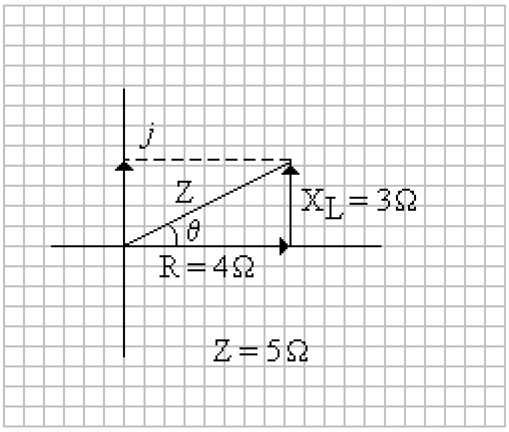
$$\frac{(4 - j1)\,.\,(1 - j2)}{(1 + j2)\,.\,(1 - j2)}$$

$$\rightarrow \frac{4 - j8 - j1 + j^2 2}{1 - j^2 4} = \frac{4 - j9 - 2}{1 + 4} = \frac{2 - j9}{5} = 0{,}4 - j1{,}8$$

MAGNITUDE E ÂNGULO DE UM NÚMERO COMPLEXO

“REPRESENTAÇÃO POLAR E RETANGULAR DE UM NÚMERO COMPLEXO CONVERSÕES RETANGULAR/POLAR - POLAR/RETANGULAR”

Veja a figura abaixo:



Em termos elétricos, uma impedância complexa 4 + *j*3 significa 4Ω de resistência elétrica e 3Ω de reatância indutiva. Lembrar que, a impedância 4 + *j*3 está escrita na forma retangular.

A impedância é o resultado de: $Z = \sqrt{R^2 + X_L^{\ 2}}$ ou $Z^2 = R^2 + X_L^{\ 2}$

$$Z = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5\Omega$$

O ângulo de fase θ é o arco tangente (arctan) da relação entre X_L e R.

Portanto: $\theta = \arctan \dfrac{X_L}{R} = \dfrac{3}{4} = 0{,}75 \cong 37^o$

Desta forma, a impedância complexa pode ser escrita da seguinte maneira:

$4 + j3\Omega$ - forma retangular

$5\underline{/37^o}\ \Omega$ - forma polar

<u>EXERCÍCIOS RESOLVIDOS</u>

Converter para a forma polar:

a) 2 + *j*4

$= \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 4{,}47 \Rightarrow \arctan \dfrac{4}{2} = 2 \cong 63^o \Rightarrow 4{,}47\underline{/63^o}$

b) 8 + *j*6

$= \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10 \Rightarrow \arctan \dfrac{6}{8} = 0{,}75 \cong 37^o \Rightarrow 10\underline{/37^o}$

c) 4 - *j*4

$= \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32} = 5{,}66 \Rightarrow \arctan \dfrac{-4}{4} = -1 = -45^o \Rightarrow 5{,}66\underline{/-45^o}$

Converter para a forma retangular:

a) $12\angle 65^\circ$

sen 65º = 0,906 (parte imaginária) ➔ 12 . 0,906 = 10,87
cos 65º = 0,423 (parte real) ➔ 12 . 0,423 = 5,08

Resposta: 5,08 + *j*10,87

b) $100\angle 60^\circ$

sen 60º = 0,866 (parte imaginária) ➔ 100 . 0,866 = 86,6
cos 60º = 0,5 (parte real) ➔ 100 . 0,5 = 50

Resposta: 50 + *j*86,6

c) $100\angle -60^\circ$

sen - 60º = - 0,866 (parte imaginária) ➔ 100 . - 0,866 = - 86,6
cos - 60º = 0,5 (parte real) ➔ 100 . 0,5 = 50

Resposta: 50 - *j*86,6

d) $10\angle 90^\circ$

sen 90º = 1 (parte imaginária) ➔ 10 . 1 = 10
cos 90º = 0 (parte real) ➔ 10 . 0 = 0

Resposta: 0 + *j*10

Quando um número complexo é formado por uma parte real igual a zero, como por exemplo: 0 + *j*5, a expressão na forma polar será:

$$5\angle 90^\circ$$

Para a expressão: 0 - *j*5, a expressão na forma polar será:

$$5\angle -90^\circ$$

Quando um número complexo é formado por uma parte imaginária igual a zero, como por exemplo: 5 + *j*0, a expressão na forma polar será:

$$5\angle 0^\circ$$

MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS COMPLEXOS NA FORMA POLAR

I - REAL x POLAR

a) $2 . 5\angle 90^\circ = 10\angle 90^\circ$

b) $5 \,.\, 5 \angle -90^\circ = 25 \angle -90^\circ$

II - POLAR x POLAR

Na multiplicação de números complexos (polar *x* polar) os ângulos são somados algebricamente, conforme mostra os exemplos abaixo:

a) $24 \angle 40^\circ \,.\, 2 \angle 30^\circ = 24 \,.\, 2 \angle 40^\circ + 30^\circ = 48 \angle 70^\circ$

b) $12 \angle -20^\circ \,.\, 4 \angle 5^\circ = 12 \,.\, 4 \angle -20^\circ + 5^\circ = 48 \angle -15^\circ$

c) $24 \angle -40^\circ \,.\, 2 \angle -30^\circ = 24 \,.\, 2 \angle -40^\circ + (-30^\circ) = 48 \angle -70^\circ$

