

Transmissão de Energia Elétrica

Linhas Aéreas

RUBENS DARIO FUCHS

1



LI/021/025

TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

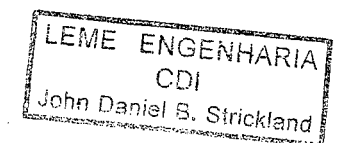
Linhas Aéreas

Teoria das Linhas em Regime
Permanente

Volume 1

ENG. RUBENS DARIO FUCHS

M. Sc., L. D., Professor Titular da
Escola Federal de Engenharia de Itajubá



**LIVROS TÉCNICOS E CIENTÍFICOS EDITORA
ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ**

Proibida a reprodução, mesmo parcial, e por qualquer processo, sem autorização expressa do autor e do editor.

CAPA/ AG Comunicações visual Ltda



(Preparada pelo Centro de Catalogação-na-fonte do SINDICATO NACIONAL DOS EDITORES DE LIVROS, RJ)

Fuchs, Rubens Dario.

F966t Transmissão de energia elétrica: linhas aéreas; teoria das linhas em regime permanente. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos; Itajubá, Escola Federal de Engenharia, 1977.
p. ilustr.

Apêndice: Tabelas
Bibliografia.

1. Distribuição de energia elétrica 2. Energia elétrica 3. Linhas elétricas — Aéreas I. Título II. Título: Teoria das linhas em regime permanente

77-0337

CDD — 621.3192
CDU — 621.315.1

Direitos reservados:
LIVROS TÉCNICOS E CIENTÍFICOS EDITORA S.A.
Avenida Venezuela, 163 — ZC-14
20.000 — Rio de Janeiro, RJ
1977
Impresso no Brasil

À minha querida esposa e filhas

Magda

Cecília Elizabeth

Celina Dária

Célia Inês

Annelise

Danielle

Prefácio

Em 1968 foi publicada um coleção de *Notas de Aula*, preparadas do afogadilho, com o fim único de acompanhamento das preleções da disciplina *Transmissão e Distribuição de Energia Elétrica*, que, nessa época, era introduzida no currículo de graduação do curso de Engenheiros Eletricistas da Escola Federal de Engenharia de Itajubá. Sua repercussão foi imediata, exigindo sucessivas reimpressões, dada a inesperada procura não somente pelos alunos a quem se destinavam, como também, e principalmente, por engenheiros militantes no ramo. Imperfeições e incorreções por certo as havia, e deviam ser sanadas. Originalidade, nenhuma, exceto, talvez, o idioma português.

Durante o processo de revisão e complementação, a idéia de transformá-las em livro foi tomando corpo. O estímulo de colegas foi decisivo. A ambição também cresceu: não bastava um livro-texto para cursos normais de graduação em Engenharia Elétrica. Devia servir também aos cursos de pós-graduação e aos engenheiros no exercício da profissão. Uma edição experimental, feita em 1973, em "multilith", também se esgotou rapidamente, comprovando o interesse pelo assunto.

É, antes de tudo, uma compilação bibliográfica. Porém, em se considerando a escassez de material bibliográfico à disposição de estudantes e engenheiros em geral, terá, sem dúvida alguma, sua utilidade. Informações baseadas na experiência profissional foram incluídas, onde cabível.

A bibliografia de referência consultada está indicada no final de cada capítulo. É variada em suas origens, na presunção de que, estando o Brasil procurando sua própria tecnologia, devemos buscar a composição das boas práticas de qualquer origem, para atingir um ótimo nosso. É também bastante atualizada.

O tratamento dado aos diversos tópicos é aquele que se poderia chamar de clássico, procurando-se, dentro do possível, a generalização dos processos de enfoque de problemas de mesma natureza. Processos gráficos de cálculo e análise das condições de operação das linhas foram empregados por sua natureza *fotográfica*. A análise qualitativa dos fenômenos merece especial destaque.

Se bem que seria desejável, não foi possível estabelecer linhas divisórias nítidas, visando a uma limitação na extensão com que os diversos tópicos deveriam ser tratados em cursos de graduação e quais as partes que deveriam ser conservadas nos cursos de pós-graduação como base de programa. Nestes, os conhecimentos na profundidade desejada raramente saem dos livros-texto, e sim de artigos e obras especializadas, de estudo e interpretação obrigatória.

Aparentemente, espaço demais foi dedicado à análise da operação das linhas através da teoria das ondas, pois para a maioria dos problemas de ordem prática, a análise de seu comportamento pela teoria dos circuitos elétricos é suficiente e leva aos mesmos resultados numéricos. Mas, em geral, não os explica nem os justifica, o que é inadmissível em Engenharia. E problemas há em que somente um profundo conhecimento dessa teoria permite alcançar resultados satisfatórios. Este é, por exemplo, o caso do estudo das linhas extra longas que, possivelmente, deverão ser implantadas para um melhor aproveitamento do potencial energético da bacia amazônica.

O estudo das indutâncias e capacitâncias, através dos coeficientes de campo e de potencial, foi adotado por apresentarem maiores recursos e flexibilidade para um tratamento generalizado, sendo o conceito das Distâncias Médias Geométricas introduzido no final, para permitir o uso das clássicas tabelas de reatâncias em cálculos práticos.

No final do texto, em forma de apêndices, foram incluídas tabelas consideradas úteis, destacando-se as tabelas de características físicas, mecânicas e elétricas de condutores padronizados, todas convertidas ao sistema métrico. Incluíram-se também tabelas de reatâncias indutivas e capacitivas unitárias, elaboradas no Centro de Processamento de Dados da EFEI, com auxílio do computador digital, para cabos múltiplos de 2, 3, 4 e 6 subcondutores e diversos espaçamentos padronizados.

Como o estudante de hoje, desde o seu primeiro semestre nas Escolas de Engenharia, já é treinado para o uso dos computadores, tanto digitais como analógicos, como o era no uso da régua de cálculo, foi omitida a solução de problemas nesses tipos de máquinas ou a apresentação de programas, na suposição de que, quando esta matéria lhe for apresentada, já no final de seu curso, esteja em condições de escrever seus próprios programas. No tratamento matemático, cuidou-se da formulação que facilitasse o uso desses recursos de cálculo. Considerando que os resultados obtidos por processos de cálculo em computadores que hoje tendem a requintes de sofisticação são apenas tão possíveis de confiança quanto os dados de entrada, observações nesse sentido são feitas onde se faz necessário.

No final dos capítulos, em que se julgou conveniente, incluiu-se uma série de exercícios típicos resolvidos e outros por resolver, usando-se, freqüentemente, características aproximadas de linhas reais existentes no Brasil, a fim de familiarizar o estudante com as mesmas.

Um trabalho como este não poderia ser completado sem a colaboração de muitos. Por certo pecaria por omissão numa tentativa de relacionar tantos que tornaram esta obra viável. Sou, pois, profundamente grato a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram com seu trabalho, críticas, sugestões e estímulo para sua concretização.

Escola Federal de Engenharia de Itajubá
Julho de 1977

Rubens Dario Fuchs

Simbologia e Abreviações

Símbolos

a
 a_{ij}
 a_{ij}
 $[a]$
 $[A]$
 A
 \hat{A}
 $[\hat{A}]$
 b
 b_{ij}
 b_{ij}
 B
 $[B]$
 \hat{B}
 $[\hat{B}]$
 C
 C_{io}
 C_{ij}
 C_a, C_b, C_c
 C_s
 C_{11}
 C_{22}
 C_{00}

Significado

Operador $e^{j120^\circ} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$
Coeficientes de potencial (de Maxwell) próprios
Coeficientes de potencial (de Maxwell) mútuos
Matriz de transformação das componentes simétricas
Matriz de coeficientes de potencial (de Maxwell)
Ampères (abr.)
Constante generalizada dos quadripolos
Matriz da constante \hat{A} de uma linha trifásica
Susceptância capacitiva, pressão barométrica
Susceptância capacitiva própria
Susceptância capacitiva mútua
Densidade de campo magnético ou indução magnética
Matriz das susceptâncias capacitivas
Constante generalizada dos quadripolos
Matriz da constante \hat{B} de uma linha trifásica
Capacitância por unidade de comprimento. Coulomb (abr.)
Capacitância parcial entre condutor e solo
Capacitância parcial entre condutores
Capacitâncias aparentes das fases a, b e c
Capacitância de serviço
Capacitância de seqüência positiva
Capacitância de seqüência negativa
Capacitância de seqüência nula

$C_{12}, C_{21}, C_{10}, C_{01}, C_{20}, C_{02}$
[C]
$[C_{eq}]$
\dot{C}
$[\dot{C}]$
d
d_{eq}
d_{ij}
D
D_{ij}
D_{SL}
DMG
D_m
D_{m_i}
D_l
D_{ll}
\dot{D}
$[\dot{D}]$
e
E
E_{CRV}
f
f_{ii}
f_{ij}
[F]
F
g
G
[G]
G_{ij}
G
$ G $
h
h_i
h_m

Capacitância entre circuitos seqüenciais
Matriz das capacitâncias
Matriz das capacitâncias da linha trifásica, sem cabos pára-raios equivalente
Constante generalizada dos quadripolos
Matriz da constante \dot{C} de uma linha trifásica
Diâmetro dos condutores
Diâmetro de um condutor cilíndrico equivalente a um condutor múltiplo de mesmo gradiente
Distância entre condutores i e j
Densidade de fluxo elétrico. Determinante de uma matriz
Distância do condutor i e a imagem do condutor j
Raio médio geométrico dos condutores múltiplos
Distância média geométrica
Distância média geométrica entre fases de um mesmo circuito
Distância média geométrica entre condutores e imagens dos condutores vizinhos
Distância média geométrica entre condutores de circuitos paralelos, de mesma fase
Distância média geométrica entre condutores de circuitos paralelos, de fases diferentes
Constante generalizada dos quadripolos
Matriz da constante \dot{D} de uma linha trifásica
Número-base dos logaritmos naturais = 2,71828...
Gradiente de potencial, intensidade de campo elétrico.
Energia
Gradiente crítico visual (de Peek)
Frequência
Coefficientes de campo magnético próprios
Coefficientes de campo magnético mútuos
Matriz das indutâncias de um sistema de condutores farad (abr.)
Condutância por unidade de comprimento
Condutância total de uma linha
Matriz das condutâncias de n condutores
Co-fator de uma matriz
10^9 (GIGA)
Valor em "por unidade" de uma grandeza G
Altitude, horas
Altura média do condutor genérico i sobre o solo
Altura média geométrica dos condutores sobre o solo

H
H_i
H
Hz
i
l
i_a, i_b, i_c, \dots
$[i]$
$I_m(\dot{C})$
j
J
K
kA
km
kV
kVA
kVAr
kW
l
L
m
m
m
M
MVA
MVAr
MW
n, N
\dot{N}
p
P
P_i
pu
q, Q
Q
r
r_{eq}
R
RMG
$R_e(\dot{C})$

Intensidade de campo magnético
Altura de fixação de um condutor genérico
Henry (abr.)
Hertz (abr.)
Corrente elétrica – valor instantâneo, condutor genérico
Corrente elétrica – módulo
Fasores das correntes nas fases a, b, c, \dots
Vetor de correntes
Parte imaginária de um complexo \dot{C}
Condutor genérico, ou operador
Joule (abr.)
Constantes de proporcionalidade, quilo (abr.)
$10^3 \cdot A$
$10^3 \cdot m$
$10^3 \cdot V$
$10^3 \cdot VA$
$10^3 \cdot VAr$
$10^3 \cdot W$
Comprimento
Indutância
Coefficiente de superfície dos condutores
Metro (abr.)
Número de elementos
Mega – 10^6
$10^6 \cdot VA$
$10^6 \cdot VAr$
$10^6 \cdot W$
Número de elementos, potência aparente
Potência complexa
Operador
Potência ativa
Circuito equivalente de linha
Por unidade
Carga elétrica
Potência reativa
Raio de um condutor, resistência elétrica por unidade de comprimento de um condutor
Raio de um condutor cilíndrico equivalente a um condutor múltiplo de mesmo gradiente
Raio do círculo que passa pelo centro dos subcondutores em um condutor múltiplo. Resistência elétrica total de um condutor.
Raio Médio Geométrico
Parte real de um complexo \dot{C}

t	Tempo, temperatura em °C
T	Período, temperatura em °K
T_{ee}	Circuito equivalente de linha
u	Valor instantâneo da tensão
U	Tensão entre fase e neutro (módulo)
\dot{U}	Fasor de tensão
U_{Δ}	Tensão entre fases (módulo)
$[\dot{U}]$	Vetor de tensões
v	Velocidade ou celeridade de propagação
V	Volt (abr.)
W	Watt (abr.)
x	Deslocamento, distância genérica
x_L	Reatância indutiva por unidade de comprimento
x_C	Reatância capacitiva em uma unidade de comprimento
x'_L	Reatância indutiva em ohm/km para espaçamento de 1 m
x'_C	Reatância capacitiva em Mohm · km para espaçamento de 1 m
x''_L	Fator de espaçamento indutivo
x''_C	Fator de espaçamento capacitivo
x'''_L	Fator indutivo de acoplamento mútuo entre dois circuitos
x'''_C	Fator capacitivo de acoplamento mútuo entre dois circuitos
X_L	Reatância indutiva total
X_C	Reatância capacitiva total
$X_{L_{00}}$	Reatância indutiva de seqüência nula
$X_{L_{11}}$	Reatância indutiva de seqüência positiva
$X_{L_{22}}$	Reatância indutiva de seqüência negativa
Y	Admitância por unidade de comprimento
Y	Admitância total
Z	Impedância por unidade de comprimento
Z	Impedância total
Z_c	Impedância característica
Z_0	Impedância natural ou impedância de surtos
Z_{00}	Impedância de seqüência nula
Z_{11}	Impedância de seqüência positiva
Z_{22}	Impedância de seqüência negativa
α	Função de atenuação, ângulo
α_t	Coefficiente de aumento de resistência com a temperatura
β	Função de fase
β_f	Ângulos

$\dot{\gamma}$	Função de propagação
δ	Densidade relativa do ar, coeficiente de desuniformidade
Δ	Variação incremental
ϵ	Permissividade do meio
ϵ_0	Permissividade do vácuo = $8,859 \cdot 10^{-12}$ [A·s/V·m]
ϵ_r	Permissividade relativa do meio
θ	Ângulo de potência da linha
$[\lambda_j]$	Vetor de transformação
μ	Constante de permeabilidade magnética
μ_0	Constante de permeabilidade do vácuo = $4\pi \cdot 10^{-7}$ $\left[\frac{V \cdot s}{A \cdot m} \right]$
μ_r	Constante de permeabilidade relativa
π	Pi = 3,14159 . . .
ρ	Resistividade elétrica
ψ	Ângulo de fator de potência
ϕ	Fluxo magnético, ângulo do fator de potência
ω	Freqüência angular
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
AIEE	American Institute of Electrical Engineers
EdeF	Electricité de France
EHV	Equipe de projeto Extra High Voltage Research Program General Electric – Edison Institute
IEE	The Institute of Electrical Engineers – Londres
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
CEMIG	Centrais Elétricas de Minas Gerais S. A.
CESP	Centrais Elétricas de São Paulo S. A.
CHESF	Cia. Hidroelétrica do São Francisco S. A.
FURNAS	Centrais Elétricas de Furnas S. A.
CPFL	Companhia Paulista de Força e Luz S. A.

Sumário

1 – Transporte de Energia e Linhas de Transmissão,	1
1.1 – <i>Introdução,</i>	1
1.2 – <i>Sistemas elétricos – Estrutura básica,</i>	3
1.3 – <i>Evolução histórica e perspectivas futuras,</i>	8
1.3.1 – <i>Geral,</i>	8
1.3.2 – <i>No Brasil,</i>	10
1.4 – <i>Tensões de transmissão – Padronização,</i>	13
1.5 – <i>Bibliografia,</i>	14
2 – Características Físicas das Linhas Aéreas de Transmissão,	15
2.1 – <i>Introdução,</i>	15
2.2 – <i>Cabos condutores,</i>	15
2.2.1 – <i>Condutores padronizados,</i>	17
2.2.1.1 – <i>Padronização brasileira,</i>	18
2.3 – <i>Isoladores e ferramentas,</i>	24
2.3.1 – <i>Tipos de isoladores,</i>	26
2.3.2 – <i>Características dos isoladores de suspensão,</i>	31
2.3.2.1 – <i>Distribuição de potenciais em isoladores e cadeias de isoladores,</i>	32
2.3.3 – <i>Ferragens e acessórios,</i>	36
2.3.3.1 – <i>Cadeias de suspensão,</i>	37
2.4 – <i>Estruturas das linhas de transmissão,</i>	39
2.4.1 – <i>Disposições dos condutores,</i>	40

2.4.2 – Dimensões das estruturas,	42
2.4.3 – Classificação das estruturas das linhas de transmissão,	43
2.4.3.1 – Funções das estruturas nas linhas,	43
2.4.3.2 – Forma de resistir das estruturas,	44
2.4.3.3 – Materiais para estruturas,	47
2.5 – Cabos pára-raios,	50
2.6 – Bibliografia,	51
<hr/>	
3 – Teoria da Transmissão da Energia Elétrica,	53
<hr/>	
3.1 – Introdução,	53
3.2 – Análise qualitativa,	54
3.2.1 – O fenômeno da energização da linha	54
3.2.2 – Relações de energia,	59
3.2.3 – Ondas viajantes,	64
3.3 – Análise matemática,	69
3.3.1 – Equações diferenciais das linhas de transmissão,	69
3.3.2 – Solução das equações diferenciais no domínio da frequência: Linha da corrente alternada em regime permanente,	72
3.3.2.1 – Interpretação das equações das linhas,	74
3.3.2.2 – Linha em curto-circuito permanente,	86
3.3.2.3 – Operação das linhas sob-carga,	88
3.4 – Considerações gerais,	96
3.5 – Exercícios,	96
3.6 – Bibliografia,	113
<hr/>	
4 – Cálculo Prático das Linhas de Transmissão,	115
<hr/>	
4.1 – Considerações gerais,	114
4.2 – Relações entre tensões e correntes,	115
4.2.1 – Linhas curtas,	118
4.2.2 – Linhas médias,	120
4.3 – Linhas de transmissão como quadripolos,	125
4.3.1 – Interpretação do significado das constantes das linhas de transmissão,	129
4.3.2 – Medida direta das constantes das linhas de transmissão,	131
4.3.3 – Quadripolos representativos de outros componentes dos sistemas de potência,	133

4.3.4 – Constantes generalizadas de associações de quadripolos	137
4.3.5 – Linha artificial,	141
4.4 – Relações de potência nas linhas de transmissão,	142
4.4.1 – Relações de potências no receptor,	143
4.4.2 – Relações de potências no transmissor,	146
4.4.3 – Perdas de potência e rendimento,	147
4.4.4 – Emprego de grandezas relativas,	149
4.5 – Modelos matemáticos de linhas trifásicas,	151
4.6 – Exercícios,	153
4.7 – Bibliografia,	177
<hr/>	
5 – Processos Gráficos de Cálculo das Linhas de Transmissão,	179
<hr/>	
5.1 – Introdução,	179
5.2 – Diagrama D'Escanglon das correntes e tensões,	180
5.3 – Diagramas circulares,	185
5.3.1 – Diagramas circulares das potências,	185
5.3.1.1 – Diagrama do transmissor,	186
5.3.1.2 – Diagrama do receptor,	187
5.3.1.3 – Diagrama completo,	188
5.3.2 – Diagrama universal das potências [9, 10]	194
5.3.3 – Diagramas circulares das perdas,	200
5.3.4 – Outros processos gráficos,	207
5.4 – Exercícios,	207
5.5 – Bibliografia,	220
<hr/>	
6 – Operação das Linhas ou Regime Permanente,	221
<hr/>	
6.1 – Introdução,	221
6.2 – Modo de operação das linhas de transmissão,	221
6.2.1 – Linha entre central geradora e carga passiva,	222
6.2.1.1 – Operação com tensão constante no transmissor,	226
6.2.2 – Linha de transmissão ligando uma central geradora e um grande sistema,	228
6.2.3 – Linha de interligação de sistemas,	232
6.2.4 – Linha de interligação entre dois pontos de um mesmo sistema,	232

6.3 — Meios de controlar tensões e ângulos de uma linha. Compensação das linhas,	233
6.3.1 — Regulação do fator de potência,	233
6.4 — Compensação das linhas de transmissão,	237
6.4.1 — Compensação em derivação,	238
6.4.2 — Compensação-Série,	241
6.5 — Variação artificial do comprimento das linhas,	246
6.5.1 — Linha com compensação total,	247
6.5.2 — Compensação para transmissão em meia onda,	248
6.6 — Limites térmicos de capacidade de transporte,	252
6.6.1 — Equilíbrio térmico de um condutor,	253
6.7 — Exercícios,	255

Transporte de Energia Elétrica e Linhas de Transmissão

1.1 — INTRODUÇÃO

Economistas modernos, ao analisarem o grau de desenvolvimento de um país, baseiam-se freqüentemente no consumo *per capita* de energia elétrica e no índice de crescimento desse consumo, dada a sua ligação direta com a produção industrial e o poder aquisitivo da população, que cresce com o mesmo. Aumentar constantemente as potências disponíveis nos sistemas elétricos tornou-se, pois, uma necessidade. Um regime de deficit energético representa poderoso freio a esse desenvolvimento.

As características peculiares de produção e distribuição de energia elétrica, cujo fornecimento é considerado um *serviço público* e, portanto, sujeito ao regime de concessão por parte dos poderes públicos, pressupõem regimes de exclusividade em cada região — estando, na maioria dos países, sob severa fiscalização, quando não parcial ou inteiramente nas mãos dos próprios poderes públicos. O consumo da energia elétrica está diretamente relacionado com o seu preço de venda; é, pois, de toda conveniência mantê-lo ao menor nível possível, mesmo com sacrifício da rentabilidade dos investimentos que, se feitos em outras atividades, trariam maiores lucros. A menor rentabilidade, no entanto, é normalmente compensada pelo risco quase inexistente. Tarifas realistas asseguram cobertura ao custo de produção, retorno e remuneração razoável ao investimento realizado. Esses fatores fizeram com que a indústria da energia elétrica, nos países mais desenvolvidos, se tornasse uma das mais eficientes no tocante aos custos de produção e despesas com transportes e distribuição.

As fontes convencionais de energia primária para a produção de energia elétrica em sistemas comerciais são, atualmente:

A — energia hidráulica:

a — rios;

b — mares;

B — energia térmica convencional:

a — combustíveis sólidos;

— hulha;

— antracita;

— turfa;

b — combustíveis líquidos e gasosos;

— derivados do petróleo;

— gás natural;

C — energia termonuclear;

D — energia geotérmica.

Qualquer que seja a forma da energia primária, o custo de produção da energia elétrica diminui consideravelmente com o aumento da potência das centrais de geração, principalmente no caso das usinas térmicas, convencionais ou nucleares.