DIVISÃO DE NÚMEROS COMPLEXOS NA FORMA POLAR

I - POLAR ÷ REAL

a) $12 \angle -20^\circ \div 4 = 12 \div 4 = 3 \angle -20^\circ$

b) $12 \angle -20^\circ \div -2 = 12 \div -2 = -6 \angle -20^\circ$

c) $18 \angle 50^\circ \div 2 = 18 \div 2 = 9 \angle 50^\circ$

II - POLAR ÷ POLAR

Na divisão de números complexos na forma polar (polar ÷ polar) os ângulos são subtraídos algebricamente, conforme mostra os exemplos a seguir:

a) $18 \angle 50^\circ \div 9 \angle 30^\circ = 18 \div 9 \angle 50^\circ - 30^\circ = 2 \angle 20^\circ$

b) $8 \angle -50^\circ \div 4 \angle 30^\circ = 8 \div 4 \angle -50^\circ - 30^\circ = 2 \angle -80^\circ$

c) $48 \angle -50^\circ \div 4 \angle -30^\circ = 48 \div 4 \angle -50^\circ + 30^\circ = 12 \angle -20^\circ$

III - REAL ÷ POLAR

a) $20 \div 4 \angle 30^\circ$

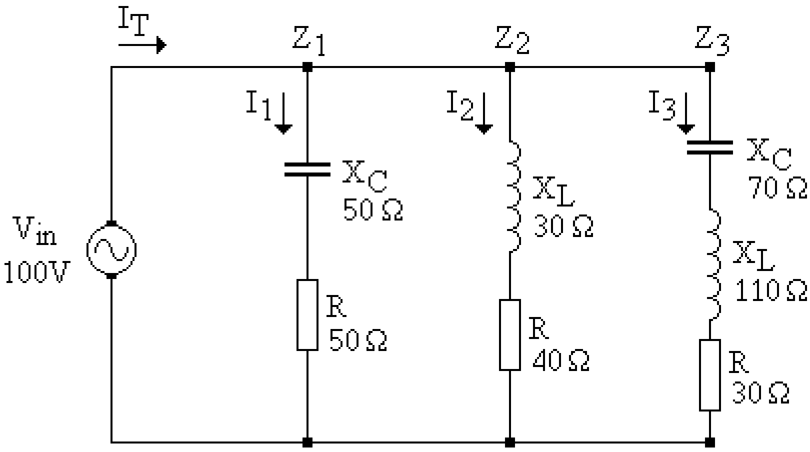
$$= \frac{20 \angle 0^\circ}{4 \angle 30^\circ} = 5 \angle 0 - 30^\circ = 5 \angle -30^\circ$$

b) $-18 \div 9 \angle -30^\circ$

$$= \frac{-18 \angle 0^\circ}{9 \angle -30^\circ} = -2 \angle 0^\circ + 30^\circ = -2 \angle 30^\circ$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS UTILIZANDO NÚMEROS COMPLEXOS

I - Dado o circuito abaixo:



Calcule as correntes I_1, I_2 e I_3; as impedâncias Z_1; Z_2 e Z_3; a corrente total (I_T) e a impedância total (Z_T) nas formas retangular e polar.

Solução:

1) escrevendo cada ramo de impedância na forma retangular, temos:

$Z_1 = 50 - j50\Omega$
$Z_2 = 40 + j30\Omega$
$Z_3 = 30 + (j110 - j70) = 30 + j40\Omega$

2) convertendo cada ramo de impedância na forma polar, temos:

$Z_1 = \sqrt{50^2 + (-50)^2} = 70{,}7$ ➔ $\theta = \arctan \dfrac{-50}{50} = -1 = -45^\circ$ ➔ $70{,}7\angle -45^\circ\ \Omega$

$Z_2 = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50$ ➔ $\theta = \arctan \dfrac{30}{40} = 0{,}75 = 36{,}87^\circ\ (37^\circ)$ ➔ $50\angle 37^\circ\ \Omega$

$Z_3 = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50$ ➔ $\theta = \arctan \dfrac{40}{30} = 1{,}33 = 53{,}15^\circ\ (53^\circ)$ ➔ $50\angle 53^\circ\ \Omega$

3) Calculando a corrente em cada ramo de impedância, ou seja, as correntes I_1, I_2 e I_3:

$I_1 = Vin / Z_1$

$$\frac{100}{70{,}7\angle -45^\circ} = 1{,}414\angle -45^\circ\ A$$
➔ $1 + j1$A (retangular)