Para a realização de um aproveitamento hidroelétrico de forma econômica, condições locais especiais devem existir. Essas condições ocorrem aleatoriamente na natureza, em geral longe dos grandes centros de consumo. Surge, pois, a necessidade do transporte da energia elétrica, através de distâncias nem sempre pequenas. Observa-se inclusive que à medida que os locais aproveitáveis vão sendo desenvolvidos, novos locais aproveitáveis vão se tornando cada vez mais remotos, implicando maiores problemas com o transporte da energia.

De um modo geral, o custo do transporte aumenta com a distância a ser vencida e diminui com a quantidade de energia a ser transportada. Qualquer estudo de viabilidade econômica de um aproveitamento hidroelétrico deverá equacionar custo de produção e custo de transporte da energia produzida.

O mesmo acontece com relação à energia geotérmica, cuja transformação só é realizável nos locais em que há condições favoráveis à sua captação, e estes se restringem a algumas áreas de alguns países.

O problema da localização das centrais térmicas convencionais se apresenta de uma forma bem mais complexa, pois existe a opção entre o transporte da energia primária e o transporte da energia elétrica. Sua instalação é menos dependente de condições naturais, e locais adequados podem, de um modo geral, ser encontrados nas proximidades de centros

de consumo, mesmo com limitações de ordem de conservação do meio ambiental. Combustíveis líquidos e gasosos podem ser transportados com relativa facilidade por oleodutos e gasodutos e o custo do transporte dessa forma de energia é competitivo com o custo do transporte da energia elétrica. No caso dos combustíveis sólidos, um equacionamento econômico pode aconselhar a instalação das centrais junto às jazidas desses combustíveis — centrais de boca de mina — transportando-se a energia elétrica aí produzida. É o caso das centrais termoeletricas de Figueira, Capivari e Candiota, no Sul do Brasil.

As centrais termonucleares não apresentam maiores problemas de transporte de energia primária, porém considerações de segurança e, principalmente, de ordem psicológica, têm aconselhado sua localização em pontos mais distantes de zonas densamente povoadas, portanto, dos centros de maior consumo.

Os modernos sistemas de energia elétrica dependem, pois, grandemente das facilidades para o transporte a granel dessa energia, que é feito através das linhas de transmissão, ou eletrodutos.

1.2 — SISTEMAS ELÉTRICOS — ESTRUTURA BÁSICA

Os modernos sistemas de energia elétrica possuem uma estrutura baseada em organização vertical e numa organização horizontal, como mostra o diagrama de blocos da Fig. 1.1.

Na organização vertical de um sistema elétrico distinguimos geralmente cinco níveis:

a — rede de distribuição;

b — rede de subtransmissão;

c — rede de transmissão;

d — linhas de interligação, que conectam um número de sistemas em um pool;

e — geração ou produção.

Horizontalmente, cada camada ou nível se divide em um número de subsistemas que, a princípio, são isolados eletricamente (em geral, também geograficamente) dos subsistemas vizinhos de mesmo nível, sendo ligados entre si apenas através dos sistemas de nível mais elevado. Em estágios mais avançados dos sistemas, a fim de aumentar a flexibilidade de operação em condições de emergência, poderão ser usadas interligações horizontais.

Essas divisões principais são geralmente identificáveis, se bem que, em alguns casos, as linhas divisórias não resultam muito claras, por peculiaridades locais dos sistemas individuais.

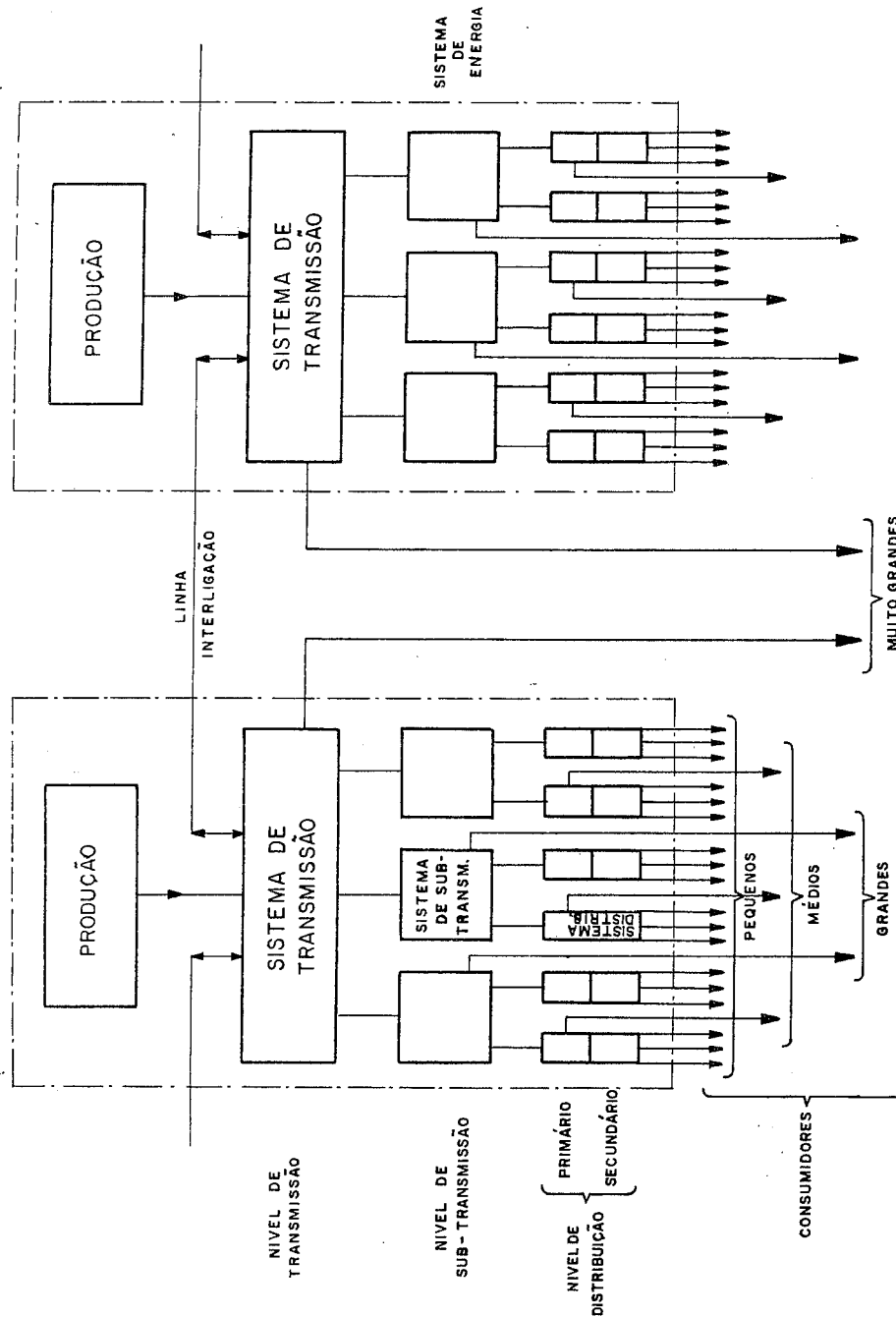


Fig. 1.1 — Estrutura básica de um sistema interligado.

A integração dos sistemas regionais e mesmo nacionais, pela interligação dos sistemas isolados, é considerada hoje indispensável, apontando-se principalmente:

a — a possibilidade de intercâmbio de energia entre os diversos sistemas de acordo com as disponibilidades e necessidades diferenciadas. Nesse caso, o excesso de energia disponível em um dos sistemas em certas épocas do ano é absorvido pelo outro que se encontra transitoriamente com escassez, que a devolverá em seguida, quando se inverter a situação de disponibilidade hídrica;

b — a possibilidade de se construírem centrais maiores e mais eficientes que seria economicamente viável em cada sistema, isoladamente;

c — aumento da capacidade de reserva global das instalações de geração para casos de acidentes em alguma central dos sistemas componentes;

d — aumento da confiabilidade de abastecimento em situações anormais ou de emergência;

e — possibilidade de um despacho de carga único e mais eficiente, com alto grau de automatização e otimização;

f — possibilidade de manutenção de um órgão de planejamento de alta categoria, em conjunto com rateio de despesas e, conseqüentemente, menor incidência sobre os custos de cada sistema.

O transporte da energia é realizado em todos os níveis, diferenciando-se pelas tensões e quantidades de energia que cada um de seus elementos básicos transporta. Os elementos-base, responsáveis pelo transporte que poderiam, genericamente, ser chamados eletrodutos, são representados por linhas aéreas ou cabos, subterrâneos ou submarinos. Suas designações particulares distinguem o nível a que pertencem.

A — Linhas de transmissão — São linhas que operam com as tensões mais elevadas do sistema, tendo como função principal o transporte da energia entre centros de produção e centros de consumo, como também a interligação de centros de produção e mesmo sistemas independentes. Em geral, são determinadas em subestações abaixadoras regionais, onde a tensão é reduzida de nível para o início da distribuição a granel pelas linhas de subtransmissão. Em um mesmo sistema pode haver, e em geral há, linhas de transmissão em dois ou mais níveis de tensão.

B — Linhas de subtransmissão — Normalmente operam em tensões inferiores àquelas dos sistemas de transmissão, não sendo, no entanto, incomum operarem com uma tensão também existente nestes.

Sua função é de distribuição a granel da energia transportada pelas linhas de transmissão. Nascem nos barramentos das subestações regionais e terminam em subestações abaixadoras locais. Das subestações regionais, em geral, saem diversas linhas de subtransmissão tomando rumos diversos. Em um sistema é possível haver também dois ou mais

níveis de tensões de subtransmissão, como ainda um subnível de subtransmissão, como mostra a Fig. 1.2.

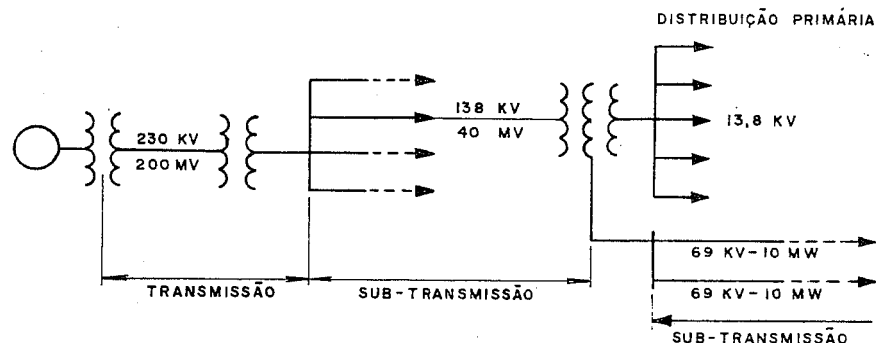


Fig. 1.2 — Sistema de energia elétrica com dois níveis de subtransmissão.

C — Linhas de distribuição primárias — São linhas de tensões suficientemente baixas para ocuparem vias públicas e suficientemente elevadas para assegurarem boa regulação, mesmo para potências razoáveis. Às vezes desempenham o papel de linhas de subtransmissão em pontes de sistemas.

D — Linhas de distribuição secundárias — Operam com as tensões mais baixas do sistema e em geral seu comprimento não excede 200 a 300 m. Sua tensão é apropriada para uso direto em máquinas, aparelhos e lâmpadas. No Brasil estão em uso os sistemas 220/127 V (entre fases e entre fases e neutro) e o sistema 380/220 V, deriváveis de sistemas trifásicos com neutro, e o sistema 220/110 V, derivável de sistemas monofásicos. Para regiões em que a energia elétrica está sendo introduzida, recomenda-se a tensão 380/220 V.

Sob o ponto de vista físico e elétrico, as linhas de transmissão e de subtransmissão se confundem, e os métodos de cálculo são os mesmos. No sistema de São Paulo Light S.A., as linhas de 88 kV da Usina Hidroelétrica de Itupararanga ou da primeira etapa da Usina de Cubatão são linhas típicas de transmissão, o que não impede que a mesma empresa tenha desenvolvido seu sistema de subtransmissão nessa mesma tensão, empregando, inclusive, estruturas de mesmo tipo daquele usado nas primeiras.

Em algumas empresas, as linhas de subtransmissão ficam sujeitas aos seus departamentos de distribuição, que as planejam, projetam, constroem e operam. Em outras empresas elas estão a cargo dos departamentos encarregados das linhas e subestações. É um problema de organização administrativa.

No presente trabalho não faremos distinções, empregando o termo *linhas de transmissão* de maneira genérica, independentemente de sua função no sistema.

Seja no caso do transporte da energia das centrais aos centros de consumo, seja no caso de transporte entre sistemas, as instalações necessárias para tanto assumem importância fundamental dentro dos sistemas elétricos, também em termos econômicos, o que pode ser avaliado pela parcela considerável (de 25 a 30%) dos investimentos da indústria da energia elétrica. A Fig. 1.3 mostra a distribuição relativa dos investimentos programados no setor de energia elétrica no Brasil durante o quadriênio 1970/1973 (1)*.

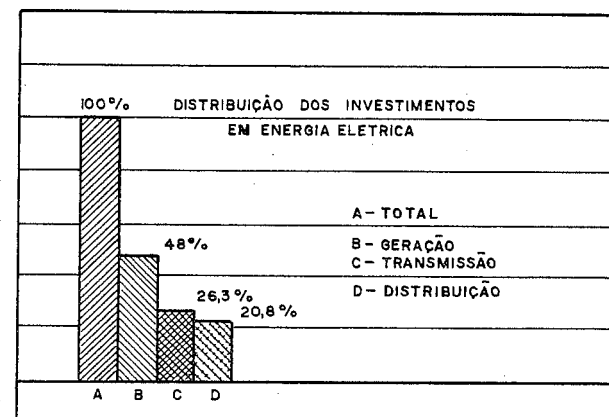


Fig. 1.3 — Distribuição relativa de investimentos para energia elétrica no Brasil — 1970/1973(1).

É evidente que investimentos desse vulto exigem um planejamento pormenorizado e cuidadoso em seus dois aspectos principais:

A — econômico — a fim de garantir que o dinheiro investido realmente *comprou* o mais conveniente, assegurando ao investidor a necessária rentabilidade e, ao consumidor, tarifas baixas;

B — técnico — um sistema de energia elétrica moderno deve oferecer aos consumidores de energia a segurança de um fornecimento de alta qualidade, exigindo-se em geral:

a — serviço contínuo, com um mínimo de interrupções, programadas ou não;

b — fornecimento de energia em frequência e tensões uniformes e constantes, isentas de flutuações;

c — atendimento de quaisquer demandas instantâneas exigidas pelas instalações cadastradas dos consumidores;

* Os números que aparecem entre parêntesis referem-se à bibliografia mencionada no final de cada capítulo.

d — capacidade de, a qualquer momento, atender ao aumento de demandas dos atuais consumidores e de novos pedidos de ligação.

Esses dois aspectos se inter-relacionam intimamente e não devem ser divorciados no estudo de qualquer instalação nova ou ampliação ou reformulação das existentes.

Os sistemas de transmissão, apesar de absorverem parcelas tão ponderáveis do investimento total, são também, pela sua própria natureza, as partes dos sistemas mais vulneráveis. Verificou-se que cerca de 80% das interrupções acidentais no fornecimento da energia são originados nas linhas de transmissão, ou provocados por elas. No entanto, o emprego das soluções mais caras nem sempre garante o melhor desempenho: uma linha em estruturas de madeira bem projetadas tem condições de desempenhar melhor do que uma linha com estruturas de aço face às descargas atmosféricas, se ambas usarem o mesmo número de isoladores e o mesmo grau de cobertura pelos cabos pára-raios. E seu custo é consideravelmente menor.

1.3 — EVOLUÇÃO HISTÓRICA E PERSPECTIVAS FUTURAS

1.3.1 — Geral

Somente no terceiro quartil do século passado é que foi possível, graças aos trabalhos de cientistas como Siemens, Gramme e Pacinotti, a produção de energia elétrica em quantidades razoáveis a partir da energia mecânica, pois deve-se aos mesmos o desenvolvimento da máquina dinamoelétrica. Somente em 1879-1880, porém, com a invenção da lâmpada incandescente por Thomas A. Edison, é que a energia elétrica teve seu grande impulso. A partir de 1882, quando foi inaugurada a central elétrica de Pearl, pelo mesmo Edison, fornecendo iluminação pública e energia para motores em parte da cidade de Nova Iorque, começaram a surgir os primeiros sistemas comerciais de eletricidade, em diversos países do mundo. Com eles também tiveram início problemas com o transporte e a distribuição da energia elétrica, então gerada e consumida em corrente contínua. A expansão dos sistemas incipientes e o uso da energia hidráulica eram tolhidos pelos fenômenos da queda de tensão e das perdas por efeito Joule. Condutores de secções maiores eram exigidos a ponto de se tornar desinteressante qualquer nova extensão, sendo necessário construir novas centrais, relativamente próximas umas das outras. O grande potencial hidroelétrico ficava fora de alcance, pois a energia era consumida na tensão em que era produzida, não havendo solução imediata à vista para os sistemas de correntes contínuas.

Por volta de 1884/1885 foi inventado o transformador, que permitia elevar e abaixar a tensão, com grande rendimento, desde que a energia fosse em corrente alternada. Nessas condições, o problema de transmissão em tensões mais elevadas, portanto com menos perda de energia, estava resolvido. Para fins de iluminação não havia maiores inconvenientes

e se realizaram algumas instalações, mesmo porque também os geradores se tornavam mais simples. Datam desse período duas realizações notáveis para a época:

1886 — linha monofásica com 29,5 km na Itália, conduzindo 2700 HP para Roma;

1888 — linha de 11000 V, trifásica, com um comprimento de 180 km, na Alemanha.

A invenção, entre 1885 e 1888, dos motores a indução, devida a Ferraris e Tesla, deu novo impulso aos sistemas de correntes alternada em detrimento dos sistemas de corrente contínua, que foram, pouco a pouco, sendo substituídos, apesar de este último sistema ter continuado a ter ferrenhos defensores: havia aplicações nas quais a corrente contínua não podia ser substituída pela corrente alternada, como no caso de processos eletrolíticos, aplicações de motores que exigem velocidade variável, como na tração elétrica, laminações siderúrgicas etc. As vantagens da corrente alternada, seja na geração e no transporte, seja, principalmente, na distribuição e utilização, foram preponderantes e os sistemas cresceram continuamente.

Mais e mais energia elétrica passou a ser utilizada, crescendo continuamente as potências das centrais elétricas; os novos locais que favoreciam aproveitamento hidroelétricos tornavam-se cada vez mais remotos, exigindo tensões sempre mais elevadas e linhas mais longas, avolumando-se os problemas. Assim é que, por volta de 1903, a tensão de 60 kV era atingida; em 1910, 110 kV e, em 1913, 150 kV. Por volta de 1922 entrou em operação a primeira linha de 230 kV; em 1936, uma linha de 287 kV. Esta somente foi suplantada em 1950, com a entrada em serviço de uma linha de cerca de 1000 km de comprimento e tensão de 400 kV na Suécia. Por volta de 1955 se construíam as primeiras linhas em 345 kV nos Estados Unidos, onde se iniciaram estudos e experiências, visando à implantação de linhas de 500 kV. A primeira linha nessa tensão foi construída em 1962.

Entre 1964 e 1967, no Canadá, foram projetadas e construídas as primeiras linhas de 735 kV, mais recentemente, também nos Estados Unidos, surgiram aquelas que, no momento, são as de tensão mais elevada em corrente alternada existentes no mundo.

Essa evolução, evidentemente, é uma conseqüência do crescimento da demanda de energia elétrica e da extensão dos sistemas. O aumento crescente do número de centrais e linhas em um mesmo sistema de corrente alternada começou, desde cedo, a trazer problemas com a sua operação, e logo se verificou que muitos desses problemas poderiam ser evitados pela transmissão em corrente contínua, hoje viável nas tensões necessárias.

No momento, tanto nos Estados Unidos como na Europa e Japão, ao lado dos trabalhos para a melhoria e desenvolvimento dos sistemas de corrente contínua, está-se procurando resolver os problemas relacionados com a fabricação de equipamento e a operação de sistema de

1 000/1 100 kV, vislumbrando-se hoje a possibilidade de sistemas em 1 500 kV de corrente alternada. Os problemas relacionados com linhas aéreas de transmissão nessas classes de tensão são, hoje, considerados resolvidos (7).

1.3.2 — No Brasil

No Brasil, onde a evolução das tensões de transmissão foi relativamente mais lenta até o fim da primeira metade do século XX, procura-se hoje acompanhar *pari passu* a evolução nos países mais desenvolvidos. É uma conseqüência do aumento explosivo da demanda de energia e do tipo de energia primária disponível. O parque energético hidráulico do Brasil, com sua enorme potencialidade, estimada em 75 GW de potência média contínua, dos quais cerca de 40 GW na região Centro-Sul, para o seu aproveitamento assim o exige. A Fig. 1.4 mostra a evolução (1) e a previsão de aumento da potência instalada no Brasil, entre 1955 e 2000.

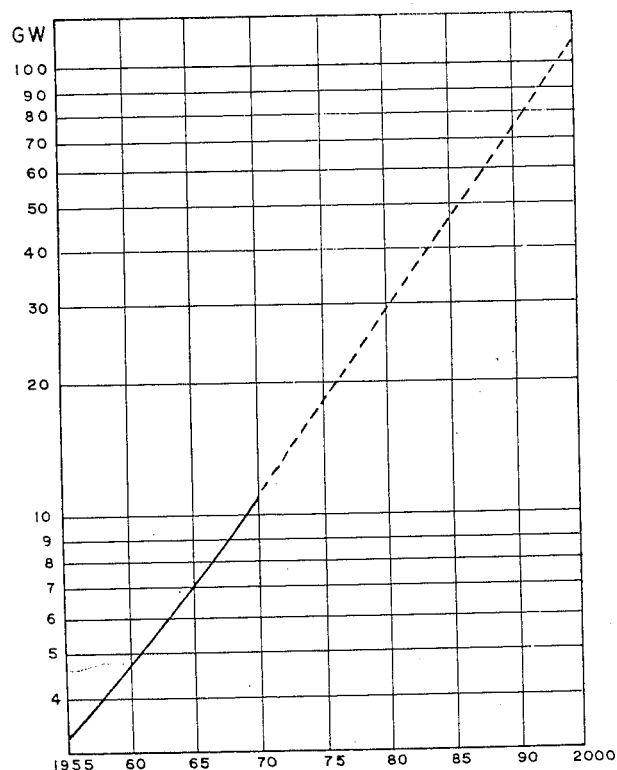


Fig. 1.4 — Evolução da potência instalada e previsão de instalação entre 1955 e 2000 (1).

A primeira linha de transmissão de que se tem registro no Brasil foi construída por volta de 1883, na cidade de Diamantina, Minas Gerais. Tinha por fim transportar a energia produzida em uma usina hidroelétrica, constituída por duas rodas d'água e dois dínamos Gramme, a uma distância de 2 km, aproximadamente. A energia transportada acionava bombas hidráulicas em uma mina de diamantes. Consta que era a linha mais longa do mundo, na época (2).