$I_2 = Vin / Z_2$

$$\frac{100}{50\angle 37^\circ} = 2\angle -37^\circ\ A$$
➔ $1{,}6 - j1{,}2$A (retangular)

$I_3 = Vin / Z_3$

$$\frac{100}{50\angle 53^\circ} = 2\angle -53^\circ \text{ A} \Rightarrow 1{,}2 - j1{,}6\text{A (retangular)}$$

4) Calculando a corrente total (forma retangular):

$I_T = I_1 + I_2 + I_3 = 1 + 1{,}6 + 1{,}2 + j1 - j1{,}2 - j1{,}6$
$I_T = 3{,}8 - j1{,}8\text{A}$

convertendo para a forma polar:

$$I_T = \sqrt{3{,}8^2 + (-1{,}8)^2} = 4{,}2 \Rightarrow \theta = \arctan\frac{1{,}8}{-3{,}8} = -0{,}474 = -25.4^\circ \Rightarrow 4{,}2\angle -25{,}4^\circ \text{ A}$$

5) Calculando a impedância total (forma polar):

$Z_T = \text{Vin} / I_T$

$$\frac{100}{4{,}2\angle -25{,}4^\circ} = 23{,}8\angle 25{,}4^\circ\ \Omega$$

Convertendo para a forma retangular:

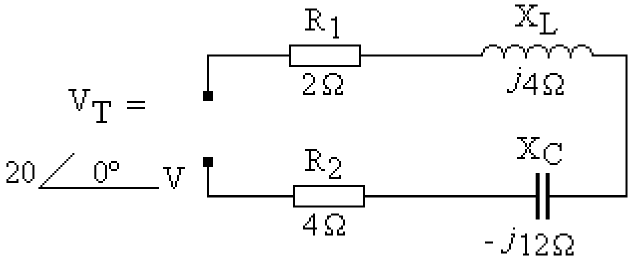
$23{,}8 \cdot \text{sen}\ 25{,}4^\circ = 23{,}8 \cdot 0{,}429 = 10{,}21$ (indutiva)

$23{,}8 \cdot \cos 25{,}4^\circ = 23{,}8 \cdot 0{,}903 = 21{,}5$ (resistiva)

$$Z_T = 21{,}5 + j10{,}21\Omega$$

II - Dado o circuito a seguir:

a) calcule as tensões em cada um dos componentes;
b) desenhe o fasor do circuito para a corrente e as tensões.



Solução:

1) Calculando a impedância total na forma retangular:

$$Z_T = 2 + j4 + 4 - j12 \Rightarrow 6 - j8\Omega$$

2) Convertendo a impedância total na forma polar:

$$Z_T = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = 10 \Rightarrow \text{arctan } \frac{-8}{6} = -1{,}33 = -53{,}13^\circ \ (-53^\circ)$$

$$Z_T = 10\angle -53^\circ \ \Omega$$

3) Calculando a corrente total na forma polar:

$I_T = V_T / I_T$

$$\frac{20\angle 0^\circ \ V}{10\angle -53^\circ \ \Omega} = 2\angle 53^\circ \ A$$

4) Calculando a tensão em cada componente:

$V_{R1} = 2\angle 53^\circ \ A \ \times \ 2\angle 0^\circ \ \Omega \ = \ 4\angle 53^\circ \ V$

$V_L = 2\angle 53^\circ \ A \ \times \ 4\angle 90^\circ \ \Omega \ = \ 8\angle 143^\circ \ V$

$V_C = 2\angle 53^\circ \ A \ \times \ 12\angle -90^\circ \ \Omega \ = \ 24\angle -37^\circ \ V$

$V_{R2} = 2\angle 53^\circ \ A \ \times \ 4\angle 0^\circ \ \Omega \ = \ 8\angle 53^\circ \ V$

OBS: Como o operador *j* representa o ângulo de 90º, na forma polar a reatância indutiva (X_L) assume o ângulo de 90º ; a reatância capacitiva X_C assume o ângulo - 90º e a resistência assume o ângulo de 0º.

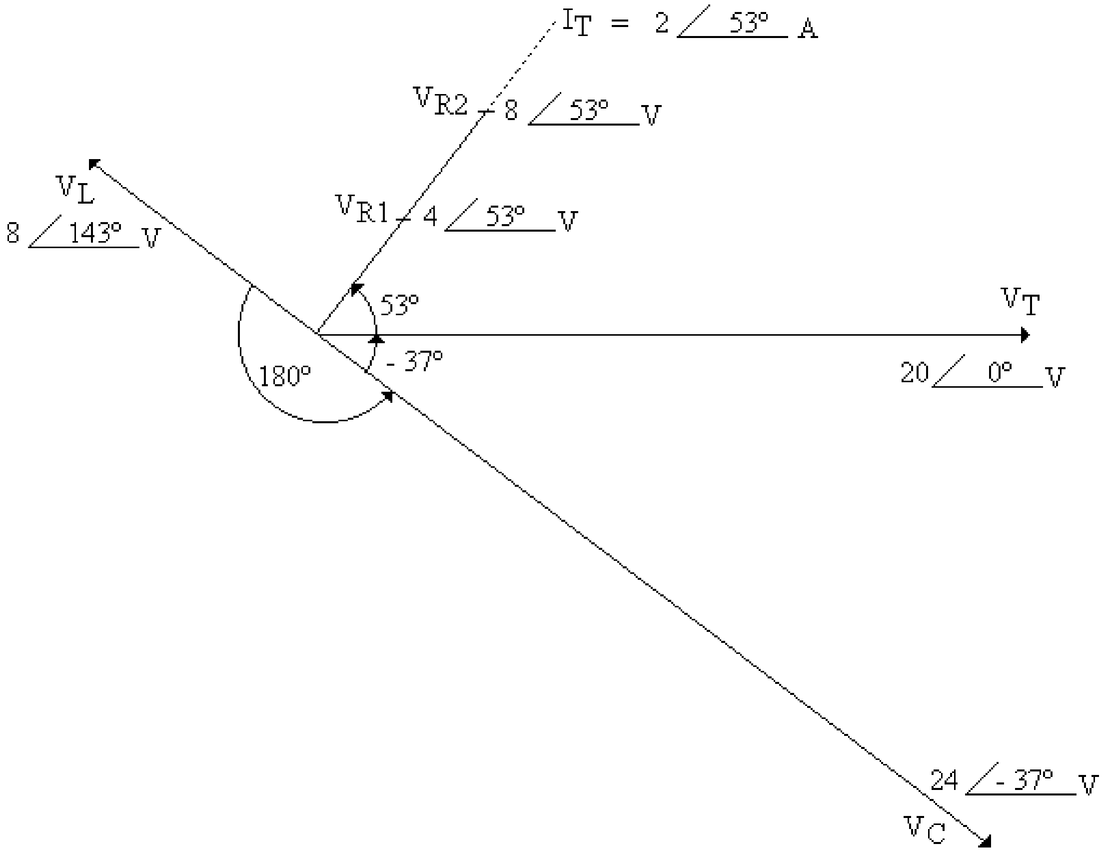
5) Desenhando o fasor do circuito para as tensões e a corrente, onde alguns aspectos devem ser observados:

a) O ângulo de 53º para V_{R1} e V_{R2} mostra que as tensões nestes dois componentes estão em fase com a corrente.

b) A tensão nos resistores está adiantada 53º em relação a V_T enquanto que a tensão no capacitor está atrasada 37º.

c) A tensão no indutor está adiantada 143º em relação a V_T (90º + 53º).

d) A relação de fase entre as tensões no capacitor e indutor é de 180º.



6) Comprovando:

OBS: a soma das tensões de cada um dos componentes deverá nos dar a tensão aplicada na entrada.

Convertendo cada tensão para a forma polar:

$V_{R1} = 4\angle 53^\circ$ V	$= 2{,}407 + j3{,}196$V
$V_{R2} = 8\angle 53^\circ$ V	$= -\,6{,}389 + j4{,}814$V
$V_C = 24\angle -37^\circ$ V	$= 19{,}167 - j14{,}444$V
$V_L = 8\angle 53^\circ$ V	$= 4{,}812 + j6{,}389$V
Total da V_T	**$= 19{,}997 + j0{,}045$V**

Convertendo a tensão $19{,}997 + j0{,}045$V para a forma polar:

$$V_T = \sqrt{19{,}997^2 + 0{,}045^2} = \sqrt{399{,}882} \cong 20$$

$$\theta = \arctan \frac{0{,}045}{19{,}997} = 0{,}00225 = 0{,}129^\circ \cong 0^\circ$$

Portanto, na forma polar $V_T = 20\angle 0^\circ$ V

FORMULÁRIO PARA CIRCUITOS AC

1 - ASSOCIAÇÃO DE INDUTORES

EM SÉRIE: $L_T = L_1 + L_2 + L_3 + L_4 \ldots$

EM PARALELO: $\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \frac{1}{L_4} \ldots$ (para mais de dois indutores)

ou

$L_T = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2}$ (para dois indutores)

2 - ASSOCIAÇÃO DE CAPACITORES

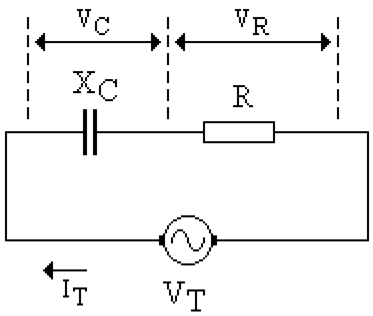
EM SÉRIE: $\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} \ldots$ (para mais de dois capacitores)

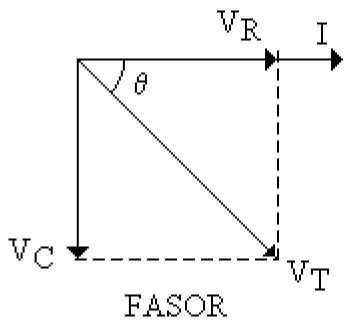
ou

$C_T = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$ (para dois capacitores)