Uma rápida pesquisa na bibliografia disponível mostrou ser difícil um levantamento geral das linhas construídas no Brasil, suas datas e características, e, no relato que se segue, haverá, por certo, omissões.

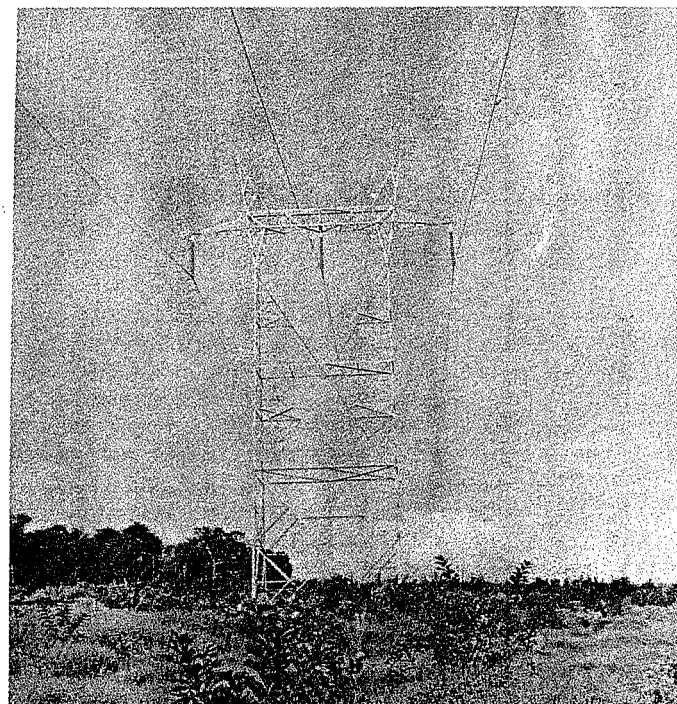


Fig. 1.5 — Linha 230 kV São Paulo — Rio.

Em 1901, com a entrada em serviço da Central Hidroelétrica de Santana do Parnaíba, a então *The San Paulo Tramway Light and Power Co. Ltd.* construiu as primeiras linhas de seus sistemas de 40 kV. Em 1914, com a entrada em serviço da Usina Hidroelétrica de Itupararanga, a mesma empresa introduziu o padrão 88 kV, que até hoje mantém e que adotou também para subtransmissão. Esse padrão de tensão foi, em seguida, adotado pela Companhia Paulista de Estradas de Ferro, Estrada de Ferro

Sorocabana e, através desta, pela USELPA, hoje integrando o sistema CESP. Entre 1945 e 1947 foi construída a primeira linha de 230 kV no Brasil, com um comprimento aproximado de 330 km, destinada a interligar os sistemas Rio Light e São Paulo Light, operando inicialmente em 170 kV, passando, em 1950, a operar com 230 kV (Fig. 1.5). Foi também a primeira interligação de dois sistemas importantes realizada no Brasil (6).

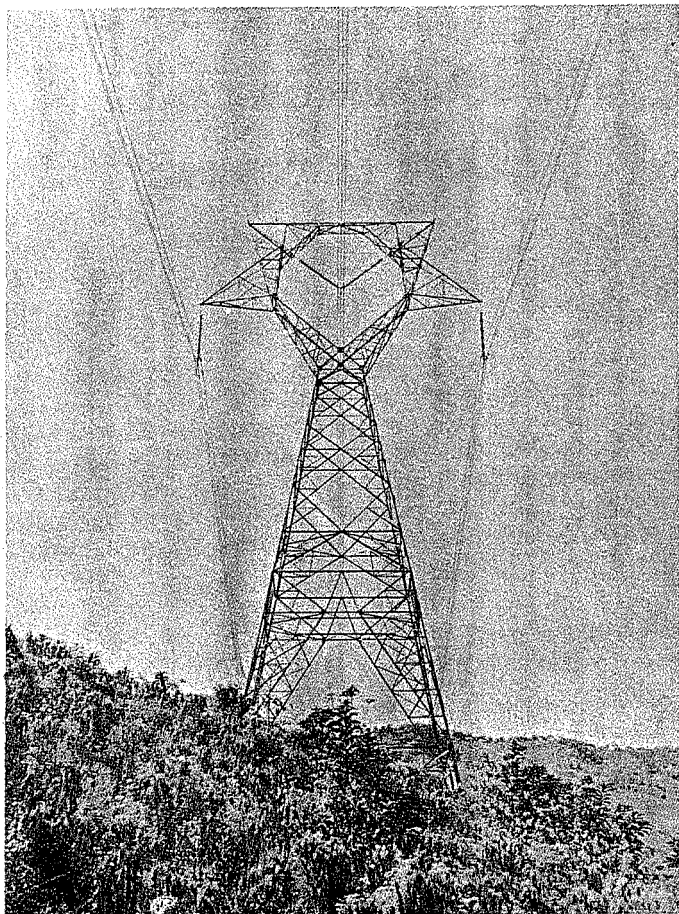


Fig. 1.6 — Linha 500 kV do Sistema de Furnas.

Seguiram-se, a partir daí, em rápida sucessão, as linhas de 230 kV do sistema da Cia. Hidroelétrica de S. Francisco, 161 e 345 kV da CEMIG e FURNAS, 460 kV da CESP, as linhas de 500 kV do sistema de FURNAS e 800 kV do sistema de Itaipu, hoje em fase de projeto.

1.4 — TENSÕES DE TRANSMISSÃO — PADRONIZAÇÃO

Mesmo tendo sido reconhecida muito cedo a conveniência da padronização das tensões nas redes de distribuição, o mesmo não aconteceu com as tensões de transmissão, cuja escolha se baseava, normalmente, em critério estabelecido pela lei de Kelvin, que, a partir de critérios econômicos, fixava para cada caso específico qual a tensão economicamente mais conveniente. Os fabricantes de equipamentos elétricos, trabalhando de forma artesanal, estavam em condições de atender aos pedidos de seus clientes, quaisquer que fossem as tensões, abaixo dos limites máximos da época.

O crescimento dos sistemas e o problema do equipamento de reserva levaram a uma padronização individual; o aperfeiçoamento das técnicas de fabricação e o reconhecimento, pelos fabricantes, da conveniência da seriação levaram a padronização regional, nacional e mesmo multinacional. Esta última tornou-se incipiente a partir do fim da Primeira Guerra Mundial, quando diversos países da Europa e da América do Norte adotaram a tensão de 220/230 kV como padrão. Interesses nacionais e, principalmente, dos grandes fabricantes de equipamentos ainda não permitiram uma padronização efetiva e internacional. Em alguns países da Europa, durante a reconstrução após Segunda Guerra, foram introduzidos novos padrões, originariamente norte-americanos, enquanto se mantiveram seus padrões originais nas tensões menores de 230 kV.

A IEC — *International Electrotechnical Commission* — vem desenvolvendo um esforço no sentido da padronização das tensões nas linhas de classe extra-elevadas, recomendando: 330 até 345/362 kV; 380 até 400/420 kV; 500/525 kV; 700 até 750/765 (800) kV (tensão nominal/tensão máxima permissível em regime de operação permanente). Para tensões inferiores, essa normalização terá que continuar de forma regional ou nacional.

O Brasil que desde o início da indústria não desenvolveu sua própria tecnologia, é talvez um dos países mais tumultuados no que diz respeito às tensões de transmissão, principalmente na faixa até 100 kV.

As empresas elétricas no Brasil, especialmente das capitais, ou eram de origem européia ou norte-americana trazendo não só *know-how* como, principalmente, equipamento de seus países de origem, com os respectivos padrões. Por outro lado, no interior do país surgiam empresas locais, fundadas e dirigidas por comerciantes ou fazendeiros, ficando a parte técnica a cargo de *entendidos*, dependendo grandemente dos representantes estrangeiros das grandes fábricas de material elétrico para assessoramento técnico. Estes, evidentemente, vendiam o que lhes fosse mais conveniente. Era o preço que o pioneirismo devia pagar. A unificação de empresas locais em regionais em muito pouca coisa modificou o quadro até o advento das grandes empresas, particulares ou estatais, que as absorvessem. A colcha de retalhos, no entanto, permaneceu até muito recentemente, quando se empreendeu um esforço sério de padronização. Nes-

nas condições, no Brasil, as tensões padronizadas preferenciais para tensões médias e elevadas são: 33/34,5 [kV]; 66/69 [kV]; 132/138 [kV]; 220/230 [kV].

Há ainda uma extensa rede de linhas em 88 [kV] pertencente ao sistema de São Paulo Light e à CESP (região do Paranapanema), que dada sua importância, continua sendo expandida.

Estudos recentes realizados, principalmente na Europa (4), mostraram que a introdução de novos padrões de tensão no campo das tensões extra-elevadas só se justifica quando a demanda de energia é tal que justifique a sua duplicação. Assim é que sistemas com linhas de 220/230 [kV] deveriam passar imediatamente a 380/420 [kV] e mesmo a 500 [kV], enquanto que sistemas com linhas em 330/345 [kV] deveriam passar para 735/765 [kV]. A sobreposição de um sistema de 500 [kV] ao de 330/345 [kV] existente, de acordo com esses mesmos estudos, não é aconselhável ou, pelo menos, discutível. Nos Estados Unidos, onde grande número de empresas opera sistemas de 500/525 [kV] e algumas operam linhas em 735/765 [kV], há indicações para a adoção do nível de 1 000/1 100 [kV] em substituição ao sistema de 500/525 [kV].

1.5 — BIBLIOGRAFIA

- 1 — ENG.º CARVALHO, ALOISIO — *Síntese das Atividades do Ministério das Minas e Energia*. 1.º Ciclo de Estudos da ADESG em Itajubá, 1970. Editado pela Coordenação do Ciclo.
- 2 — ENG.º SAVELLI, MÁRIO — *Do Óleo de Peixe à Lâmpada Incandescente*. Diário de São Paulo, 23/8/1960.
- 3 — *Usina Henry Borden — Quarenta Anos a Serviço do Brasil*. Conferência pronunciada em São Paulo em 17/12/1966.
- 4 — RAHNT, RUDOLF — *Technische und Wirtschaftliche Gesichtspunkte für die Energieübertragung mit Höchstspannungen*. Revista Siemens, Berlim, set. 1966. N.º 9. Pág. 651.
- 5 — BIERMANS, J. — *Energieübertragung auf grosse Entfernungen*. G. Braun, Karlsruhe, 1949.
- 6 — SÃO PAULO LIGHT S.A. — DEPARTAMENTOS TÉCNICOS — *A Interligação São Paulo — Rio*. Revista do Clube de Engenharia. Rio de Janeiro, Jan. 1960. N.º 281. Págs. 1-7.
- 7 — BALDERSTON JR., G. et al. — *UHV, AC. Transmission Line Design Based on Project UHV Test Results*. Cigré, Paris, 1972. Vol. 2, N.º 31, 24.ª Sessão.

2

Características Físicas das Linhas Aéreas de Transmissão

2.1 — INTRODUÇÃO

Conforme veremos no desenvolvimento do presente curso, o desempenho elétrico de uma linha aérea de transmissão depende quase exclusivamente de sua geometria, ou seja, de suas características físicas. Estas não só ditam o seu comportamento em regime normal de operação, definindo os seus parâmetros elétricos, como também quando submetidas a sobretensões de qualquer natureza. Daí a conveniência de proceder, antes de iniciarmos o seu estudo elétrico, a um exame de suas características físicas e dos elementos que a compõem.

2.2 — CABOS CONDUTORES

Constituem os elementos ativos propriamente ditos das linhas de transmissão, devendo, portanto, possuir características especiais. Sua escolha adequada representa um problema de fundamental importância no dimensionamento das linhas, pois não só depende dela o bom desempenho da linha, como tem importantes implicações de natureza econômica.

Condutores ideais para linhas aéreas de transmissão seriam aqueles que pudessem apresentar as seguintes características:

A — *alta condutibilidade elétrica* — para que as perdas por efeito Joule (I^2R) possam ser mantidas, economicamente dentro de limites toleráveis, oneram diretamente o custo do transporte da energia;

B — *baixo custo* — o custo dos cabos condutores absorve parcela ponderável do investimento total de uma linha, influyendo, portanto, de maneira decisiva no custo do transporte da energia;

C — boa resistência mecânica — a fim de assegurar integridade mecânica à linha, garantindo continuidade de serviço e segurança às propriedades e às vidas em suas imediações;

D — baixo peso específico — as estruturas de suporte são dimensionadas para absorver os esforços mecânicos transmitidos pelos condutores, um dos quais é o seu próprio peso. Portanto, quanto maior for este, mais robustas e caras serão as estruturas;

E — alta resistência à oxidação e à corrosão por agentes químicos poluentes — a fim de que não venham sofrer redução em sua secção com o decorrer do tempo, provocando redução na sua resistência mecânica e eventual ruptura.

As condições mencionadas, um tanto conflitantes, não são atendidas simultaneamente por nenhum material em particular e, dentre os metais que o maior número dessas propriedades possuem, estão o cobre e o alumínio, bem como suas ligas, que hoje são empregados universalmente.

Por muito tempo, a partir das primeiras linhas de transmissão, o cobre dominou o mercado, apesar de, já em 1895, terem sido construídas as primeiras linhas em cabo de alumínio (Califórnia e França), seguidas de outras em 1898, 1899, 1902 etc. O principal motivo da limitação era o preço ainda muito elevado do alumínio comparado ao do cobre, e também sua menor resistência mecânica. Este último inconveniente foi satisfatoriamente resolvido em 1908, com a invenção dos cabos de alumínio com alma de aço, CCA (*Aluminum Conductor Steel Reinforced* — ACSR), que foram usados com sucesso em 1913 na linha *Big Creek*, na Califórnia. Foi a primeira linha no nível de 150 kV e que, conforme consta, ainda hoje se encontra em operação, depois de ter sido reisolada, no início da década de 1920, para 230 kV (7).

Problemas de custo de produção do alumínio, aliados a um certo grau de conservadorismo, mantiveram acirrada concorrência entre os dois materiais, e somente com a evolução da tecnologia do alumínio, por volta de 1938-1945, que reduziu o seu custo enormemente, é que o cobre foi definitivamente afastado do campo das linhas de transmissão. Uma vantagem, desde cedo verificada em favor dos cabos de alumínio, é seu melhor desempenho em face do efeito Corona em virtude de seus diâmetros maiores; os fabricantes de cabos de cobre responderam prontamente, lançando no mercado os cabos ocos, com diâmetros elevados.

A tabela na pág. 17 nos fornece elementos comparativos das características elétricas e mecânicas de alumínio e do cobre.

As vantagens do alumínio sobre o cobre, como condutor para linhas de transmissão, podem ser verificadas de maneira bastante simples. Admitamos que desejemos conduzir uma corrente I [A] a uma determinada distância. Para mesmas condições de perdas por efeito Joule, a secção do condutor de alumínio deverá ser 1,6 vezes maior do que aquela do condutor de cobre equivalente. Seu diâmetro será 1,261 vezes maior, enquanto que o seu peso unitário será aproximadamente igual à metade do peso condutor de cobre equivalente. Considerando-se que há uma

relação aproximada de preço entre cobre e alumínio da ordem de 2, o investimento com condutores de alumínio será aproximadamente igual a 25% do investimento necessário com condutores de cobre equivalentes. A sua resistência mecânica, cerca de 25% inferior à do cobre, é amplamente compensada com o eventual uso dos cabos de alumínio-aço, sem que esse quadro econômico seja substancialmente alterado em virtude do menor custo do aço. Essa verificação poderá ser efetuada facilmente, pelo próprio leitor, através das características mecânicas dos condutores indicadas nas tabelas do Ap. II.

Características	Alumínio T. Dura	Cobre T. Dura
1. Condutividade a 20°C	61% IACS	97% IACS
2. Resistividade em microhm/cm a 20°C	2,828	1,7774
3. Coeficiente térmico de resistividade, em microhm/cm por °C	0,0115	0,00681
4. Coeficiente térmico de expansão linear por °C	0,000023	0,000017
5. Densidade a 20°C em gr/cm ³	2,703	8,89
6. Carga de ruptura em kg/mm ²	16-21	35-47
7. Módulo de elasticidade, final kg/mm ²	7 000	12 000

IACS — *International Annealed Copper Standard* — 100% correspondem à condutividade — padrão internacional, medida a 20°C, em cobre quimicamente puro.

Como ligas de cobre, eram muito empregados o Bronze I e o Bronze II, com 15 e 30% de zinco, respectivamente, dando maior resistência mecânica ao cobre. Em região de atmosfera poluída e à beira-mar, pode ser desaconselhável o emprego de cabos de alumínio, sujeitos à corrosão. Nesse caso é recomendável o emprego de uma das ligas ALDREY (AL, Mg, Si e Fe), o que aumenta as resistências química e mecânica, em detrimento da resistência elétrica, cujo valor aumenta consideravelmente.

2.2.1 — Condutores Padronizados

Nas linhas de transmissão, o uso de fios foi virtualmente abandonado em favor dos cabos, obtidos por encordoamento de fios elementares.

Sendo inúmeras as composições possíveis para a obtenção de uma mesma secção útil de condutores, os fabricantes destes padronizaram sua fabricação, não só quanto ao número de filamentos como também quanto às suas secções, surgindo diversas tabelas de padronização, nos Estados Unidos e na Europa.

No Brasil, a padronização das secções adotadas pela ABNT — EB-293 para cabos de alumínio e alumínio-aço e EB-12 para cabos nus de

cobre — baseia-se na padronização norte-americana AWG (*American Wire Gauge*). Esta se assenta numa unidade de área denominada *circular mil*, que corresponde à área de um círculo cujo diâmetro é igual a um milésimo de polegadas, ou 0,00064516 mm². De acordo com esse sistema, os condutores são numerados em ordem de secção decrescente de n.º 0 a n.º 36 e em secção crescente 00, 000 e 0000, mantendo-se relações constantes entre diâmetros e entre secções. Cabos de secções maiores do que 0000 (211 600 CM) são especificados em CM ou MCM (mil CM).

Em transmissão e em distribuição, a prática recomendou, e o uso estabeleceu, bitolas mínimas de condutores; para o cobre, corresponde a de n.º 6, possuindo uma secção de 26 250 CM e, para os fios de cabos de alumínio, ou cabos de alumínio com alma de aço, a bitola n.º 4, à qual corresponde uma secção de 41 740 CM.

O encordoamento normal dos cabos condutores, quando compostos de fios de mesmos diâmetros, obedece à seguinte lei de formação:

$$N = 3x^2 + 3x + 1, \quad (2.1)$$

na qual valem:

N — número total de fios componentes;

x — número de camadas, ou coroas.

Teremos assim:

- para 1 camada, 7 fios;
- para 2 camadas, 19 fios;
- para 3 camadas, 37 fios;
- para 4 camadas, 61 fios etc.

2.2.1.1 — Padronização Brasileira

As normas brasileiras elaboradas pela ABNT especificam as características exigíveis na fabricação e para o recebimento dos condutores destinados a fins elétricos.

A — Condutores de cobre — Aplica-se a EB-12 — cabos nus de cobre. De acordo com essa norma, os cabos deverão ser especificados através da indicação de:

- secção em milímetros quadrados;
- composição, ou número de filamentos;
- classe de encordoamento.

Para fins comerciais, conserva-se a designação convencional e consagrada pelo uso, da própria escala AWG.

A EB-12 é complementada pela EB-11 — fios nus de cobre para fins elétricos.

No Brasil fabricam-se cabos de cobre nas bitolas que vão desde 13,3 mm² (referência comercial n.º 6) até 645,2 mm² (referência comercial 1 000 MCM), nas têmperas dura e semidura. O encordoamento é feito de acordo com as classes A e AA, definidos por norma. Os encordoamentos classe AA são normalmente empregados em condutores para linhas aéreas. Os condutores classe A em linhas aéreas são usados quando munidos de capa protetora ou quando se deseja maior flexibilidade.

As normas EB-11 e EB-12 regulam as características que os fios e cabos nus de cobre devem possuir. Assim:

- a* — qualidade do material, suas características elétricas e físicas;
- b* — acabamento;
- c* — encordoamento; passo do encordoamento;
- d* — emendas;
- e* — variação do peso e da resistência elétrica;
- f* — dimensões, construção e formação;
- g* — tolerâncias no comprimento dos cabos;
- h* — embalagem e marcação desta;
- i* — propriedades mecânicas e elétricas;
- j* — ensaios de aceitação;
- k* — responsabilidades dos fabricantes.

B — Condutores de alumínio e alumínio-aço — Suas características são especificadas no Brasil pela ABNT através das normas:

- EB-219 — fios de alumínio para fins elétricos;
- EB-292 — fios de aço zincado para alma do cabo de alumínio;
- EB-193 — cabos de alumínio (CA) e cabos de alumínio com alma de aço (CAA) para fins elétricos.

Sua designação deve ser feita pela área nominal da secção de alumínio, expressa em milímetros quadrados, pela formação, pelo tipo (CA ou CAA), pela classe de encordoamento correspondente e, eventualmente, pela referência comercial.

Está enraizada, na indústria da energia elétrica no Brasil, a designação dos cabos de alumínio (CA) e alumínio com alma de aço (CAA) através do código canadense de referências comerciais. De acordo com esse código, há, para cada tipo de cabo, uma família de nomes através dos quais cada bitola fica completamente definida. Assim, para os cabos CA, as palavras-código são nomes de flores, e, para os cabos CAA, aves, em ambos os casos na língua inglesa:

Código: TULIP — cabo CA de alumínio, composto de 19 filamentos, com área total de 336 400 CM;

- diâmetro dos filamentos: 3 381 mm;
- diâmetro do cabo (nominal): 16,92 mm;
- peso do cabo (nominal): 467,3 kg/km;
- carga de ruptura: 2 995 kg;
- resistência elétrica: em CC a 20°C: 0,168 ohm/km.

Código: PENGUIN — cabo CAA, composição 1 fio de aço e 6 de alumínio com uma secção de 125,1 mm²;

- bitola AWG nº 0000;
- diâmetro do fio de aço: 4,77 mm;
- diâmetro do fio de alumínio: 4,77 mm;
- diâmetro do cabo (nominal): 14,31 mm;
- peso do cabo (nominal): 432,5 kg/km;
- carga de ruptura: 3 820 kg;
- resistência elétrica: em CC a 20°C: 0,26719 ohm/km.

C — Condutores em ligas de alumínio — O alumínio, em liga metálica com outros materiais, aumenta consideravelmente sua resistência mecânica, se bem que às expensas de sua resistência elétrica. Essas ligas podem também aumentar consideravelmente sua resistência à oxidação e corrosão em regiões de atmosfera poluída ou à beira-mar.