EM PARALELO: $C_T = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 \ldots$

3 - CIRCUITO RC EM SÉRIE





$V_R = R.I_T$

$V_T = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$

$V_C = X_C \cdot I_T$

$$\theta = \arctan - \frac{V_C}{V_R} \rightarrow = -\frac{X_C}{R}$$

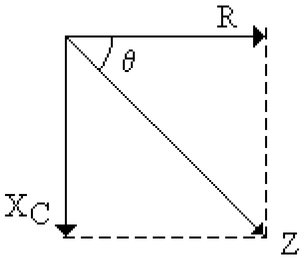
$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$

$Z = \frac{V_T}{I_T}$

$I_T = \frac{V_T}{Z}$

$$X_C = \frac{1}{\omega C}, \text{ onde } \omega = 2\pi f \quad \Rightarrow \quad X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

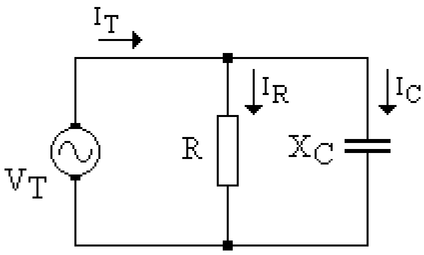
f = frequência em hertz
C = capacitância em farads

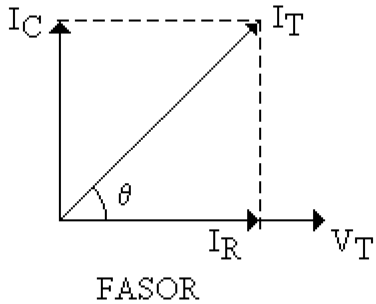


Fasor representando a impedância total (Z) de um circuito RC série.

A defasagem entre R e X_C é de 90º.

4 - CIRCUITO RC EM PARALELO





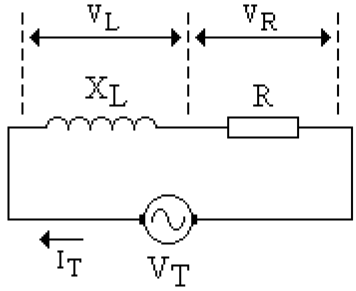
$$I_T = \sqrt{I_R^{\,2} + I_C^{\,2}} \qquad I_R = \frac{V_T}{R} \qquad I_C = \frac{V_T}{X_C}$$

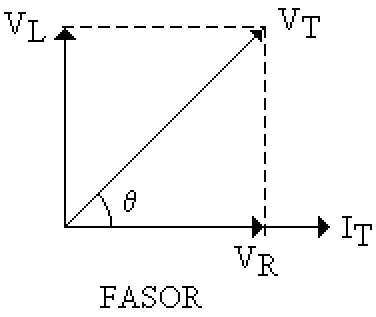
$$\theta = \arctan \frac{I_C}{I_R}$$

$$I_T = \frac{V_T}{Z} \qquad Z = \frac{V_T}{I_T}$$

5 - CIRCUITO RL EM SÉRIE

$$V_T = \sqrt{V_R^{\,2} + V_L^{\,2}} \qquad V_R = R\ .\ I_T \qquad V_L = X_L\ .\ I_T$$

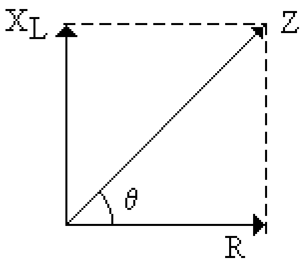




$$\theta = \arctan \frac{V_L}{V_R} \Rightarrow = \frac{X_L}{R}$$

$$X_L = \omega L \text{, onde } \omega = 2\pi f \quad \Rightarrow \quad X_L = 2\pi f L$$

f = frequência em hertz
L = indutância em henry

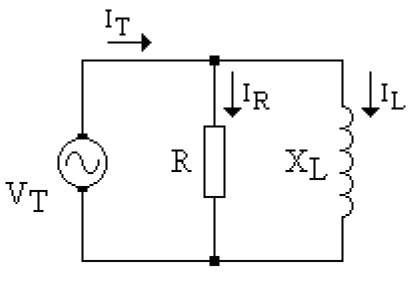


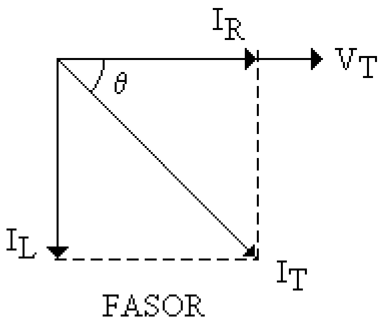
Fasor representando a impedância total (Z) de um circuito RL série.

A defasagem entre R e X_L é de 90º.