Essas ligas tomam nomes comerciais diversos, de acordo com suas composições. Na Europa o ALDREY é muito usado. Dos Estados Unidos e Canadá nos vêm dois tipos de condutores em ligas de alumínio: tipos AAC (*all aluminum alloy cable*), que são cabos homogêneos compostos de fios iguais em ligas de alumínio, de diversas composições, e os tipos ACAR (*aluminum conductor aluminum alloy reinforced*), que são cabos de construção idêntica à dos cabos CAA, exceto pela alma, que nesse caso será composta de fios de liga de alumínio, ao invés de aço. Esses condutores são fabricados no Brasil.

D — Condutores copperweld e alumoweld — Seus filamentos são obtidos pela extrusão de uma capa de cobre ou de alumínio sobre um fio de aço de alta resistência. Seu emprego em linhas de transmissão como cabos condutores é limitado a situações especiais em que são necessárias pequenas secções de material condutor aliadas a elevadas resistências mecânicas. Têm no entanto, largo emprego como cabos para-raios e em linhas de telecomunicações e mesmo como condutor neutro em sistemas de distribuição, urbanos e rurais. No Brasil são fabricados sob encomenda a partir de barras-fio importadas.

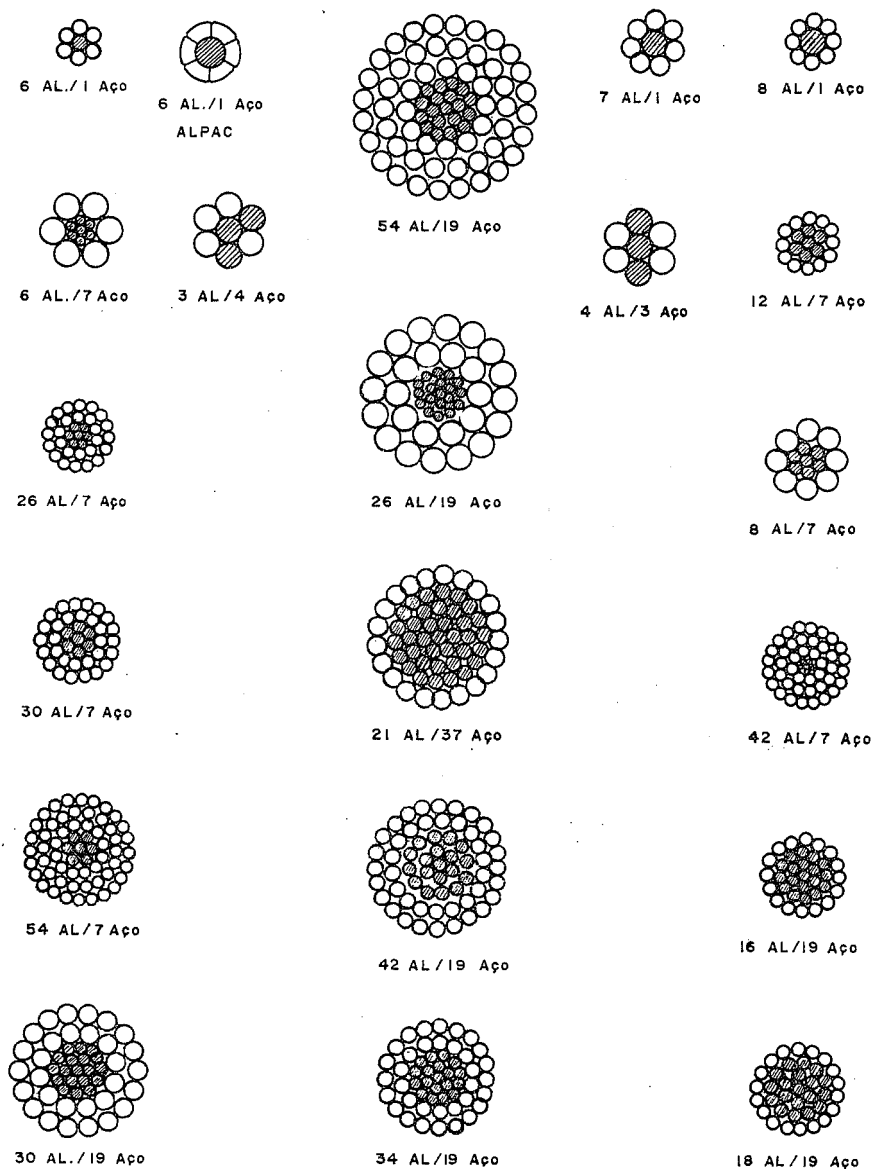


Fig. 2.1 — Encordoamentos dos cabos de alumínio com alma de aço (CAA) (Alumínio do Brasil S.A.).

E — Condutores tubulares e expandidos — A fim de reduzir os gradientes de potencial nas superfícies dos condutores e com isso aumentar o valor da tensão crítica de Corona dos cabos, introduziram-se diversos tipos de condutores designados como *expandidos*, empregando materiais diversos. A Fig. 2.2 mostra um cabo CAA expandido e alguns exemplos de condutores de cobre ou bronze tubulares. O condutor CAA expandido tem um diâmetro externo cerca de 15% maior do que um condutor CAA de mesmas características elétricas.

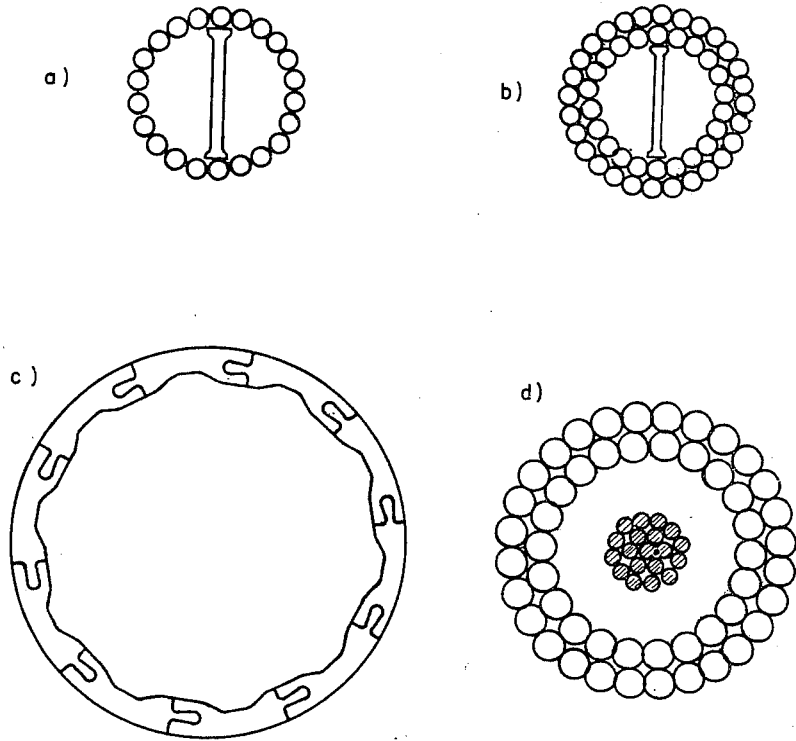


Fig. 2.2 — Condutores expandidos: a, b, e c — condutores ocios; d — condutores CAA expandidos.

F — Condutores múltiplos — O advento, em 1950, das primeiras linhas em tensões extra-elevadas, na Suécia (380 [kV]) e, em rápida seqüência, em outros países (8), tornou premente o emprego de meios capazes de reduzir os gradientes de potencial nas superfícies dos condutores. Os condutores múltiplos ou enfeixados, propostos já em 1909 por Thomas (9,10), vieram de encontro a essa necessidade. Seu emprego vinha sendo estudado desde o advento das linhas em 230 [kV], no início da década

de 1920-1930, tendo sido sempre preteridos em favor dos condutores tubulares expandidos. Suas reais vantagens e possibilidades foram evidenciadas por estudos realizados na Alemanha, entre 1933 e 1944, para linhas projetadas em 380 [kV], e as conclusões desses estudos foram divulgadas em 1945, nos Estados Unidos, pela *Bonneville Power Administration*. O Projeto TIDD 500 [kV] (12) investigou igualmente suas possibilidades. Na Europa sua aceitação foi mais imediata do que na América (8), o que é evidenciado pelo fato de que as primeiras linhas de 345 [kV], que entraram em serviço em 1956, foram construídas com condutores simples. O desenvolvimento das novas técnicas de construção, a melhoria das ferragens e a confiança adquirida na operação das primeiras linhas fizeram com que o seu uso se generalizasse:

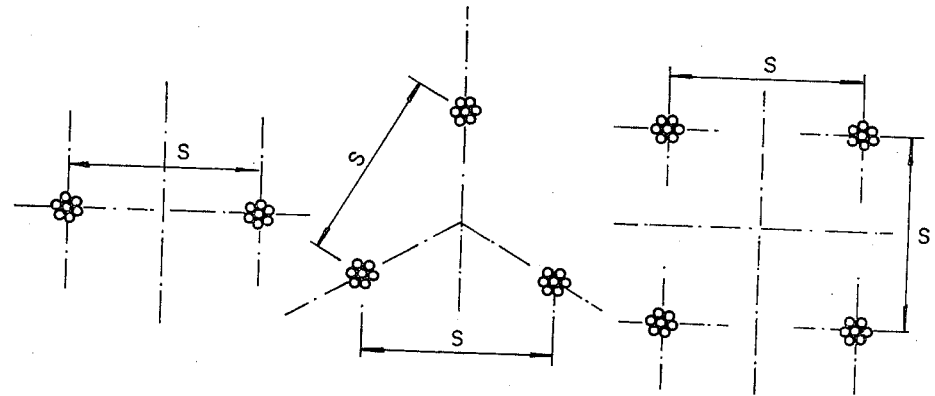


Fig. 2.3 — Configurações de condutores múltiplos atualmente em uso.

Hoje, de um modo geral, todas as linhas em tensões acima de 300 [kV] são construídas com condutores múltiplos, havendo mesmo um número razoável de linhas em 138 [kV] e 220 [kV] que empregam condutores geminados. (No Brasil: linha em 138 [kV] da U. H. de Itutinga à subestação de Lavras e a linha em 230 [kV] da U. H. de Jurumirim à subestação de Cabreúva, São Paulo).

O número de subcondutores por condutor múltiplo, os diâmetros dos subcondutores e o espaçamento entre os mesmos têm sido objeto de cuidadosas investigações em todos os centros de pesquisa, uma vez que esses parâmetros têm relação direta com a intensidade dos fenômenos provocados pelo efeito Corona. Um número mais elevado de subcondutores por feixe tende a desempenhar melhor do que um número menor de subcondutores, para uma mesma capacidade térmica de transporte; não obstante, há um acréscimo no custo do equipamento e nas despesas de instalação, o que favorece um número menor de subcondutores. O espaçamento entre subcondutores, também um fator importante no desempenho das

linhas, é igualmente condicionado por limitações de natureza econômica. Para linhas nas classes das tensões extra-elevadas, hoje o problema pode ser considerado inteiramente solucionado, seja quanto ao número de subcondutores por feixe, seja quanto ao espaçamento entre os mesmos. Nota-se certa divergência entre a prática européia e a norte-americana nesse aspecto. Enquanto que os primeiros favorecem, para uma mesma classe de tensão, um número maior de subcondutores por fase, com espaçamentos menores, os demais preferem um menor número de subcondutores e maior espaçamento, conforme se verifica na literatura (8).

Para as linhas em tensões extra-elevadas, o número máximo de condutores é de quatro por feixe para linhas na classe de 380/420 [kV] em diante, na Europa, e 500/525 [kV] em diante nos Estados Unidos (preferencialmente para 700/765 [kV]). O espaçamento preferencial na Europa é de 400 [mm], enquanto que na América do Norte é de 458 [mm] (18 polegadas). A relação espaçamento/diâmetro dos subcondutores, considerada importante para o desempenho das linhas, varia grandemente, desde 13, nas linhas de 735 [kV] canadenses, a mais de 30 em linhas americanas de 345 [kV].

Para as linhas em tensões ultra-elevadas, que serão normalizadas entre 1 000 e 2 000 [kV], ao que tudo indica, nos níveis de 1 050 [kV] e 1 300 [kV], inicialmente (12), desde já consideradas viáveis, seja do ponto de vista técnico, seja econômico, o problema da escolha do número de subcondutores e seu espaçamento é ainda mais crítico. Arranjos de 6 a 10 subcondutores (12, 13) por feixe estão sendo considerados. Foi inclusive aventada a hipótese do emprego de subcondutores divididos, isto é, constituídos de feixes de condutores menores (14). Esta última hipótese, como também a do uso de ordens mais elevadas de número de subcondutores (acima de 10), esbarra em dificuldades de ordem prática para sua execução, o que faz com que, pelo menos no momento, não mais venha merecendo maior atenção.

2.3 — ISOLADORES E FERRAGENS

Os cabos são suportados pelas estruturas através dos isoladores, que, como seu próprio nome indica, os mantêm isolados eletricamente das mesmas. Devem resistir tanto às solicitações mecânicas como às elétricas.

Os isoladores são submetidos a solicitações mecânicas que lhes são transmitidas pelos cabos condutores. São de três tipos:

a — forças verticais, devidas ao próprio peso dos condutores (nos países de clima frio, esse peso é acrescido do peso da capa de gelo que se pode formar em torno dos mesmos);

b — forças horizontais axiais, no sentido dos eixos longitudinais das linhas, necessárias para que os condutores se mantenham suspensos sobre o solo;

c — forças horizontais transversais, em sentido ortogonal aos eixos longitudinais das linhas, devidas à ação da pressão do vento sobre os próprios cabos.

Esses esforços são transmitidos pelos isoladores às estruturas, que devem absorvê-los.

As solicitações de natureza elétrica a que um isolador deve resistir são as tensões mais elevadas que podem ocorrer nas linhas, e que são:

a — tensão normal e sobretensões em frequência industrial;

b — surtos de sobretensão de manobra que são de curta duração, podendo, no entanto, atingir níveis de 3 a 5 vezes a tensão normal entre fase e terra;

c — sobretensões de origem atmosférica, cujas intensidades podem ser muito elevadas e variadas.

Um isolador eficiente deve ainda ser capaz de fazer o máximo uso do poder isolante do ar que o envolve a fim de assegurar isolamento adequado. A falha de um isolador pode ocorrer tanto no interior do material (perfuração) ou pelo ar que o envolve (descarga externa). Seu desenho deve ser de forma a assegurar uma distribuição balanceada de potenciais e, conseqüentemente, dos gradientes no ar, com o objetivo de assegurar tensões de descarga adequadas. Daí suas formas peculiares. Além desses requisitos, deve ainda satisfazer a outro não menos importante, que é o da não produção, mesmo após longos períodos de operação, da indesejável *radiointerferência*. Esta, em geral, é causada nos isoladores por minúsculos pontos de ruptura elétrica para o ar: *corona*. Os eflúvios assim produzidos provocam correntes de altas frequências, que irradiam energia de maneira semelhante a um radiotransmissor. É um problema que deve ser eliminado pelo próprio desenho e pelo acabamento superficial dos isoladores. Exige-se ainda dos isoladores extrema robustez, de modo a poderem resistir ao manuseio, nem sempre delicado, nos armazéns e obras. Devem ser duráveis quando em serviço, reduzindo a um mínimo o número de reposições no decorrer dos anos, e resistir bem aos choques térmicos a que estão submetidos pelas condições meteorológicas locais.

Suas superfícies devem ter acabamento capaz de resistir bem às exposições ao tempo, mesmo em atmosfera de elevado grau de poluição em que haja presença, de óxidos de enxofre e outros reagentes.

Para a sua fabricação empregam-se dois tipos de material:

a — porcelana vitrificada,

b — vidro temperado.

Encontram-se em fase de introdução isolamentos para linhas executados com resinas sintéticas. A associação de *Epoxi* com fibras de

vidro, além de ter poder isolante, apresenta excelentes características mecânicas. A principal vantagem desse tipo de material consiste em permitir a execução de peças estruturais auto-isolantes e, conforme as classes de tensão, eliminar inteiramente os isoladores convencionais, podendo, destarte, contribuir para a redução das dimensões de estruturas (20, 21). No Brasil, cruzetas isolantes já vêm sendo empregadas desde 1969 para linhas de 69 [kV] em caráter experimental. Prevê-se seu emprego para linhas de 138 a 230 [kV], aproximadamente.

a — Porcelana vitrificada — Deve ser de boa qualidade, baixa porosidade, isenta de bolhas de ar e impurezas, além de apresentar alta resistência mecânica e ao impacto. Sua resistência dielétrica deve ser da ordem de 6 a 6,5 [kV/mm]. Sua superfície deve ser vitrificada cuidadosamente a fim de vedar os seus poros, impedindo a absorção da água e evitando a redução de sua resistência dielétrica. A vitrificação deve ser resistente a temperaturas elevadas, devendo resistir ao calor oriundo de eventuais arcos elétricos, sem se danificar. A grande dificuldade da eletrocêramica consiste na obtenção de peças espessas e de grandes dimensões capazes de satisfazer a essas exigências.

b — Vidro temperado — Possui uma resistência dielétrica da ordem de 14 [kV/mm] e resistência mecânica equivalente à da porcelana, podendo inclusive ser fabricadas peças mais espessas. Seu custo é inferior ao da porcelana, porém é mais sujeito a danos por atos de vandalismo, pois, devido à sua têmpera, os isoladores não resistem bem a impactos, mesmo leves, dependendo do local atingido (por exemplo, saias dos isoladores de disco, que são inteiramente esvaçados por pedras atiradas com estilingues).

Com o advento de transmissão nas tensões extra-elevadas, em CA e em CC, condições mais severas de serviço vêm sendo impostas aos isoladores, devido, inclusive, à crescente intensidade da poluição atmosférica; isso tem levado a grandes projetos de pesquisa em todo o mundo, visando a aprimorar materiais e desenhos dos isoladores, no sentido de assegurar uma crescente melhoria em seus desempenhos. Está se adotando vitrificação semicondutora em isoladores antipoluição.

No Brasil há diversos fabricantes de isoladores de porcelana, que produzem de acordo com especificações bastante rígidas. Isoladores de vidro temperado são produzidos, no momento, por apenas um fabricante, de capital e *know-how* estrangeiros.

2.3.1 — Tipos de Isoladores

Em linhas de transmissão empregam-se basicamente três tipos de isoladores:

- A — isoladores de pino;
- B — isoladores tipo pilar;
- C — isoladores de suspensão.

2.3 — ISOLADORES E FERRAGENS

A — Isoladores de pino — São fixados à estrutura através de um pino de aço. Para tanto, em sua parte interna possuem um furo rosqueado, com rosca de filete redondo, padronizado, no Brasil, pela ABNT (MB-22). Os pinos de aço forjado possuem, em sua parte superior, uma cabeça de chumbo filetada, sobre a qual se atarracha o isolador. São normalmente solicitados à compressão e à flexão.

Somente são empregados em linhas até 69 [kV], e com condutores relativamente leves, em virtude da pequena resistência do chumbo da cabeça dos pinos ao esmagamento e também da pequena resistência dos próprios pinos a esforços de flexão.

Devido à mencionada dificuldade de se obterem peças maiores e mais espessas, isoladores para tensões nominais maiores do que 25 [kV] são compostos de diversas peças de espessura menores, sobrepostas e cimentadas entre si, como mostram as Figs. 2.4 a e b. São os isoladores *MULTICORPOS*.

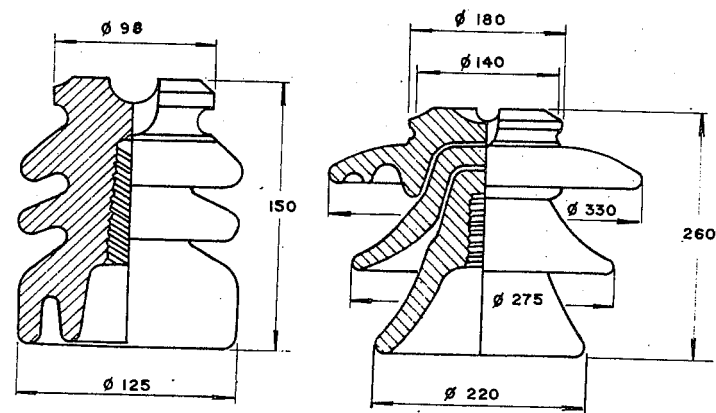


Fig. 2.4 — Isoladores de pinos de porcelana: a — monocorpo para 25 kV; b — multicorpo para 69 kV.

Em vidro temperado é possível obtê-los de uma só peça (isolador monocorpo).

B — Isoladores tipo pilar — São menos usados entre nós em linhas de transmissão do que os isoladores de pino, podendo ser construídos de uma única peça, também de porcelana, para tensões mais elevadas. Dado o seu sistema de fixação, resistem a esforços mecânicos bem mais elevados tanto de compressão como de flexão. Nos Estados Unidos construíram-se linhas com esse tipo de isolador com tensões até 110 kV (Fig. 2.5).

C — Isoladores de suspensão — Representam o tipo de isoladores de maior importância para as linhas de transmissão, pois, trabalhando

a tração, condição muito favorável de solicitação tanto para o vidro como para a porcelana, ajustam-se facilmente às condições de serviço impostas em linhas em tensão extra-elevada e ultra-elevada.

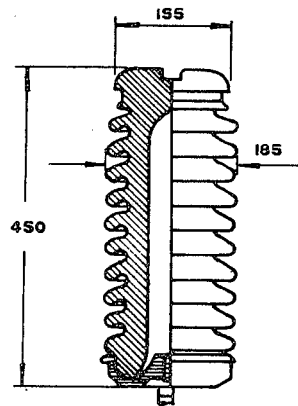


Fig. 2.5 — Isolador de porcelana tipo pilar para 69 [kV].

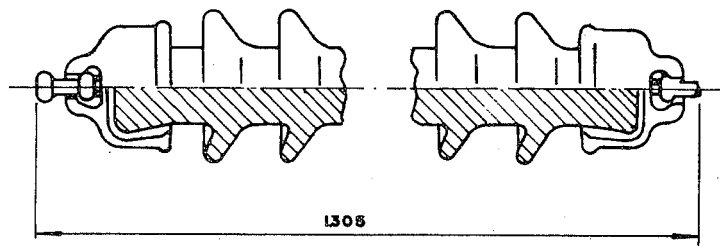


Fig. 2.6 — Isolador de suspensão monocorpo.

Empregam-se basicamente dois tipos de isoladores de suspensão:

- a — isoladores monocorpo ou barra longa;
- b — isoladores de disco.

a — *Isoladores monocorpo* — Desenvolvidos e fabricados na Alemanha por uma das indústrias mais antigas e tradicionais de porcelana (Rosenthal), levam o nome de *Längstab* (barra longa). São constituídos de uma única peça de porcelana (Fig. 2.6), cujo comprimento é de acordo com o nível de isolamento desejado. Para um mesmo nível de isolamento, ele é sempre inferior ao das cadeias de isoladores correspondentes, o que pode resultar em considerável redução nas dimensões das estruturas.

Largamente utilizados no país de origem, não tiveram ainda aceitação fora do mesmo, provavelmente devido às dificuldades técnicas de fabricação. São fabricados com comprimento até 1305 mm para tensões até 110 kV em uma só peça, podendo ser conectada duas ou mais, em série, para tensões maiores:

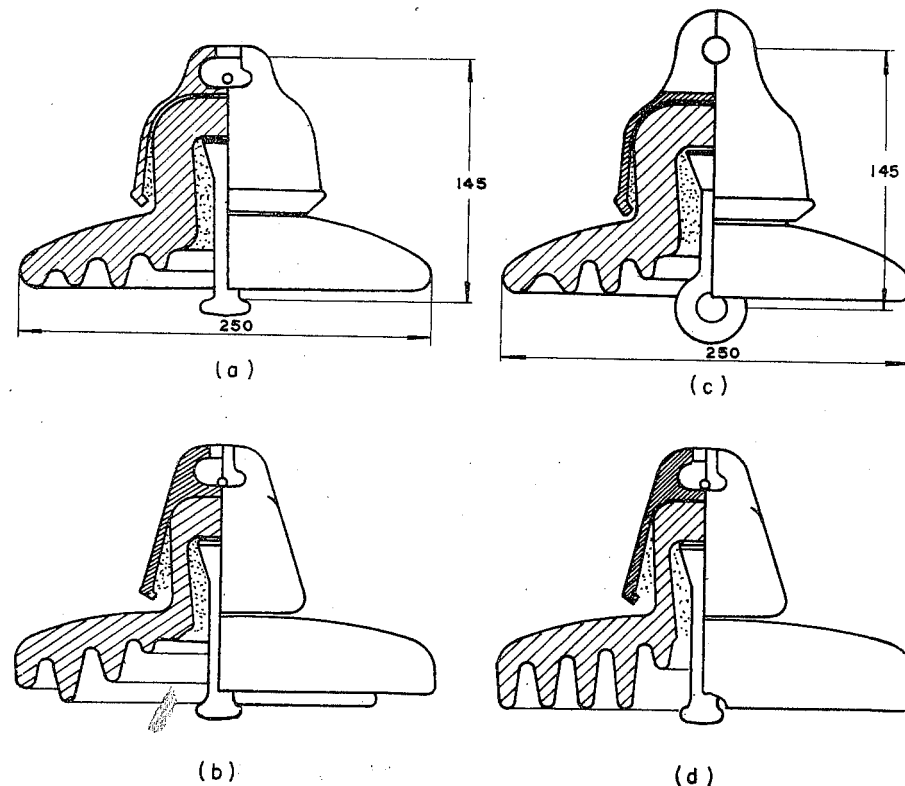


Fig. 2.7 — Isoladores de suspensão: a, b e d — engates concha-bola; c — engate garfo-olhal.

b — *Isoladores de disco* — São referidos na MB-22, da ABNT, simplesmente como *isoladores de suspensão*, por não considerar o tipo anterior. São compostos de um corpo isolante e ferragens de suspensão, como mostra a Fig. 2.7. Através das ferragens, unidades de isoladores são conectadas entre si, formando longas cadeias de isoladores. Essas ferragens são idealizadas de forma a permitir grande flexibilidade, o que obriga os isoladores a trabalharem sob tração, com os esforços concentrados em seu eixo. No Brasil, as ferragens de suspensão dos isoladores são padronizadas pela ABNT (PB-57), permitindo o câmbio por unidades for-

neçadas por diversos fabricantes. As ferragens constituem-se de uma haste, fixada na parte inferior do isolador, terminada em forma de bola (*boleto*) ou de lingueta (*olhal*), e por uma campânula terminada ou em um garfo ou em uma concha. O tipo de engate *bola-concha* é quase adotado universalmente em linhas de transmissão. Para cadeias em *v* às vezes são preferidos os engates *garfo-olhal*.

As ferragens dos isoladores de suspensão devem ser galvanizadas em banho quente de zinco, sendo a espessura da camada controlada pelos processos indicados na NB-22. Sua forma deve ser estudada de modo a não possuir pontos de elevados gradientes de potencial e onde possam ocorrer eflúvios, provocando radiointerferência.

É evidente que isoladores de disco podem ser fabricados em grande variedade de diâmetros e espaçamentos (*passo*). No entanto, para maior eficiência elétrica existem limites bem definidos no que diz respeito a essas dimensões, que devem ser consideradas em conjunto. Se o espaçamento for aumentado, seu diâmetro deverá ser igualmente aumentado, a fim de que se mantenha a eficiência geral. Por muitos anos a relação de $4\frac{3}{4}'' \times 10''$ (121×254 mm) foi considerada ideal. Pesquisas posteriores indicaram $5\frac{3}{4}'' \times 10''$ (146×254 mm) como proporções ideais (dimensões-padrão ABNT-145 \times 250 mm). Para se chegar a essas dimensões em número de fatores, deve-se considerar: o tamanho da campânula, a distância de arco, a distância de escoamento (Fig. 2.8).

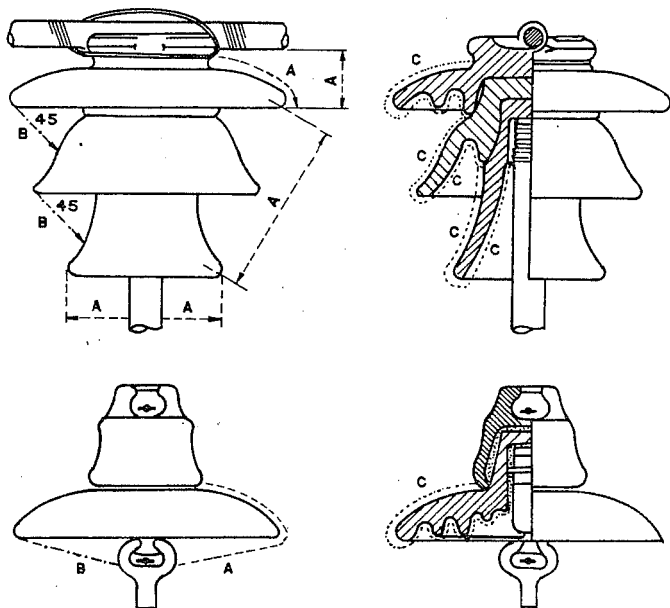


Fig. 2.8 — Distância de arco e distância de escoamento: A — distância de descarga a seco; B — distância de descarga sob chuva; C — distância de escoamento.

2.3.2 — Características dos Isoladores de Suspensão

As características fundamentais de isoladores de suspensão que influenciam suas aplicações são:

A — Características físicas e mecânicas:

- a — resistência eletromecânica;
- b — carga máxima de trabalho;
- c — resistência ao impacto;
- d — resistência aos choques térmicos.

B — Características elétricas:

- a — tensões disruptivas a seco e sob chuva em frequência industrial;
- b — tensão disruptiva sob impulso;
- c — tensão de perfuração;
- d — tensão de radiointerferência e Corona.

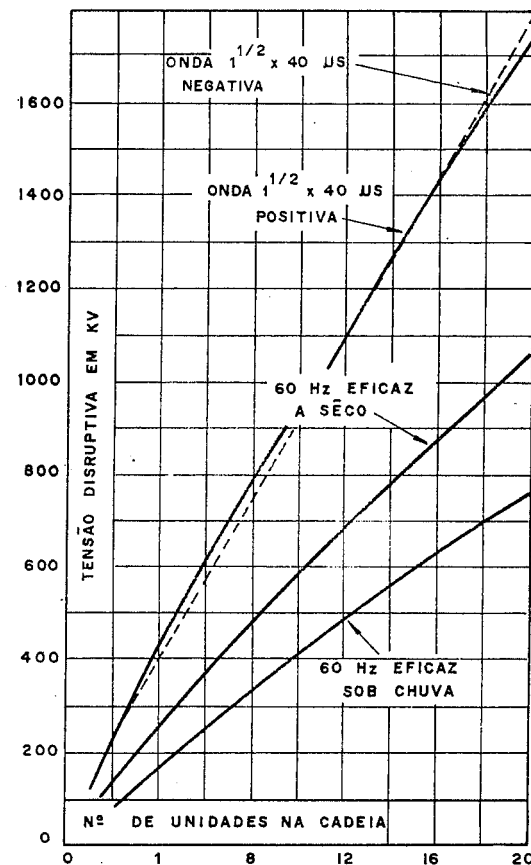


Fig. 2.9 — Tensões disruptivas a 60 Hz e de impulso em cadeias de isoladores (18).

Essas características devem ser indicadas pelos fabricantes e garantidas. A NB-22 e a MB-22 da ABNT regulamentam no Brasil, quais os ensaios e sua forma de realização para verificação das garantias oferecidas. A Fig. 2.9 mostra as tensões disruptivas a tensões de frequência industrial e a ondas de impulso de cadeias de isoladores de suspensão de $5^{3/4} \times 10$.

2.3.2.1 — Distribuição de Potenciais em Isoladores e Cadeias de Isoladores

A fim de se obter um quadro mais exato da maneira de resistir de uma cadeia de isoladores, convém examinar alguns aspectos básicos da distri-

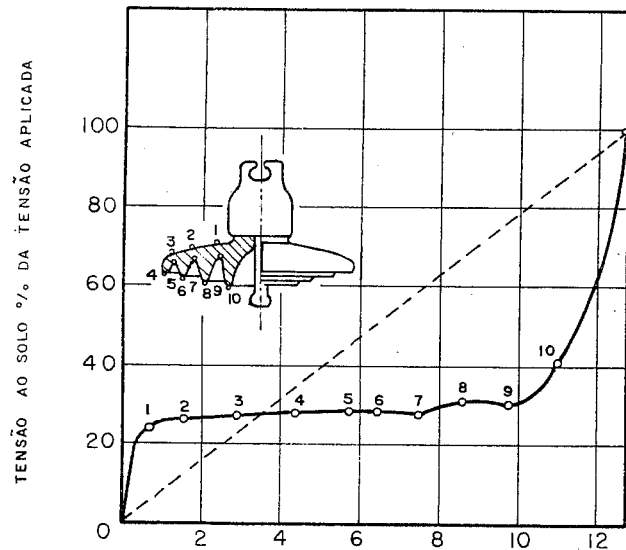


Fig. 2.10 — Distribuição de potenciais ao longo de um único isolador.

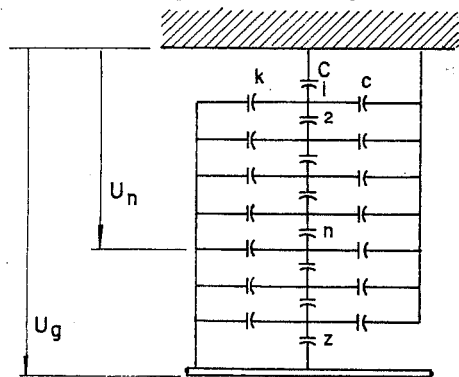


Fig. 2.11 — Circuito equivalente de uma cadeia de z isoladores.

buição de potencial em unidades de isoladores e em uma cadeia de isoladores. A Fig. 2.10 mostra a distribuição de potenciais em uma unidade (16). Como é de se esperar, os gradientes mais elevados ocorrem próximos aos pinos e à campânula, enquanto que gradientes menores ocorrem ao longo da superfície restante. Se considerarmos uma cadeia de isoladores com z elementos, teremos um circuito equivalente, como aquele indicado na Fig. 2.11. A distribuição de potenciais do longo da cadeia poderá ser calculada pela expressão:

$$U_n = \frac{U_g}{\beta^2 \sinh \beta z} \left\{ \frac{c}{C} \sinh \beta n + \frac{k}{C} \sinh \beta (n - z) + \frac{k}{C} \sinh \beta z \right\} \quad (2.2)$$

na qual valem:

U_n [kV] — tensão a que estão submetidas n unidades a contar do lado aterrado (estrutura);

U_g [kV] — tensão a que estão submetidos os z elementos;

$$\beta = \sqrt{\frac{c + k}{C}};$$

C [F] — capacitância entre campânula e pino de um isolador;

c [F] — capacitância de uma unidade ao solo;

k [F] — capacitância de uma unidade ao condutor.

Na maioria dos casos práticos, pode-se admitir $k = 0$; a Eq. (2.2) fica, então, reduzida a:

$$U_n = U_g = \frac{\sinh \alpha n}{\sinh \alpha z} \quad (2.3)$$

para

$$\alpha = \sqrt{\frac{c}{C}}$$

A Fig. 2.12 mostra a distribuição de potenciais em uma cadeia de isoladores com $z = 8$ e $c/C \approx 0,083$.

As expressões indicadas são apenas aproximadas, pois, para permitir um equacionamento simples, diversos fatores colaterais, como correntes de escape, efeito Corona, capacitâncias entre os condutores e ferragens etc. foram desprezados. Esses fatores colaterais, em geral, atuam favoravelmente para uma melhor distribuição dos potenciais. Experiências realizadas mostraram que o valor de c/C varia, em construções normais, em torno de 0,2.

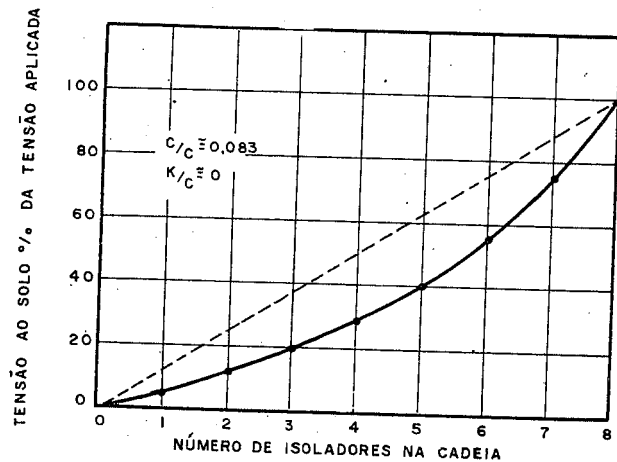


Fig. 2.12 — Distribuição de potenciais ao longo de uma cadeia de 8 elementos (16).

O aumento do comprimento dos braços que suportam os isoladores podem fazer diminuir esse valor até 0,10, porém o aumento de peso das estruturas daí decorrente não o justifica.

Esse problema é menor nos isoladores tipo *monocorpo* que são compostos apenas de dois eletrodos e um dielétrico de grande espessura.

O problema de distribuição não uniforme dos potenciais foi considerado muito grave quando se iniciou o emprego de cadeias de isoladores, observando-se perfurações do dielétrico nos primeiros elementos da cadeia, como também correntes de escape sobre sua superfície. Procuraram-se então, meios de se evitar esse problema. Primeiramente se sugeriu o emprego de discos com maiores tensões disruptivas junto aos condutores. Posteriormente foram inventados os anéis distribuidores de potencial.

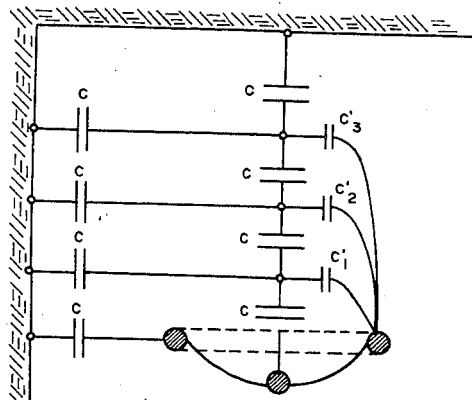


Fig. 2.13 — Efeito da presença dos anéis de potencial nas cadeias de isoladores.

Esses anéis distribuidores de potencial (Fig. 2.13) têm como principal finalidade aumentar a capacitância entre as peças metálicas dos isoladores e condutores, a qual foi desprezada na dedução anterior. Eles não provocam a distribuição uniforme em todos os isoladores da cadeia, porém reduzem substancialmente o potencial a que fica submetido o isolador inferior.

Os anéis de potencial, no entanto, reduzem a distância disruptiva da cadeia, principalmente quando associados com outros anéis ou chifres na parte superior, reduzindo, portanto, sua eficiência. Essa associação, originada na mesma época, tinha como finalidade principal evitar que um eventual arco disruptivo, ao longo da cadeia de isoladores, queimasse sua superfície.

Com o aprimoramento da técnica de fabricação da porcelana, a melhoria de sua resistência dielétrica, bem como o aperfeiçoamento da qualidade do material para a vitrificação, e principalmente de seus desenhos, relegaram o problema da perfuração e queima das superfícies pelo arco a um plano secundário, aconselhando-se, hoje, o abandono do emprego dos anéis de potencial e chifres, mesmo nas tensões elevadas e extra-elevadas (2).

Nas linhas de tensão extra-elevadas verificam-se no entanto, grandes concentrações de potenciais nas angulosidades e arestas inevitáveis das ferragens de suspensão, de forma que são adotados anéis distribuidores chamados *anéis de guarda* (Corona *SHIELDS*), colocados lateralmente aos grampos de suspensão, como mostra a Fig. 2.14.

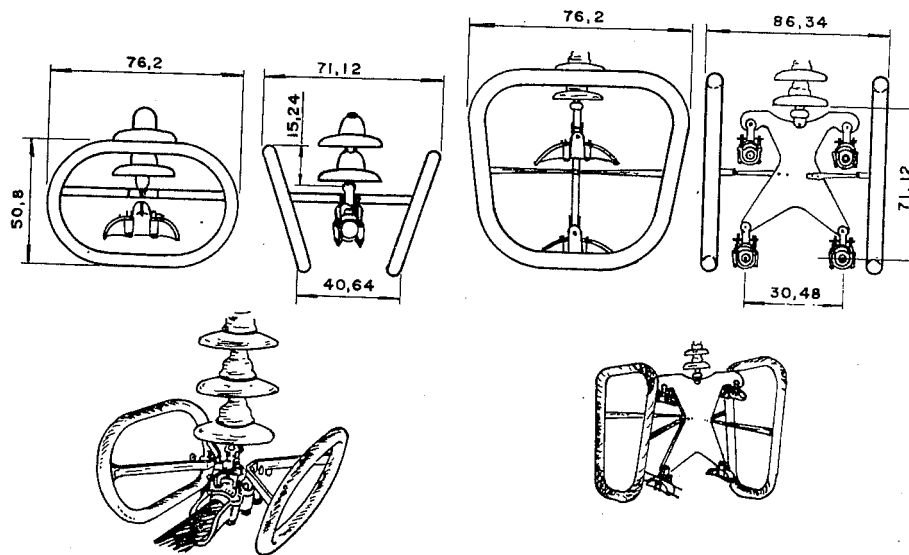


Fig. 2.14 — Anéis de Corona para linhas em tensões elevadas e extra-elevadas.

Os anéis de guarda atuam beneficentemente na distribuição dos potenciais. As estruturas de madeira e concreto atuam também favoravelmente na distribuição dos potenciais ao longo das cadeias, pois as capacidades c são desprezíveis face a C (valor de c/C muito baixo).

Faz-se a determinação do número de isoladores de uma cadeia de isoladores para uma determinada classe de tensão de linha a partir do valor das sobretensões previstas, sejam de origem interna ou externa. Nas linhas de tensões extra-elevadas ou ultra-elevadas, o critério dominante se baseia nos surtos de sobretensões internas, em geral produzidas por faltas ou manobras, cujo valor pode ser maior do que o daquelas de origem atmosférica. A Fig. 2.15 mostra o número de isoladores em função das tensões de linhas empregados atualmente. Para uma mesma classe de tensão, observamos uma variação relativamente grande do número de isoladores, que deve ser atribuída às diferentes hipóteses admitidas em projeto.

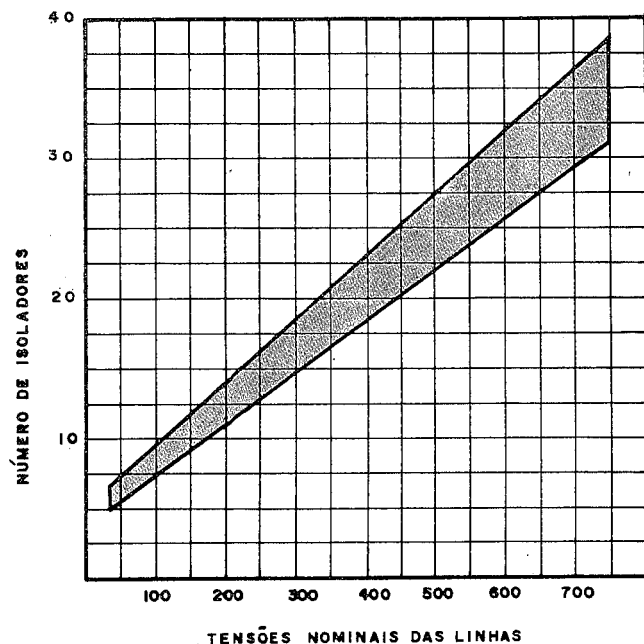


Fig. 2.15 — Número de isoladores em função da tensão da linha.

2.3.3 — Ferragens e Acessórios

São representados pelo conjunto de peças que devem suportar os cabos e ligá-los às cadeias de isoladores e estas às estruturas. No conjunto, o

seu desenho é de extrema importância, mesmo em detalhes mínimos, pois podem constituir-se fontes de *Corona* e importantes fontes de radiointerferência, mesmo com tensões relativamente baixas (19).

2.3.3.1 — Cadeias de Suspensão

As cadeias de isoladores devem suportar os condutores e transmitir aos suportes todos os esforços destes. Na parte superior devem possuir uma peça de ligação à estrutura, em geral um gancho ou uma manilha, e, na parte inferior, terminam em uma pinça (ou grampo de suspensão), que abraça e fixa o cabo condutor.

A — *Pinça de suspensão* — O conjunto de solicitações que atuam sobre os cabos, sejam elas verticais ou horizontais, cria no condutor uma tensão mecânica, que é transmitida aos suportes. Nos pontos de suspensão, em virtude do peso do condutor e de sua natural rigidez, aparecem esforços de flexão bastante elevados. Quando a curvatura inferior da *calha* da pinça não se amolda bem à curvatura natural dos cabos, estes podem sofrer esmagamento dos filamentos, pois a superfície de apoio fica bastante reduzida. Para os cabos de alumínio e alumínio-aço, esse problema ainda é mais crítico, mesmo quando se usam armaduras antivibrantes (*armor-rods*). É necessário que estas se amoldem perfeitamente ao cabo e também à pinça, pois, de outra forma, o cabo poderá ainda ser solicitado à compressão, com perigo de esmagamento.

A pinça de suspensão deve também ser multiarticulada, permitindo sua livre oscilação em sentido longitudinal e transversal, a fim de que o cabo não seja solicitado adicionalmente.