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \qquad Z = \frac{V_T}{I_T} \qquad I_T = \frac{V_T}{Z}$$

6 - CIRCUITO RL EM PARALELO



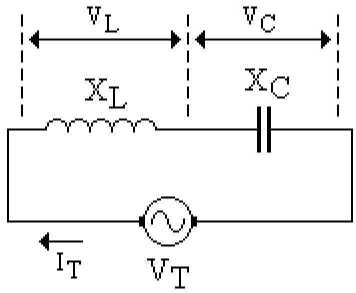


$$I_T = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} \qquad Z = \frac{V_T}{I_T} \qquad I_T = \frac{V_T}{Z}$$

$$\theta = \arctan - \frac{I_L}{I_R}$$

$$Z = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^{\ 2}}} \quad \Rightarrow \quad Z = \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_L}\right)^2}}{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_L}\right)^2}$$

7 - CIRCUITO LC EM SÉRIE

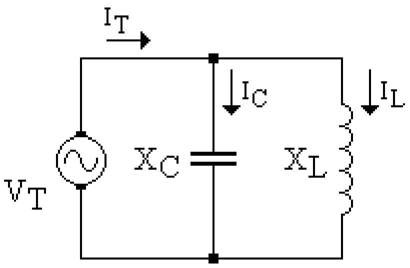


$Z = \sqrt{X_L^{\ 2} - X_C^{\ 2}}$

$X_L - X_C = X$
$X_C - X_L = X$
logo: $Z = X$

$$Z = \frac{V_T}{I_T} \qquad I_T = \frac{V_T}{Z}$$

8 - CIRCUITO LC EM PARALELO



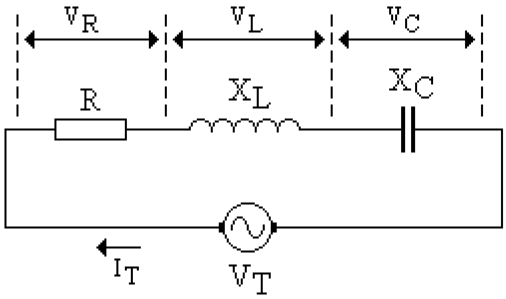
$Z = \dfrac{X_L \cdot (-X_C)}{X_L + (-X_C)}$

- Z ➔ capacitiva
Z ➔ indutiva

$I_T = \sqrt{I_L^{\ 2} + I_C^{\ 2}}$, onde: $I_L = \dfrac{V_T}{X_L}$ e $I_C = \dfrac{V_T}{X_C}$

$$Z = \frac{V_T}{I_T} \qquad I_T = \frac{V_T}{Z}$$

9 - CIRCUITO RLC EM SÉRIE



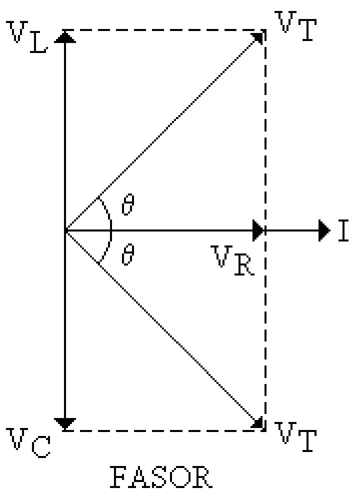
$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

onde:

$X = X_L - X_C$ ou
$X = X_C - X_L$

O fasor para o circuito acima é mostrado a seguir.

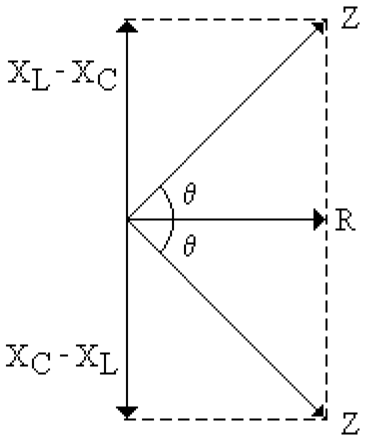
Observe que a defasagem entre as tensões do capacitor e do indutor é de 180º, no entanto, entre estes componentes e o resistor é de 90º.



$V_L = X_L \,.\, I_T$
$V_C = X_C \,.\, I_T$
$V_R = R \,.\, I_T$

$V_T = \sqrt{V_R^{\,2} + V_X^{\,2}}$
onde:
$V_X = V_L - V_C$ ou
$V_X = V_C - V_L$

$$Z = \frac{V_T}{I_T} \Rightarrow I_T = \frac{V_T}{Z}$$



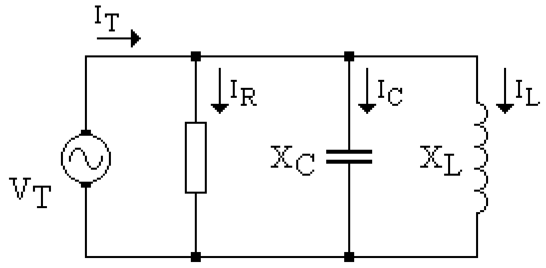
$$\theta = \arctan \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{V_X}{V_R} \Rightarrow (V_L > V_C)$$

$$\theta = \arctan - \frac{V_C - V_L}{V_R} = - \frac{V_X}{V_R} \Rightarrow (V_C > V_L)$$

$$\theta = \arctan \frac{X_L - X_C}{R} \ (X_L > X_C) = \arctan \frac{X}{R}$$

$$\theta = \arctan - \frac{X_C - X_L}{R} \ (X_C > X_L) = - \frac{X}{R}$$

10 - CIRCUITO RLC EM PARALELO



$$I_L = \frac{V_T}{X_L}$$

$$I_C = \frac{V_T}{X_C}$$

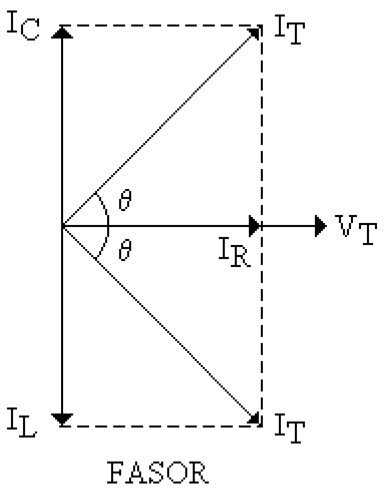
$$I_R = \frac{V_T}{R}$$

$$I_T = \sqrt{I_R^2 + I_X^2} \text{ onde:}$$

$I_X = I_L - I_C$ ou

$I_X = I_C - I_L$

O fasor de um circuito RLC em paralelo é mostrado abaixo, onde prevalecem as correntes I_C , I_L e I_R.



$$\theta = \arctan - \frac{I_L - I_C}{I_R} = - \frac{I_X}{I_R} \ (I_L > I_C)$$

$$\theta = \arctan \frac{I_C - I_L}{I_R} = \frac{I_X}{I_R} \ (I_C > I_L)$$

Calculando a impedância em um circuito paralelo:

$$Z = \frac{x \, . \, y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \text{ onde:}$$

$$x = \frac{X_L \, . (- X_C)}{X_L + (-X_C)}$$

$y = R$

A impedância de um circuito RLC paralelo pode também ser calculada pela fórmula:

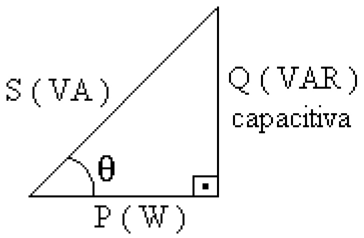
$$Z = \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2}}{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2} \Rightarrow$$

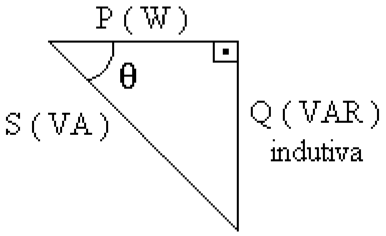
$$Z = \frac{V_T}{I_T} \qquad\qquad I_T = \frac{V_T}{Z}$$

Podemos também calcular θ com as fórmulas: $\theta = \arctan \frac{R}{X}$ e $\theta = \arccos \frac{Z}{R}$

11 - POTÊNCIA EM CIRCUITOS AC

Em circuitos AC existem três potências distintas: *real, reativa e aparente* identificadas respectivamente pelas letras P (W), Q (VAR) e S (VA).



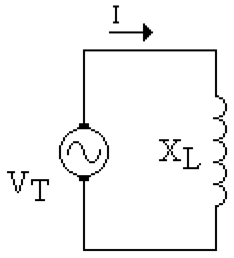


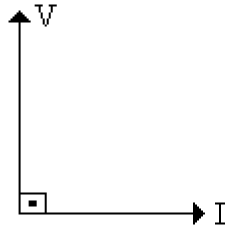
$$P = V \, . \, I \, . \cos\theta = V_R \, . \, I = R \, . \, I^2 \text{ (potência real = W)}$$

$$Q = V \, . \, I \, . \operatorname{sen}\theta \text{ (potência reativa = VAR)}$$

$$S = V \, . \, I \text{ (potência aparente = VA)}$$

CIRCUITO INDUTIVO:

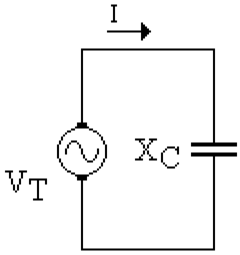


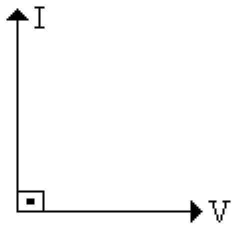


P = VI cosθ
Q = VI senθ
S = VI

cos 90º = 0
sen 90º = 1
∴Q = S (não há potência real)