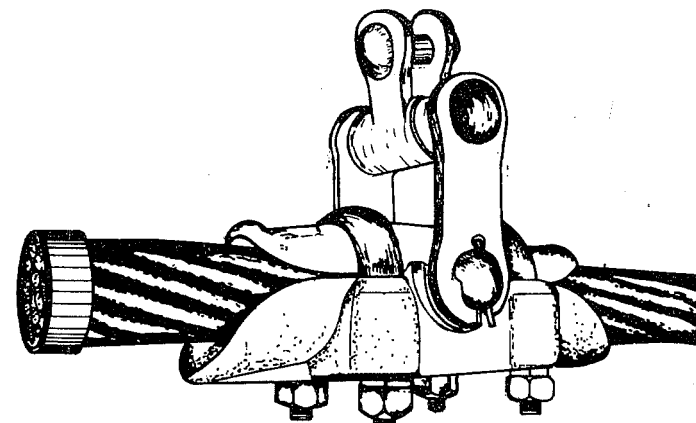


Fig. 2.16 — Pinça de suspensão multiarticulada.

A *telha* de cobertura, de comprimento inferior ao da *calha*, deve também *casar* bem com o cabo ou *armor-rods*, pois, aplicada a pressão, deve evitar o seu escorregamento longitudinal, sem, no entanto, produzir esmagamento.

As pinças de suspensão são normalmente fabricadas em ferro maleável fundido e zincado a quente, e em alumínio ou duralumínio fundido sob pressão. Para os cabos de cobre usam-se exclusivamente as primeiras, pois o alumínio em contato com o cobre, na presença d'água, sofre corrosão galvânica. Para cabos de alumínio podem-se usar ambos os tipos; no entanto, dada a competitividade econômica do alumínio, preferem-se hoje as pinças em alumínio. Pinos, grampos e articulações são normalmente de aço forjado ou estampado, zincado a quente.

B — Dispositivos antivibrantes — Os cabos esticados de uma linha de transmissão, submetidos à ação de ventos de intensidades variáveis, vibram com frequências diversas. Em face dessas vibrações, os pontos de suspensão representam nós onde se canaliza razoável energia, que submete os filamentos dos cabos a movimentos de flexão alternada, podendo levar à sua fadiga e conseqüente ruptura. Quanto maior for a taxa de trabalho nos condutores, tanto maiores serão os danos causados pelas vibrações, o que leva a uma recomendação dos fabricantes de cabos de alumínio e de alumínio-aço a limitar tração de 20% da carga de ruptura dos cabos, para a temperatura média de maior permanência (20 a 25° C), sem vento.

Os efeitos nocivos das vibrações podem ser reduzidos com o emprego de dispositivos redutores, destacando-se:

a — armaduras antivibrantes — consistem em uma camada de varetas de alumínio (ou de bronze, para cabos de cobre) enroladas em torno dos cabos condutores nos pontos de suspensão. Seu número e diâmetro dependem do diâmetro do cabo ao qual são aplicadas, de forma a se ajustarem perfeitamente à sua periferia. Seu comprimento é igual a aproximadamente 150 vezes o diâmetro do condutor antes de serem aplicadas, ficando reduzidas a cerca de 130 vezes após sua aplicação. Suas extremidades são fixadas entre si e ao cabo por presilhas de pressão (*virolas*). Existem dois tipos fundamentais, que se distinguem pelo método de aplicação:

— vergalhões paralelos ou bicônicos para formação durante a aplicação; requerem ferramentas especiais para sua colocação;

— vergalhões espiralados pré-formados, que são aplicados manualmente; pela menor mão-de-obra requerida, vêm sendo preferidos (17);

b — festões — consistem em alças de cabos que são fixados aos cabos nos pontos de suspensão. Parte da energia das vibrações é dissipada nas alças pelo atrito com ar e parte é desviada, sendo que apenas um pouco chega aos grampos de suspensão. Solução relativamente de baixo custo, porém bastante eficiente;

c — amortecedores stokbridge — consistem em massas de ferro ou chumbo fixas aos condutores através de suportes flexíveis, permitindo-lhes captar a energia das vibrações dos cabos; tendo uma frequência natural diversa, vibram em frequência diferente, dissipando a energia por atrito nas alças flexíveis e com o ar;

d — grampos de suspensão armados — são conjuntos especiais de suspensão, constituídos de duas sapatas de alumínio envolvidas externamente por uma cinta de aço e possuindo, internamente, um coxim de neoprene que distribui as tensões radiais e evita o contato metálico no ponto central entre a sapata e o grampo. Entre o coxim de neoprene e as sapatas de alumínio há um conjunto de varetas pré-formadas, pelas quais se realiza a fixação propriamente dita (12).

2.3.3.2 — Cadeias de Ancoragem

Suportam, além dos esforços que devem suportar as cadeias de suspensão, também os esforços devidos ao tracionamento dos cabos. Podem ser constituídas de uma simples coluna de isoladores, como também de diversas colunas em paralelo, dependendo da força de tração a que estão sujeitas. O elemento de fixação do cabo condutor é o *grampo de tensão* ou *grampo de ancoragem*, que deve ser dimensionado para resistir aos esforços mecânicos a que ficar sujeito, e ao mesmo reter o cabo, sem possibilidade de escorregamento. Em alumínio ou ferro maleável, existem dois tipos básicos:

— de passagem — o cabo é retido por pressão, atravessando o grampo sem seccionamento, havendo diversas formas de execução;

— de compressão — o cabo é seccionado no ponto de ancoragem e o grampo é aplicado por compressão do material por meio de prensa hidráulica ou alicate-prensa de grande capacidade. Para os cabos CAA pode ser constituído de duas peças, uma interna, que retém o núcleo de aço e que suporta o esforço mecânico, e uma externa, de alumínio, que possui sapatas terminais para a ligação elétrica da derivação.

2.4 — ESTRUTURAS DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO

As estruturas constituem os elementos de sustentação dos cabos das linhas de transmissão. Terão tantos pontos de suspensão quanto forem os cabos condutores e cabos pára-raios a serem suportados. Suas dimensões e formas dependem, portanto, de diversos fatores, destacando-se:

- disposições dos condutores;
- distância entre condutores;
- dimensões e formas de isolamento;
- flechas dos condutores;
- altura de segurança;
- função mecânica;
- forma de resistir;
- materiais estruturais;
- número de circuitos etc.

Dá a grande variedade de estruturas em uso.

2.4.1 — Disposições dos Condutores

Nas linhas trifásicas empregam-se, fundamentalmente, três disposições de condutores:

- a — disposição triangular;
- b — disposição horizontal;
- c — disposição vertical.

a — *Disposição triangular* — Os condutores estão dispostos segundo os vértices de um triângulo, que poderá ser equilátero ou outro qualquer. No primeiro caso, diz-se que a disposição é eletricamente simétrica; no segundo, assimétrica (Fig. 2.17).

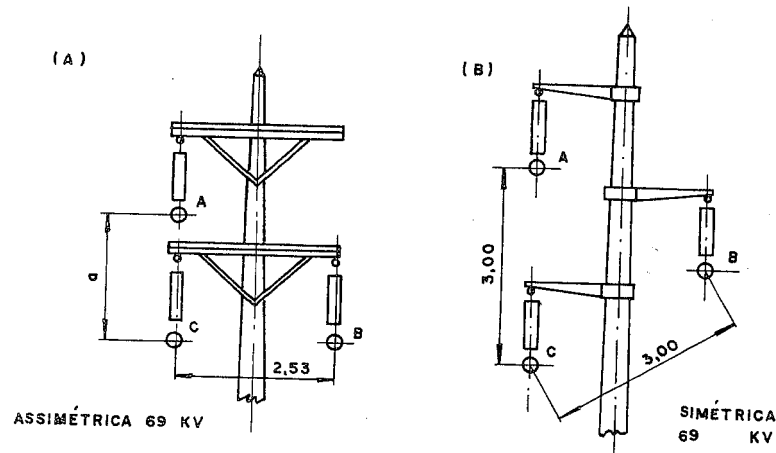


FIG. 2.17 — *Disposição triangular.*

b — *Disposição horizontal* — Os condutores são fixados em um mesmo plano horizontal, donde o nome, às vezes usado, de *lençol horizontal*. Pode ser simétrica ou assimétrica. Sua principal vantagem reside em permitir estruturas de menor altura para um mesmo condutor e vão do que as demais disposições, porém exige estruturas mais largas. É a disposição preferida para linhas a circuito simples, para tensões elevadas e extra-elevadas (Fig. 2.18).

c — *Disposição vertical* — Ou em lençol vertical, é a disposição preferida para linhas a circuito duplo e para linhas que acompanham vias públicas. Nestas, os condutores se encontram montados em um plano vertical (Fig. 2.19).

Para linhas a circuito duplo, as disposições triangulares e verticais são as mais usadas. A configuração horizontal, para essas linhas, implica ou estruturas muito largas ou a sobreposição dos circuitos.

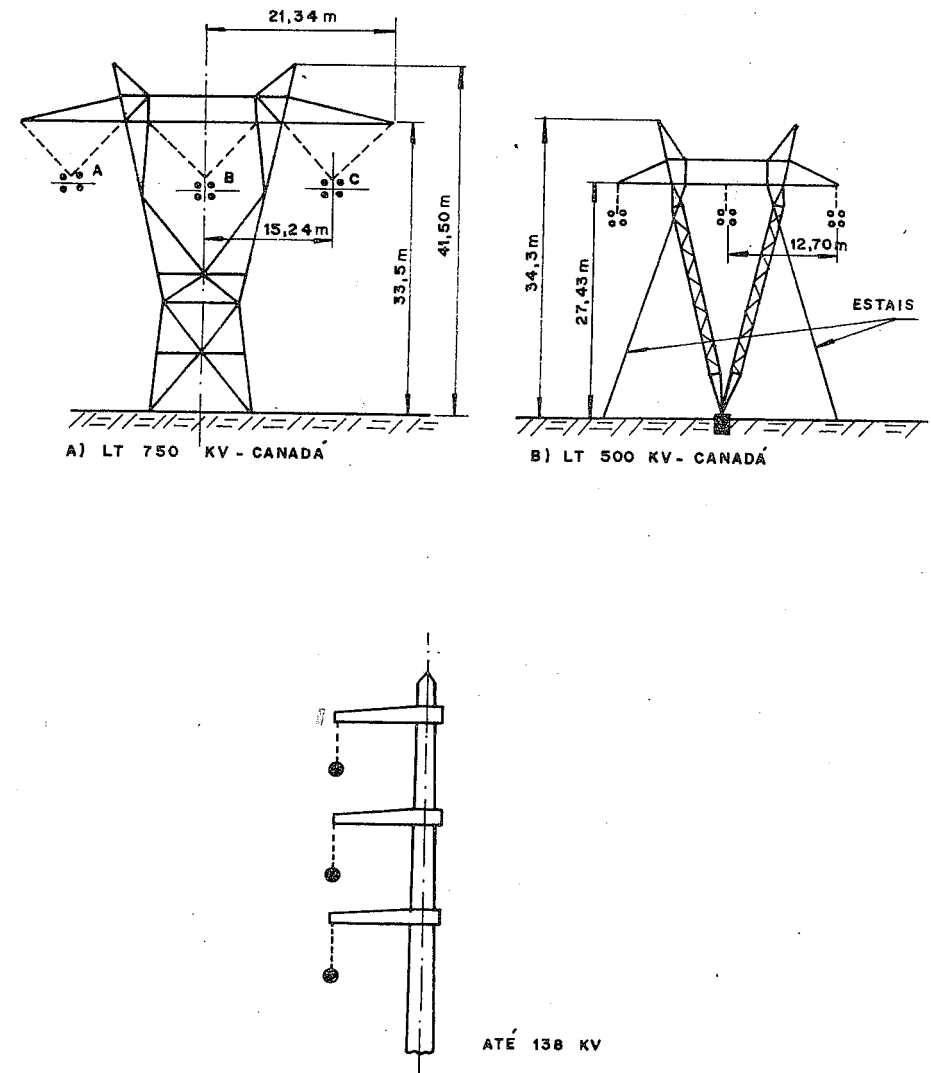


Fig. 2.19 — *Disposição vertical.*

Para as linhas a circuito duplo preferem-se as disposições indicadas na Fig. 2.20.

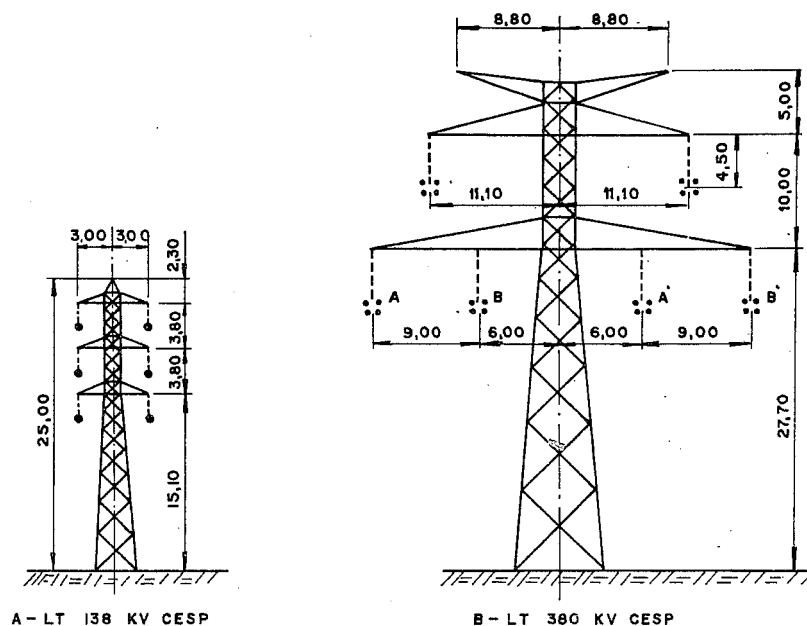


Fig. 2.20 — Linhas a circuito duplo.

2.4.2 — Dimensões das Estruturas

As dimensões principais das estruturas são determinadas principalmente pelos seguintes fatores:

- tensão de nominal de exercício;
- sobretensões previstas.

Como fatores secundários intervêm:

- flecha dos condutores;
- forma de sustentação dos condutores;
- diâmetro dos condutores.

Em função dos elementos acima, as normas dos diversos países fixaram a forma de se determinarem as distancias entre condutores, altura dos seus pontos de suspensão e distancias destes às partes aterradas da estrutura. Essas dimensões variam grandemente de país para país, dependendo das normas adotadas. No Brasil, esses elementos são fixados em norma pela ABNT (15).

2.4 — ESTRUTURAS DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO

2.4.3 — Classificação das Estruturas das Linhas de Transmissão

Há diversos critérios pelos quais podemos classificar as estruturas das linhas de transmissão, sendo os mais usados:

- quanto à sua função na linha;
- quanto à sua forma de resistir;
- quanto ao material empregado em sua fabricação.

2.4.3.1 — Funções das Estruturas nas Linhas

A ABNT, através da NB-182 — Projeto de Linhas Aéreas de Transmissão e Subtransmissão de Energia Elétrica — especifica as cargas atuantes bem como as hipóteses de carga a serem consideradas nos projetos e cálculos dos suportes das linhas de transmissão:

A — Cargas verticais

- componentes verticais dos esforços de tração dos cabos (condutores e pára-raios);
- peso dos acessórios de fixação dos cabos (ferragens e isoladores);
- peso próprio do suporte e eventuais cargas verticais, devido ao estaiamento;
- sobrecargas de montagem, manutenção e/ou outras eventuais.

B — Cargas horizontais transversais

- ação do vento sobre os cabos e respectivos acessórios de fixação;
- ação do vento sobre o suporte, na direção normal da linha;
- componentes horizontais transversais dos esforços de tração dos cabos e eventuais esforços horizontais introduzidos pelo estaiamento.

C — Cargas horizontais longitudinais

- componentes horizontais longitudinais dos esforços dos cabos e eventuais esforços introduzidos pelo estaiamento;
- ação do vento sobre o suporte, na direção da linha.

As cargas acima relacionadas, que podem ser consideradas como normais, sobrepõem-se ainda cargas anormais, ou excepcionais, às quais, sob certas condições, os condutores devem resistir. São elas as cargas provocadas pelo rompimento de um ou mais cabos.

As estruturas, além de sua função geral de suporte dos condutores, possuem também funções subsidiárias, cuja influência é marcante em seu dimensionamento. Essas funções estão relacionadas com o tipo de cargas que devem suportar.

a — Estruturas de suspensão — São dimensionadas para suportar cargas normais verticais e cargas normais horizontais transversais devidas à ação do vento sobre os cabos e as próprias estruturas. No sentido

longitudinal resistem à ação da força do vento. Conforme o tipo de estrutura, resistem também aos esforços excepcionais. Algumas vezes são dimensionadas para resistir a esforços horizontais transversais, resultantes da composição de componentes longitudinais dos esforços de tração nos cabos em pequenos ângulos (em geral iguais ou menores do que 5°).

b — Estruturas de ancoragem — Devem ser distinguidos dois tipos:

— *ancoragem total* — também chamadas estruturas de *fim de linha*, são dimensionadas para resistir a todas as cargas normais e excepcionais, unilateralmente. São, portanto, as estruturas mais reforçadas das linhas.

— *ancoragem parcial* — ou ancoragem intermediária — são empregadas em pontos intermediários das linhas, servindo normalmente como pontos de tensionamento. Menos reforçadas do que as primeiras, resistem, em geral, aos esforços normais de tração unilateral, nas condições diárias de operação, além dos esforços transversais e longitudinais normais, e às cargas excepcionais. Uma vez obrigatórias em todas as linhas, com distâncias variáveis de 5 a 10 km entre si, hoje não mais são assim consideradas, podendo, inclusive, ser omitidas.

c — Estruturas para ângulos — São aquelas dimensionadas para resistir aos esforços normais, inclusive das forças horizontais devidas à presença dos ângulos. Em uma mesma linha há, em geral, diversos tipos de estruturas para ângulos, dependendo dos valores destes. Resistem, geralmente, às cargas excepcionais.

d — Estruturas de derivação — Quando, em uma linha, se deve fazer uma derivação, sem haver necessidade de interrupção ou seccionamento nesse ponto, a linha é simplesmente derivada de estruturas apropriadas para esse fim.

e — Estruturas de transposição ou rotação de fase — Como veremos nos Caps. 7 e 8, a fim de assegurar a simetria elétrica de uma linha, é usual o emprego de rotação ou transposição de fase, feita em estruturas especiais, capazes de permitir essa rotação.

2.4.3.2 — Forma de Resistir das Estruturas

Já vimos que as estruturas das linhas de transmissão sofrem três solicitações diferentes:

- solicitação axial vertical;
- solicitação horizontal transversal;
- solicitação horizontal longitudinal.

Uma estrutura pode ser, portanto, considerada como uma viga vertical engastada no solo, com cargas verticais e cargas transversais horizontais, concentradas na parte superior da mesma. As cargas horizontais, que provocam momentos elevados na linha de engastamento, são, em geral, preponderantes no seu dimensionamento. Daí decorre a clas-

sificação das estruturas em dois grandes grupos, quanto ao seu comportamento face a essas cargas:

- A — estruturas autoportantes,
- B — estruturas estaiadas.

A — Estruturas autoportantes — São estruturas que transmitem todos os esforços diretamente para as suas fundações, comportando-se como vigas engastadas verdadeiras, como elevados momentos fletores junto à linha de solo. As estruturas autoportantes podem ser:

- a* — rígidas;
- b* — flexíveis;
- c* — mistas ou semi-rígidas.

a — Estruturas rígidas — São dimensionadas para resistir aos esforços normais e sobrecargas, sem deformações elásticas perceptíveis, e às cargas excepcionais, com deformações elásticas de menor importância. Em seu aspecto geral, são simétricas em ambas as direções (longitudinais e transversais), com dimensões relativamente grandes, e construídas em estruturas metálicas treliçadas (Figs. 2.18a, 2.20 e 2.21).

b — Estruturas flexíveis — Resistem apenas às cargas normais e sem deformações perceptíveis, resistindo às sobrecargas e esforços excepcionais com deformações elásticas consideráveis. São simétricas em ambas as direções e se caracterizam pelo elevado grau de esbeltez; os postes singelos são exemplos típicos desse tipo de estrutura, como também o são os pórticos articulados (Figs. 2.17 e 2.21).

c — Estruturas mistas ou semi-rígidas — São rígidas em uma direção e flexíveis em outra. Assim, são estruturas assimétricas, com dimensões maiores na direção em que são rígidas e menores na outra. É o caso dos pórticos contraventados ou rígidos (Fig. 2.21).

B — Estruturas estaiadas — São normalmente estruturas flexíveis ou mistas que são enrijecidas através de tirantes ou estais. Os tirantes, conforme se verifica pela Fig. 2.25, absorvem parte dos esforços horizontais, transmitindo-os diretamente ao solo através de âncoras. Outra parte dos esforços é transmitida axialmente pela estrutura.

Os tirantes são, em geral, construídos com cabos de aço galvanizado a fogo, do tipo HS ou SM, de 7 (sete) tentos, e diâmetros nominais variáveis. Os cabos *alumoweld* e *copperweld* também têm sido bastante empregados.

As estruturas estaiadas, até há bem pouco tempo, tinham emprego limitado às linhas com estruturas de madeira ou concreto e tensões até cerca de 230 kV. Mais recentemente foram introduzidas estruturas metálicas estaiadas para tensões até 750 kV (Fig. 2.18b).

Um caso particular constituem as linhas com estruturas semi-rígidas no sentido transversal que obtêm sua estabilidade longitudinal através

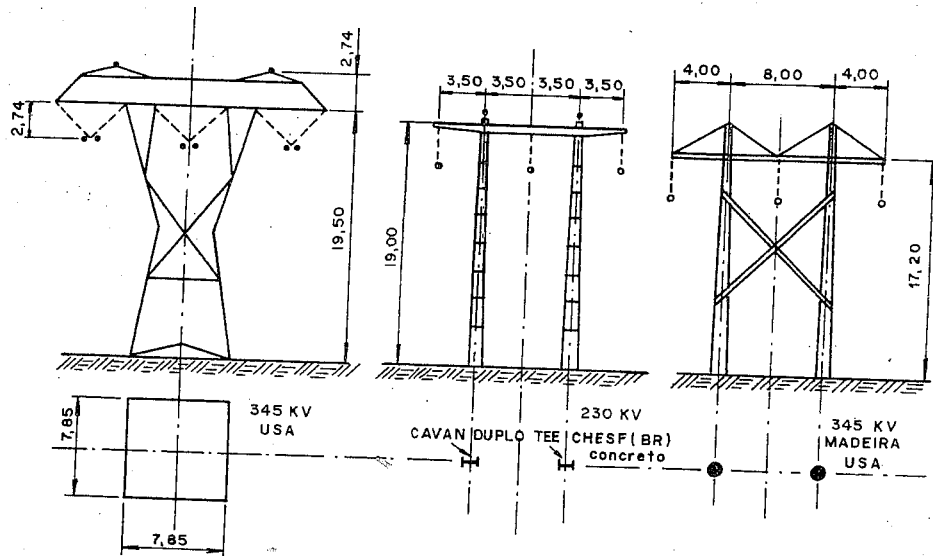


Fig. 2.21 — Estruturas autoportantes: a — rígida; b — elástica; c — semi-rígida.

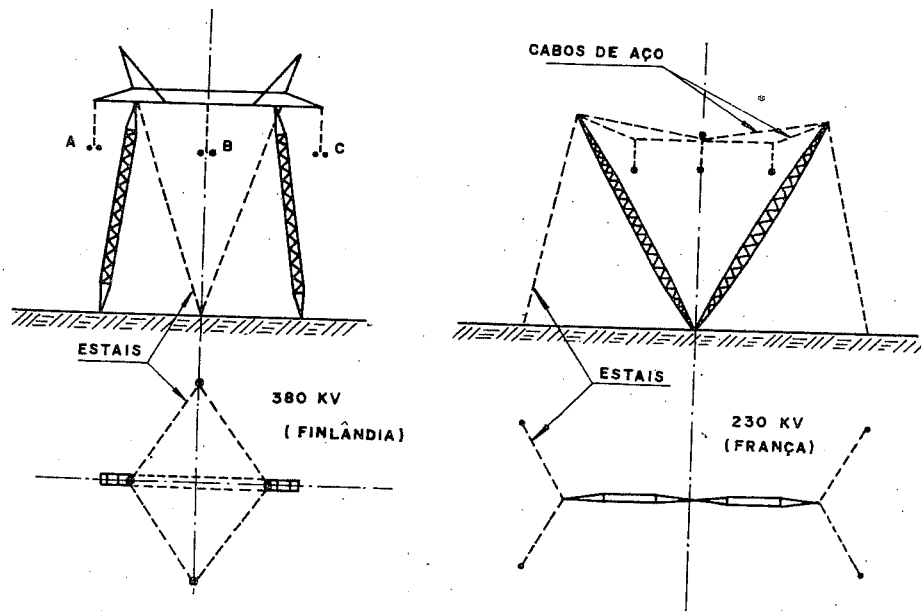


Fig. 2.22 — Estruturas estaiadas.

2.4 — ESTRUTURAS DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO

dos cabos pára-raios, ancorados em cada uma das estruturas de suspensão e terminados nas estruturas de amarração. A Fig. 2.22 ilustra diversos tipos de estruturas estaiadas.

2.4.3.3 — Materiais Para Estruturas

Os materiais usuais para a fabricação das estruturas das linhas de transmissão são a madeira, o concreto e os metais, podendo haver soluções mistas. Resinas armadas também têm sido empregadas (*Epoxi* e fibra de vidro) (21).

Para cada tipo de material há formas construtivas diferentes, inerentes às suas possibilidades, podendo, no entanto, ser projetadas com graus de segurança equivalentes, desde que as hipóteses de cálculo retratem as condições que são encontradas em serviço.

A — Madeira — Nos Estados Unidos as estruturas de madeira encontraram sua maior aplicação, existindo linhas de até 345 kV. No Brasil, país rico em madeiras apropriadas e carente de recursos, inexplicavelmente a madeira é relegada a um segundo plano para tensões acima de 35 [kV], apesar de a C.P.F.L. possuir, no Estado de São Paulo, extensa rede em 69 [kV] e 138 [kV] operando satisfatoriamente há mais de 20 anos, comprovando a eficiência desse material.

A madeira a ser empregada em linhas de transmissão deve possuir características especiais, capazes de satisfazer as exigências peculiares do serviço, quais sejam:

- a — elevada resistência mecânica à flexão;
- b — boa resistência às intempéries;
- c — indeformabilidade com o decorrer do tempo;
- d — boa resistência ao ataque de microrganismos que levam à sua destruição.

a — Resistência mecânica à flexão — Os esforços que as estruturas devem absorver podem atingir valores bastante elevados, dependendo principalmente das bitolas dos cabos e suas condições de trabalho. Assim, para que as peças que as compõem não sejam excessivamente volumosas, procura-se empregar madeiras capazes de resistir a valores superiores a 1 000 kg/cm².

b — Resistência às intempéries — As peças estruturais de madeira, quando expostas ao tempo, não se devem fender ou trincar.

c — Indeformabilidade com o tempo — Madeiras há que, com o tempo, sofrem deformações, como torções e encurtamentos desiguais em suas fibras. Essas deformações podem afetar a segurança de toda estrutura.

d — Resistência ao ataque de microrganismos — O apodrecimento de madeira é causado por fungos, que a atacam e a destroem. Esses fungos

localizam-se de preferência, em fendas e junto à linha de afloramento no solo, exatamente na região mais solicitada da estrutura.

No Brasil há madeiras capazes de satisfazer as condições prescritas. Destacam-se, em sua forma *lavrada*, as seguintes madeiras, comprovadamente eficientes para o emprego em linhas:

- aroeira;
- massaranduba;
- óleo-vermelho.
- candeia.

Para peças estruturais como cruzetas, travessas etc. recomenda-se o emprego de: ipê, faveiro, cabreúva etc.

As madeiras acima são de crescimento lento e a falta de replantio em época oportuna fez com que se tornassem cada vez mais escassas em zonas próximas aos locais de maior consumo. O seu transporte a longa distância, dado seu elevado peso específico, aumenta excessivamente o seu custo, tornando seu emprego difícil em regiões distantes daquelas de sua extração. Esse fato, dada a grande procura de postes de madeira, levou à utilização de espécies abundantes e de crescimento rápido, mesmo em detrimento de alguns dos requisitos enumerados.

A madeira considerada no Brasil como a mais apropriada é fornecida por algumas espécies de eucalipto, que deixam de satisfazer apenas o último dos requisitos. Mediante tratamento adequado, como o da impregnação profunda em autoclaves com sais de Wolman ou creosoto, esse inconveniente é facilmente removido. Das espécies de eucalipto mais cultivadas no Brasil, são as seguintes as mais indicadas: *citriodora*, *tereticornis*, *alba*.

O pinheiro do Paraná (araucária) também tem sido empregado após usinagem com torneamento, obtendo-se peças tronco-cônicas retas. Seu tratamento em autoclave com creosoto empresta-lhe durabilidade. Sua resistência mecânica é, no entanto, bem menor — aproximadamente 700 kg/cm² — o que limita seu emprego a redes de distribuição.

As diversas variedades de *pinus* introduzidas recentemente no Brasil como essência para reflorestamento, e já de grande divulgação, prometem um material ótimo para estruturas, desde que convenientemente tratadas.

B — Concreto armado — As estruturas de concreto armado tiveram sua maior divulgação na Europa, onde sempre foram bastante empregadas. No Brasil, até por volta de 1940, seu emprego era limitado às redes urbanas de distribuição. Posteriormente passaram a ser empregadas também para linhas de transmissão, em escala sempre crescente e para tensões cada vez mais elevadas.

A evolução no emprego das estruturas de concreto se deve principalmente a:

1 — progressos na tecnologia de fabricação em série de peças grandes de concreto, o que permitiu a realização de instalações industriais, melhorando e uniformizando sua qualidade, ao mesmo tempo em que seu custo era reduzido;

2 — a introdução dos aços-carbono de alto ponto de escoamento permitiu uma redução considerável nas dimensões das peças, obtendo-se seções pequenas e de alta resistência, o que reduziu ainda mais seu custo;

3 — maior durabilidade e ausência total de manutenção;

4 — melhoria das vias e meios de transporte, bem como do equipamento de manejo e montagem;

5 — montagem relativamente simples, podendo, em grande parte, ser executada com pessoal recrutado e treinado rapidamente no local da obra, o que reduz grandemente o seu custo.

Sua principal desvantagem está nas dificuldades de transporte no campo, principalmente em terrenos acidentados e de difícil acesso.

São empregados dois tipos de armaduras para as estruturas de concreto: armadura para pré-tensionamento, armadura convencional.

A técnica do pré-tensionamento do concreto abriu novos horizontes na construção civil, seja para pontes, seja para edifícios. Não obstante, para estruturas das linhas de transmissão, os resultados não foram tão auspiciosos. O concreto em si, principalmente quando usado com peças de pequena espessura, possui pequena resistência ao impacto, podendo fraturar com facilidade mediante pequenos choques, difíceis de serem evitados em trabalhos de campo. A destruição de uma pequena porção em uma peça pré-tensionada leva, fatalmente, à sua destruição total.

As armaduras convencionais, hoje quase que exclusivamente executadas com aços-carbono de alta resistência, foram as que melhor aprovaram para estruturas de linhas de transmissão e para cuja fabricação são empregados dois processos: centrifugação e vibração.

Pelo processo de centrifugação em alta velocidade obtêm-se peças de seção circular oca. O movimento rotativo em torno do eixo longitudinal provoca a eliminação do excesso de água, reduzindo, portanto, a porosidade do concreto. Uma cura a vapor d'água é normalmente associada, acelerando a pega e permitindo a desenforma em prazo curto.

As peças assim obtidas são de boa qualidade, de elevada resistência e bem delgadas. São, porém, bastante flexíveis, requerendo, portanto, cuidados especiais em seu manejo, a fim de se evitar a formação de fendas capilares, através das quais a água pode penetrar e atacar a armadura.

O investimento necessário para uma instalação desse tipo é muito grande e só é compensado com um volume grande de produção.

A fabricação pelo processo de vibração, também chamada convencional, permite instalações de produção bem mais modestas, pois o investimento necessário depende da produção desejada. Através desse processo podem-se obter peças de características excelentes, em geral mais rígidas e ligeiramente mais espessas para uma mesma resistência que as

peças centrífugas e, o que é importante, de qualquer secção transversal. Para esse processo a dosagem da argamassa e a qualidade dos agregados são menos críticas do que no processo anterior.

As estruturas de concreto, mais dispendiosas que as de madeira, são, no entanto, mais baratas do que as de aço para a maioria das aplicações, mesmo para tensões até 500 kV, e uma excelente alternativa para as condições brasileiras, já reconhecida, aliás, pela CHESF, que opera linhas em 220 kV em estruturas de concreto, formando um sistema extenso.

C — Estruturas metálicas — São construídas normalmente de aços-carbono normais ou de alta resistência, em perfilados ou tubos, podendo ser obtidas as mais variadas formas e dimensões. Dada a versatilidade do aço como material de construção, podem ser fabricadas em grandes séries. Sendo compostas de peças relativamente pequenas e leves, podem ser transportadas com bastante facilidade a qualquer ponto, para sua montagem no local.

Um grande progresso foi experimentado, ultimamente, em seu dimensionamento, principalmente devido ao melhor entendimento do jogo das forças envolvidas, obtendo-se grandes reduções de peso, mesmo nas estruturas autoportantes.

Estando expostas às intempéries, devem ser protegidas contra a oxidação. A zincagem a quente de todas as peças que as compõem assegura ausência de manutenção, por 25 anos ou mais.

Dado seu custo quilométrico mais elevado, pelo menos no Brasil, deveriam ser reservadas para linhas acima de 230 kV ou a locais muito acidentados.

O alumínio e suas ligas também têm sido usados como material estrutural para linhas de alta tensão. A redução de peso que se obtém, sem sacrifício da resistência, é deveras notável, porém seu custo, ainda muito elevado, limita seu emprego a locais em que o custo do transporte absorve essa diferença. Sob certas condições, podem ser montadas em locais de fácil acesso e transportadas ao ponto de implantação por helicóptero, completamente montadas. A Alcan (*Aluminium Company of Canada Ltd.*) construiu uma linha em 300 kV com 80 km de extensão entre KITIMAT e KEMANO (Canadá), inteiramente de alumínio, mostrando assim sua viabilidade.

2.5 — CABOS PÁRA-RAIOS

Ocupam a parte superior das estruturas e se destinam a interceptar descargas de origem atmosférica e descarregá-las para o solo, evitando que causem danos e interrupções nos sistemas. Até há bem pouco tempo, os cabos pára-raios eram sempre rigidamente aterrados através das estruturas, quando surgiu a idéia de utilizá-los para telecomunicações e telemédias. Isolaram-se, então, as estruturas dos cabos através de isoladores de baixa resistência disruptiva, o que não afetou sua eficiência como elemento de proteção, permitindo o emprego de equipamento de acoplamento para comunicações muito menos dispendioso.

Como cabos pára-raios, cujos diâmetros são, em geral, de 3/8" a 1/2", empregam-se com mesmo grau de eficiência:

- cabos de aço HS, HSS ou SM galvanizados;
- cabos *aluminoweld*;
- cabos *copperweld*;
- cabos CAA de alta resistência mecânica.

Sua colocação nas estruturas, com relação aos cabos condutores, é fundamental no grau de proteção oferecido à linha, e merece ser cuidadosamente estudada.

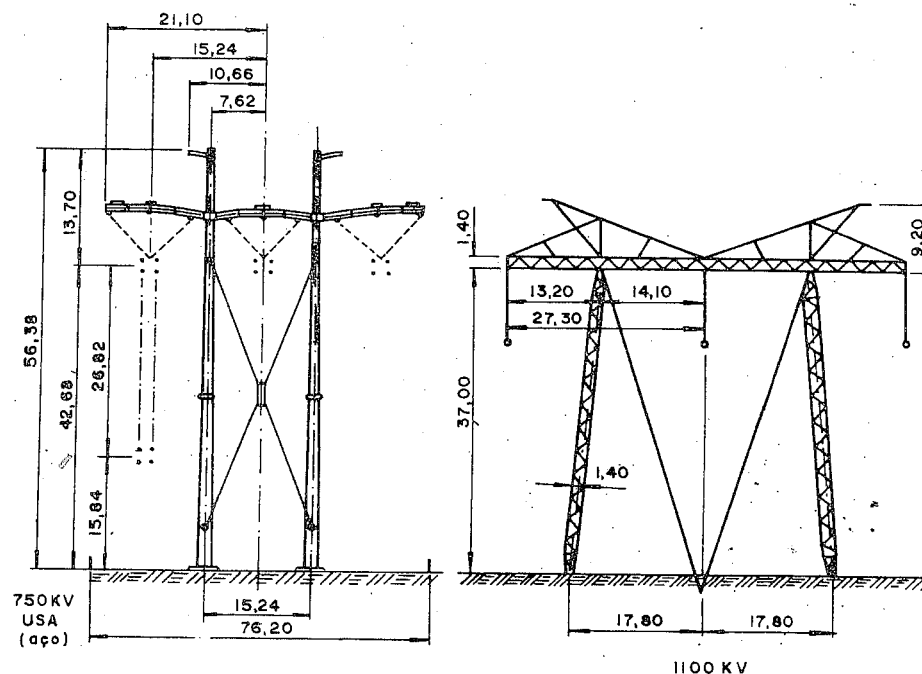


Fig. 2.23 — Comparação entre linha atual de 750 [kV] e uma estrutura proposta para 1100 [kV] (12).

2.6 — BIBLIOGRAFIA

- 1 — WEEDY, B. M. — *Electric Power Systems*. John Wiley and Sons, Londres, 1967.
- 2 — CENTRAL STATION ENGINEERS — *Electrical Transmission and Distribution Reference Book*. Westinghouse, East Pittsburg, 1950.
- 3 — LAVANCHY, Ch. — *Etude et Construction des Lignes Electriques Aériennes*. J. A. Bailliere et Fils, Paris, 1952.
- 4 — GIRKMANN, K. e KONIGSHOFER, E. — *Die Hochspannungs Freileitungen*. Springer Verlag, Viena, 1952. 2.ª edição.

- 5 — BELLASCHI, P. L. — *Electrical Clearances for Transmission Line Design at Higher Voltages*. Transactions AIEE, Nova Iorque, 1954. Págs. 1192-1200.
- 6 — VARNEY, Theodore — *ACSR Graphic Method for Sag-Tension Calculations*. Aluminium Company of Canada, Ltd. Montreal, Canadá, 1950.
- 7 — ALUMINIUM UNION LIMITED — *Aluminium for Transmission Lines*, Londres, 1956.
- 8 — PREST, B. A. e RISSONE, R. F. — *Bundle Conductors on Grid Lines in England and Wales*. Proc. IEE, Londres, dez. 1967. Vol. 114, n.º 12. Págs. 1873-1886.
- 9 — THOMAS, P. H. — *Output and Regulation in Long Distance Lines*. Transactions AIEE, Nova Iorque, 1909. Vol. 28, parte I. Págs. 615-640.
- 10 — THOMAS, P. H. — *Calculation of one High Tension Lines*. Id. ibid. Págs. 641-686.
- 11 — PETERSON, E. L. — *Line Conductors — Tidd 500 [kV] Test Lines*. "Tidd 500 [kV] Test Project". AIEE, Nova Iorque, jan. 14,8.
- 12 — PARIS, L. e outros — *A Study of The Design Parameters of Transmission Lines Above 1 000 kV*. Cigré Paris, 1972. Vol. 2; n.º 31-15, 24.ª Sessão.
- 13 — BARTHOLD, L. O. — *Fronteiras na Tecnologia das Linhas de Transmissão*. 2.º Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Belo Horizonte, 1973.
- 14 — ANDERSON, J. G. e BARTHOLD, L. O. — *Design Challenges of Transmission Lines Above 765 kV*. IEEE — EHV Transmisson Conference, Montreal, Canadá, 1968.
- 15 — ABNT — NB-182/1972 — *Projeto de Linhas Aéreas de Transmissão e Subtransmissão de Energia Elétrica*. ABNT, Rio de Janeiro, 1972.
- 16 — PROJECT EHV — *EHV Transmission Line Reference Book*. Edison Electric Institute, Nova Iorque, 1968.
- 17 — AMARAL ROSA, ARISTEU — *O Ponto Fraco das Linhas de Transmissão*. O Mundo Elétrico. Editora Max Gruenwald, São Paulo, 1969. Ano x, n.º 114.
- 18 — SUSPENSION INSULATORS — Publicação Comercial da *General Electric Co*, Nova Iorque, s/data.
- 19 — KAMINSKI JR. e BETHEA JR., M. — *EHV Insulator Assemblies Can be Corona-proof*. Electric Light and Power Nova Iorque, jan. 1967.
- 20 — SHARBUUGH, HARRY A. — *Insulation Engineering enters Polymeric Age*. Transmission, General Electric Co, Nova Iorque, dez. 1969.
- 21 — Editores — *Revista Brasileira de Energia Elétrica*. Eletrobrás S. A., Rio de Janeiro, set./dez. 1970. N.º 14.

Teoria da Transmissão da Energia Elétrica

3.1 — INTRODUÇÃO

A distribuição das correntes e diferenças de potencial e a transferência de energia ao longo de uma linha de transmissão podem ser analisadas por diversos processos, sendo de se esperar que todos conduzam ao mesmo resultado. Essa análise, evidentemente, tem por finalidade permitir ao operador chegar a expressões matemáticas finais que serão empregadas diretamente na solução de problemas práticos. Se os diversos métodos conduzem aos mesmos resultados finais, todos deveriam ser aceitáveis. No entanto, em problemas de Engenharia em geral, não é suficiente procurar uma fórmula que possa ser aplicada indiscriminadamente na solução de um problema particular, sem o conhecimento completo das limitações e simplificações admitidas em sua derivação. Tal circunstância poderia levar ao uso indevido da mesma. As chamadas soluções matemáticas dos fenômenos físicos exigem, normalmente, simplificações e idealizações: a derivação matemática de uma fórmula a partir de princípios fundamentais deve, além da fórmula propriamente dita, fornecer todas as informações referentes às restrições, aproximações e limitações que são impostas. É fundamental que se examine com o maior rigor, sob o ponto de vista da generalidade, a aceitabilidade dos princípios fundamentais adotados como ponto de partida para a sua dedução.

É importante ressaltar que, de acordo com a Física, a expressão *linha de transmissão* se aplica a todos os elementos de circuitos que se destinam ao transporte de energia, independentemente da quantidade de energia transportada — alguns bilhões de kWh-ano ou apenas alguns kWh-ano. A mesma teoria geral é aplicável, feitas as necessárias ressalvas, independentemente do comprimento físico dessas linhas.

Antes de tentarmos uma solução matemática e análise quantitativa, é de toda a conveniência efetuarmos uma análise qualitativa dos fenômenos eletromagnéticos de uma linha de transmissão.

3.2 — ANÁLISE QUALITATIVA

No presente trabalho limitaremos nosso estudo apenas às linhas de transmissão clássicas, considerando somente aquelas constituídas por ligações físicas entre uma fonte de energia e um elemento consumidor dessa energia. Os termos fonte e consumidor de energia devem aqui ser entendidos no seu sentido mais lato: transmissor e receptor de energia, respectivamente. Essa ligação física se dá através de condutores, pelos quais circulam correntes elétricas e que são mantidos sob diferenças de potencial. Daí a necessidade da existência de um circuito fechado, sendo que, em numerosos casos, o próprio solo é utilizado como condutor de retorno.

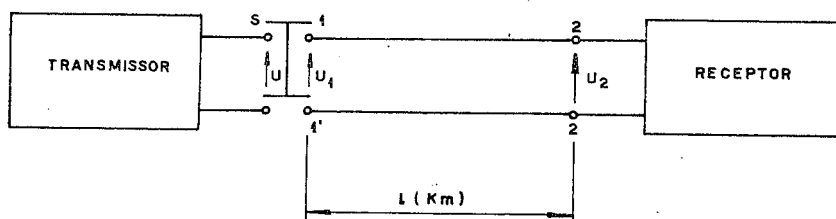


Fig. 3.1 — Linha bifilar ideal.

3.2.1 — O Fenômeno da Energização da Linha

Consideremos uma linha de transmissão ideal constituída por dois condutores metálicos, retilíneos e completamente isolados, suficientemente distantes do solo, cu de estruturas, ou de outras linhas, para que não seja influenciada pela sua presença, e de comprimento qualquer. Tratando-se de linha ideal, a resistência elétrica dos condutores é considerada nula, como também o dielétrico entre os condutores é considerado perfeito, de forma que não há perdas de energia a considerar. Outrossim lembramos da Física que, entre dois condutores separados por dielétricos, podemos definir uma capacitância C [farad/km] e uma indutância L [henry/km]. Consideremos ainda que junto ao receptor haja um dissipador de energia, representável por uma resistência R_2 (Fig. 3.1). Um circuito equivalente está representado de forma grosseira na Fig. 3.2.

Consideremos um instante imediatamente anterior à ligação da chave S , $t < 0$. Os terminais da fonte estão sob uma diferença de potencial

U [V]. No instante em que a chave S for ligada ($t = 0$) entre os terminais 1 e 1', aparecerá a mesma diferença de potencial U [V]. Uma vez que diferenças de potencial somente são possíveis entre cargas elétricas, a colocação sob tensão dos terminais 1 e 1' da linha foi provocada por um deslocamento de cargas elétricas através de S , cargas originárias da fonte.