<u>CIRCUITO CAPACITIVO:</u>





P = VI cosθ
Q = VI senθ
S = VI

cos 90º = 0
sen 90º = 1
∴Q = S (não há potência real)

CONCLUSÃO: Em um capacitor ou indutor a potência reativa é igual a potência aparente.

$$Q = S \;\;\Rightarrow\;\; VAR = VA \;\;\Rightarrow\;\; P = 0$$

<u>12 - FATOR DE POTÊNCIA</u>

$$Fp = \frac{VI \, . \cos\theta}{VI} \qquad Fp = \frac{\text{Potência real}}{\text{Potência aparente}} \qquad Fp = \frac{P}{S}$$

$$Fp = \cos\theta \qquad \theta = \arctan \frac{Q}{P} \qquad Q = P \, . \tan\theta$$

<u>Fator de potência indutivo</u>: motores de indução, indutores, etc.

<u>Fator de potência capacitivo</u>: motores síncronos, banco de capacitores, etc.

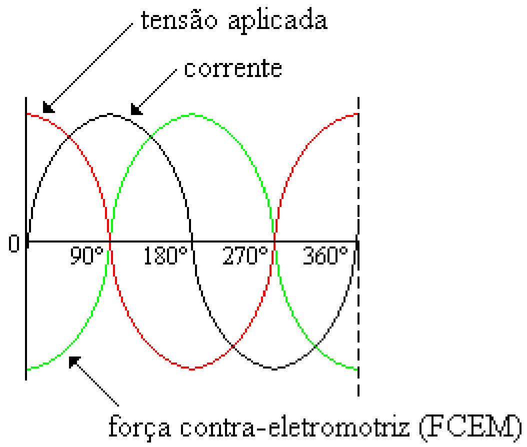
Fator de potência para circuitos paralelos: $Fp = \arccos \frac{I_R}{I_T}$

Fator de potência para circuitos série: $Fp = \arccos \frac{R}{Z}$

<u>RELAÇÕES ENTRE TENSÃO E CORRENTE NUM CIRCUITO AC INDUTIVO</u>

Numa indutância:

a) a tensão aplicada está adiantada 90º em relação à corrente;
b) a FCEM (força contra eletromotriz) está atrasada 90º em relação à corrente;
c) a tensão aplicada à entrada e a FCEM estão 180º defasadas.



CONCLUSÃO: Qualquer circuito AC que contenha apenas indutância apresenta três variáveis importantes: a) *tensão aplicada; b) força contra eletromotriz induzida e c) corrente do circuito.*
FCEM: é a voltagem contrária originada num circuito indutivo pela passagem de uma corrente alternada ou pulsativa.

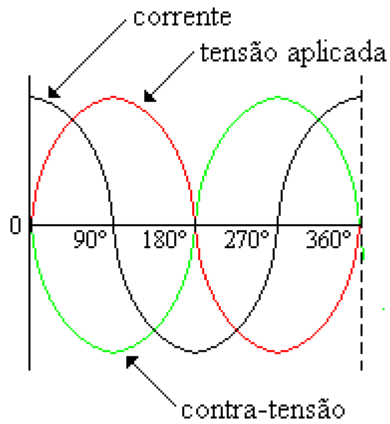
LEI DE LENZ: uma fem (força eletromotriz) produzida pela indução tende a estabelecer uma corrente cujo sentido opõe-se ao campo primitivo que a produziu.

RELAÇÕES ENTRE TENSÃO E CORRENTE NUM CIRCUITO AC CAPACITIVO

A corrente através do capacitor está adiantada em relação à tensão aplicada ao capacitor de 90º.

Conforme ilustra a figura abaixo, a corrente através do capacitor está defasada de 90º tanto em relação à tensão aplicada como em relação à contra-tensão.

Portanto, a corrente está adiantada de 90º em relação à tensão aplicada e atrasada de 90º em relação à contra-tensão.



EFEITOS DA CONTRA-TENSÃO:

- Quando uma fonte de tensão DC é ligada nos extremos de um capacitor, a corrente é máxima quando a tensão da fonte, senoidalmente, começa a crescer a partir do zero, desde que as placas do capacitor estejam neutras (sem carga) e não apresentem forças eletrostáticas opostas.

- Quando a tensão da fonte cresce, as cargas nas placas do capacitor que resultam do fluxo de corrente, aumentam.
- À medida que a carga no capacitor aumenta, resulta numa tensão que se opõe à tensão aplicada, resultando numa diminuição da corrente.
- Quando a tensão da fonte (tensão aplicada) atinge o valor máximo ou valor de pico, o capacitor estará com a máxima carga e máxima tensão apresentando assim uma oposição à tensão aplicada (cargas eletrostáticas opostas), as quais se anulam, resultando então em uma corrente zero.
- Quando a tensão aplicada nos extremos do capacitor começa a decrescer, a carga eletrostática nas placas do capacitor torna-se maior do que o potencial dos terminais da fonte e o capacitor começa a descarregar-se, repetindo assim o processo, porém no sentido inverso.