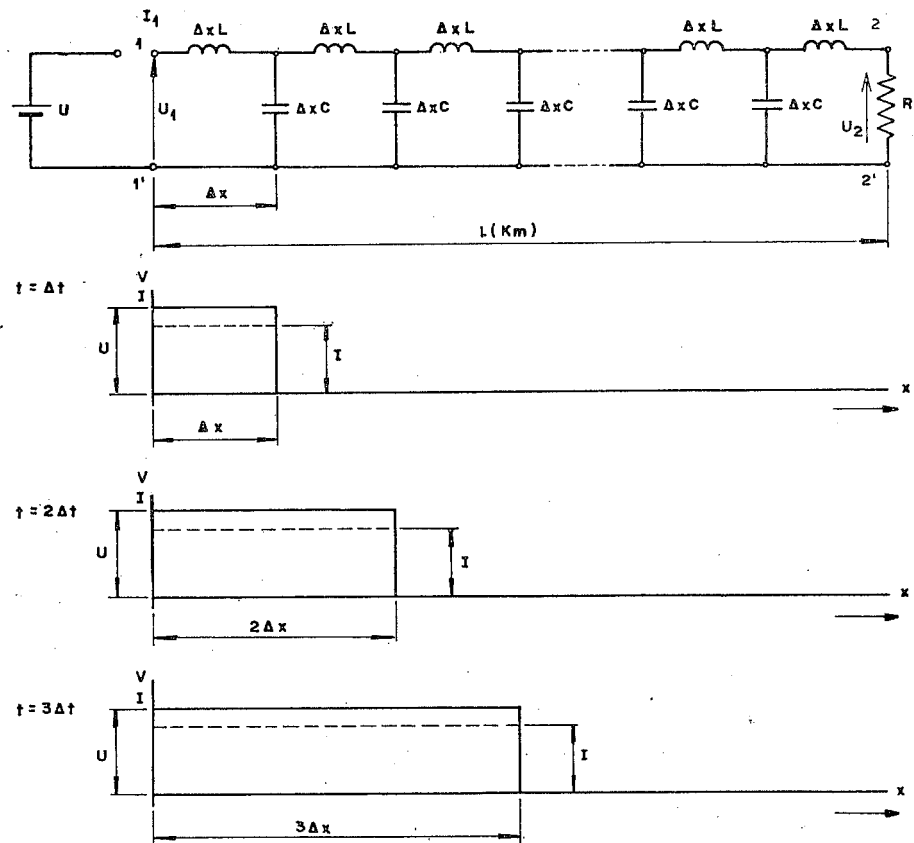


Fig. 3.2 — Circuito equivalente aproximado de uma linha bifilar ideal.

Consideremos um elemento de comprimento infinitesimal Δx [km] da linha. Ele contém uma indutância $\Delta x L$ [henry] e uma capacitância $\Delta x C$ [farad]. A tensão U [volt] só poderá aparecer nos terminais da capacitância após a decorrência de um tempo Δt [segundos], pois a corrente através de $\Delta x L$ não pode atingir instantaneamente o seu valor I_0 [ampères]. Levará um outro intervalo de tempo Δt para que o capacitor do trecho Δx seguinte atinja o valor U , e assim sucessivamente. A corrente fornecida pela fonte, uma vez atingido o valor I_0 [ampères], se mantém

constante. É a corrente de carga da linha. Decorre, portanto, um tempo *finido* entre o instante em que se aplica uma tensão ao transmissor de uma linha de transmissão e o instante em que esta tensão pode ser medida em seu receptor. κ

Ora, cargas elétricas em movimento dão origem a campos magnéticos, e a simples presença das cargas, aos campos elétricos. Portanto, ao se energizar uma linha de transmissão, ao longo da mesma se irão estabelecendo, progressivamente, *campos elétricos*, e *campos magnéticos*, do transmissor ao receptor. Dizemos que esses campos *se propagam* do transmissor ao receptor.

Podemos, pois, definir uma *velocidade de propagação* ou *celeridade* para uma linha de comprimento l [km]:

$$v = \frac{l}{T} \text{ [km/s]}, \quad (3.1)$$

sendo T [s] o tempo necessário para que a tensão no receptor atinja o valor U [V].

Consideremos um trecho de linha de comprimento unitário 1 [km] de linha; seja t_1 [s] o tempo necessário para energizar esse trecho unitário (Fig. 3.3).

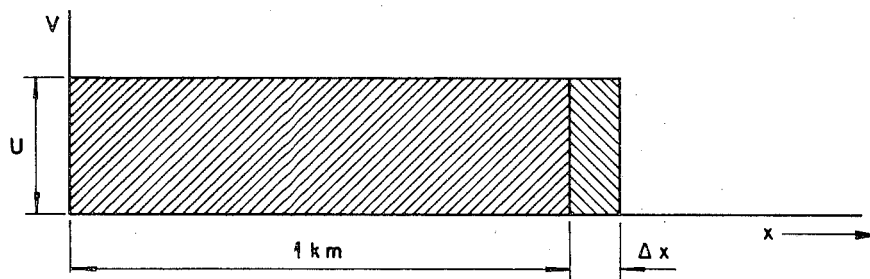


Fig. 3.3 — Energização de trecho de comprimento unitário de linha.

Teremos:

$$t_1 = \frac{1}{v} \text{ [s]};$$

a carga elétrica acumulada nesse trecho será:

$$q = UC \text{ [coulomb]}; \quad (3.2)$$

a corrente através de uma seção do condutor será:

$$I_o = q \cdot v = UCv \text{ [A]}. \quad (3.3)$$

Essa corrente começa a fluir na linha um tempo Δt [s] após o instante em que a tensão é aplicada. Sua intensidade independe do comprimento da linha, se esta for de comprimento infinito, essa corrente de carga será suprimida pela fonte, sem alteração de valor, enquanto o valor da tensão da fonte se mantiver inalterado, indefinidamente.

Isso nos permite definir uma *impedância* de entrada da linha. Da Eq. (3.3) obtemos:

$$Z_o = \frac{U}{I_o} = \frac{1}{C \cdot v} \text{ [ohm]}; \quad (3.4)$$

Consideremos agora um elemento de comprimento Δx [km]. Δt é o período durante o qual, em Δx , a corrente crescerá de zero para I_o [A]. A FEM induzida será:

$$\text{FEM} = -\Delta x L \frac{dI_o}{dt} = -\frac{I_o}{\Delta t} \Delta x L,$$

ou, lembrando que $\Delta t = \frac{\Delta x}{v}$ [s], teremos:

$$\text{FEM} = -\frac{I_o v}{\Delta x} \cdot \Delta x L = -I_o L v \text{ [V]}; \quad (3.5)$$

como essa FEM deve ser neutralizada pela tensão da fonte para que I_o possa fluir, teremos:

$$U = I_o L v \text{ [V]} \quad (3.6)$$

ou

$$Z_o = \frac{U}{I_o} = Lv \text{ [ohm]}. \quad (3.7)$$

Vemos que Z_o foi definido de duas formas diferentes, (3.4) e (3.7). Em ambos os casos é função da celeridade e de uma grandeza, C ou L , que, como sabemos, dependem apenas do meio em que a linha se encontra e de suas dimensões físicas.

Se igualarmos (3.4) e (3.7), encontraremos:

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ [km/s]}, \quad (3.8)$$

que é a expressão da velocidade com a qual os campos elétricos e magnéticos se propagam ao longo de uma linha.

Lembramos da Física que, para uma linha a dois condutores, no ar ou no vácuo, valem as seguintes expressões para o cálculo da indutância

e da capacitância, desprezando o efeito do fluxo magnético interno do condutor e da presença do solo:

$$L = 2 \times 10^{-4} L_n \frac{D}{r} \text{ [H/km]} \quad (3.9)$$

$$C = \frac{1}{18 \times 10^6 L_n \frac{D}{r}} \text{ [F/km]} \quad (3.10)$$

Se introduzirmos essas equações em (3.8), encontraremos:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\frac{2 \times 10^{-4} L_n \frac{D}{r}}{18 \times 10^6 L_n \frac{D}{r}}}} = \sqrt{9 \times 10^{10}} = 3 \times 10^5 \text{ [km/s]} \quad (3.11)$$

Essa velocidade é a velocidade de propagação da luz no vácuo. Pela Eq. (3.11) podemos reconhecer que ela depende principalmente do meio em que se encontra a linha — por exemplo, ela é muito mais baixa nos cabos subterrâneos. Nas linhas reais, em que o fluxo interno dos condutores também não é desprezível, ela é um pouco menor. Essas linhas também possuem perdas, representáveis por uma resistência em série com a indutância e em paralelo com a capacitância, também reduzindo a velocidade de propagação.

Retomemos (3.7), dela extraindo o valor v , que introduzimos em (3.4) para obter:

$$Z_o = \sqrt{\frac{L}{C}} \text{ [ohm]} \quad (3.12)$$

Nesta substituímos L e C pelas Eqs. (3.9) e (3.10), obtendo:

$$Z_o = 60 L_n \frac{D}{r} \text{ [ohm]} \quad (3.13)$$

Pela Eq. (3.13) verificamos que Z_o não depende do comprimento da linha, somente do meio em que esta se encontra e de suas dimensões físicas, distância D [m] entre condutores e raio r [m] dos condutores. É, pois, constante para cada linha e, por isso mesmo, é considerada uma grandeza característica denominada *impedância natural da linha*, ou, como veremos mais adiante, *impedância de surtos da linha*.

Em virtude das Eqs. (3.4) e (3.7), temos para cada linha:

$$I_o = \frac{U}{Z_o} = \text{constante} \quad (3.14)$$

Logo, a corrente de carga de uma linha, excitada por uma fonte de tensão constante, também independe de seu comprimento, o que, aliás, é uma peculiaridade. Não poderia, no entanto, ser diferente: a corrente de carga I_o , quando começa a fluir, desconhece o comprimento da linha e a forma pela qual é terminada.

3.2.2 — Relações de Energia

Em cada intervalo de tempo Δt , necessário para energizar um trecho de comprimento Δx de linha, a fonte fornece à mesma uma quantidade de energia igual a $UI_o \Delta t$. Essa energia, numa linha ideal, não é dissipada na linha, cabendo, portanto, uma indagação sobre o seu destino.

Os campos elétricos e os campos magnéticos têm a capacidade de armazenar energia. No trecho de linha de comprimento Δx poderá, então, ser armazenada a energia:

a — *No campo magnético:*

$$\Delta E_m = \frac{I_o^2 L \Delta x}{2} \text{ [Ws]} \quad (3.15)$$

b — *No campo elétrico:*

$$\Delta E_e = \frac{U^2 C \Delta x}{2} \text{ [Ws]} \quad (3.16)$$

Esse armazenamento se dá simultaneamente. Portanto,

$$UI_o \Delta t = \frac{I_o^2 L \Delta x}{2} + \frac{U^2 C \Delta x}{2} \text{ [Ws]} \quad (3.17)$$

A expressão (3.17) nos diz que a energia fornecida pela fonte foi armazenada pelos dois campos, sem, no entanto, nos esclarecer sobre sua divisão entre os mesmos. Vejamos como esta se faz.

Temos que $U = I_o Z_o = I_o \sqrt{\frac{L}{C}}$, que introduzimos na Eq. (3.16) para obter:

$$\Delta E_e = \left(I_o \sqrt{\frac{L}{C}} \right)^2 \times \frac{C \Delta x}{2} = \frac{I_o^2 L \Delta x}{2} \quad (3.18)$$

ou seja, a quantidade de energia armazenada pelo campo elétrico é exatamente igual à quantidade de energia armazenada pelo campo magnético. Cada um dos campos armazena, portanto, exatamente a metade da quantidade de energia que é fornecida pela fonte.

Esse processo durará indefinidamente, se a linha tiver um comprimento infinito. As linhas de transmissão possuem, porém, comprimentos finitos. Neste caso, ocorrerão fenômenos complexos, que procuraremos analisar. Esses fenômenos, como veremos, dependem exclusivamente da forma com que a linha é terminada, ou seja das condições em sua extremidade receptora. Imaginemos que a linha tenha um comprimento l [m] e que na extremidade receptora coloquemos um dissipador de energia R_2 [ohm], com a condição de que:

$$|R_2| = |Z_0|.$$

Teremos então:

$$U = I_0 Z_0 = I_0 R_2$$

ou

$$I_0 = \frac{U}{Z_0} = \frac{U}{R_2} \quad (3.19)$$

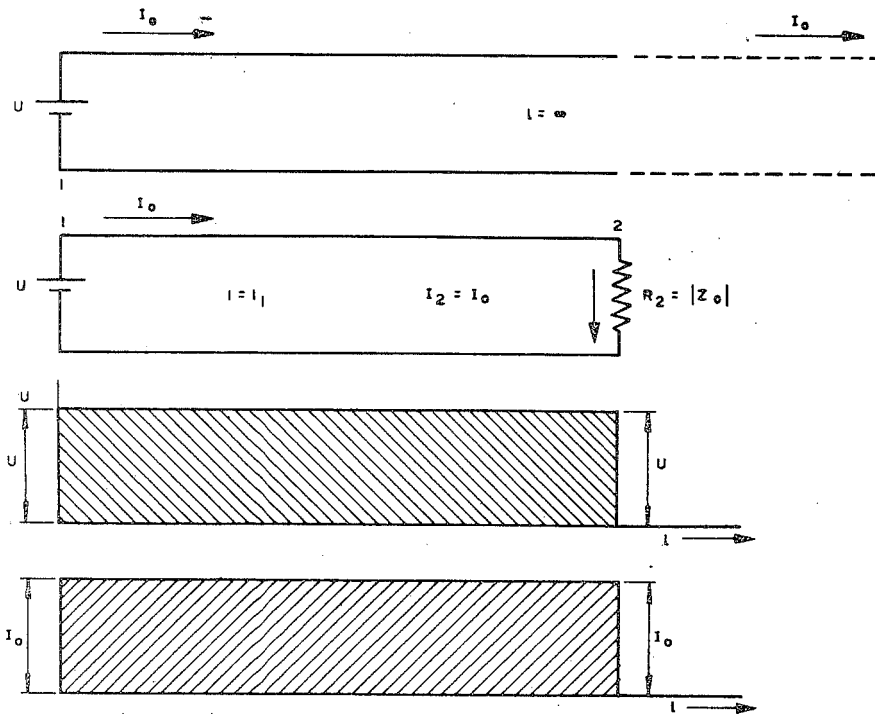


Fig. 3.4 — Equivalência entre linhas de comprimento infinito e linhas terminadas em $R_2 = Z_0$.

Uma vez que na terminação da linha não há campos magnéticos e elétricos a armazenar energia, toda a energia fornecida pela fonte será dissipada na resistência R_2 . Logo:

$$UI_0 \Delta t = I_0^2 R_2 \Delta t \quad [\text{Ws}] \quad (3.20)$$

e a corrente I_0 continuará com a mesma intensidade inicial, como se a linha fosse de comprimento infinito (Fig. 3.4), independentemente do valor de l [m]. Uma linha assim terminada é denominada *linha de comprimento infinito*.

Quando o valor de R_2 for diferente do valor de Z_0 , o equilíbrio estabelecido pela Eq. (3.19) será alterado pois o segundo membro dessa equação poderá ser maior ou menor do que o primeiro, dependendo da capacidade de dissipação de R_2 . Devemos considerar, portanto, dois casos.

A — *Linha com resistência terminal maior que Z_0*

Neste caso, a corrente I'_2 , através da resistência R'_2 , será menor que a corrente I_0 , e a potência dissipável $(I'_2)^2 R'_2$ será igualmente menor do que a potência $I_0^2 R_2$. Junto ao terminal da linha haverá um excesso de energia. Um novo estado de equilíbrio deverá ocorrer, pois esse excesso de energia não poderá ser destruído.

Uma redução da corrente na linha leva também a uma redução da energia armazenada no campo magnético. Este, por conseguinte, além de não poder armazenar o excesso de energia devido à redução de I_2 , deve ainda ceder parte da energia que possui armazenada. E essas duas parcelas só podem ter um destino: o campo elétrico. Portanto, a partir do momento em que I'_2 começa a fluir através de R'_2 , o campo elétrico recebe a energia excedente, que se manifesta na forma de uma elevação da tensão U_2 e que se irá propagar ao longo da linha, acompanhada da redução de I_0 , com a mesma velocidade v [km/s], como mostra a Fig. 3.5.

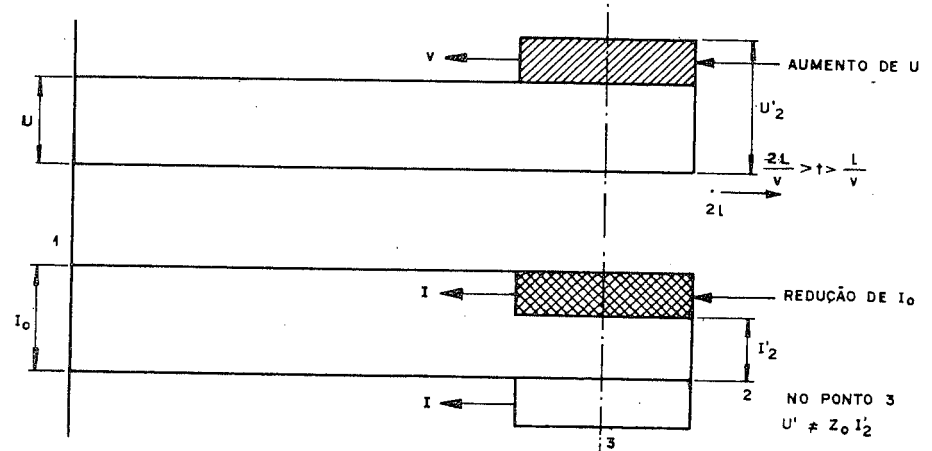


Fig. 3.5 — Variação de tensão e corrente em linha ideal terminada com $R_2 > Z_0$.

Vale a pena examinarmos um caso extremo, ou seja, quando $R_2 = \infty$, isto é, na linha de comprimento finito, aberta junto ao receptor. Neste caso observamos:

a — a corrente se reduz a zero, progressivamente, do receptor ao transmissor;

b — o campo elétrico tem que armazenar toda a energia, isto é, aquela que chega pela linha e aquela que é cedida pelo campo magnético.

Seja U_2 o valor da tensão que a linha atingirá junto ao receptor. A energia armazenada em um Δx de linha será:

$$\frac{1}{2} U_2^2 C \Delta x. \quad (3.21)$$

A linha possuiu $U^2 C \Delta x$ de energia e a fonte, em Δt (s), enviou mais $U^2 C \Delta x$. Logo, o campo elétrico deverá armazenar energia equivalente a:

$$2U^2 C \Delta x. \quad (3.22)$$

Igualando (3.20) e (3.21), teremos:

$$U_2^2 = 4U^2$$

ou

$$U_2 = 2U \text{ [V]}. \quad (3.23)$$

Portanto, em uma linha ideal aberta a tensão no receptor cresce ao dobro do valor da tensão aplicada (Fig. 3.6). Essa tensão se propaga do receptor ao transmissor.

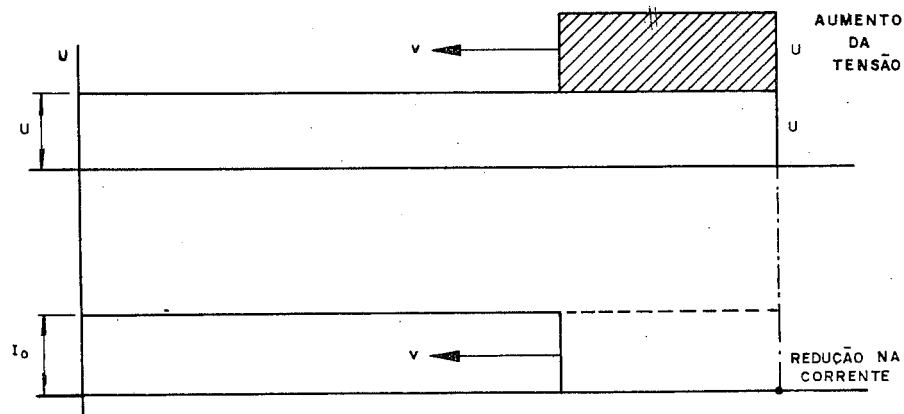


Fig. 3.6 — Perfil de tensão e corrente na linha ideal aberta.

B — Linha com resistência terminal menor do que Z_0 .

A corrente I_2'' , através da resistência, será maior que I_0 e, conseqüentemente, a potência dissipável em R_2 , $(I_2'')^2 R_2$, será maior do que a potência $I_2^2 R_2$. Junto ao terminal da linha ocorrerá um deficit de energia que não poderá ser suprimido de imediato pela fonte que alimenta o sistema. O novo estado de equilíbrio somente poderá ser atingido se essa deficiência for suprida pela própria linha, às expensas da energia armazenada por ela durante o processo de energização.

Uma vez que há um aumento no valor da corrente que passa de $I_2 = I_0$ para I_2'' , o campo magnético não somente não pode ceder energia, como também deve armazenar maior quantidade da mesma, o que faz às custas do campo elétrico, que a cede. Haverá, portanto, uma redução na tensão U_2 junto ao receptor, que caminha progressivamente em direção à fonte, como mostra a Fig. 3.7.

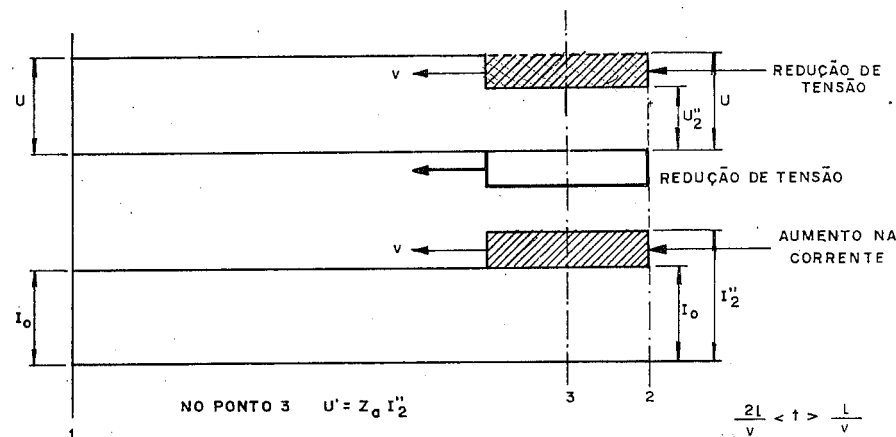


Fig. 3.7 — Variação da tensão e corrente em linha ideal germinada com $R_2 < Z_0$.

Um outro caso extremo de operação da linha, bastante interessante, é o caso de uma linha terminada em curto-circuito, ou seja, com $R_2 = 0$. Observa-se, neste caso:

a — a tensão junto ao receptor somente pode ser nula, propagando-se esse valor do receptor ao transmissor;

b — há um aumento no valor da corrente junto ao receptor que se propaga para o transmissor. O valor da corrente poderá ser determinado com base nas considerações que se seguem.

Uma vez que toda a energia que estava armazenada no campo elétrico não pode ser retida pelo mesmo, ela é cedida ao campo magnético, que também deverá receber toda a energia que a fonte continuará fornecendo.

A energia no campo magnético será agora em Δx de linha:

$$\frac{1}{2} L (I_2'')^2 \Delta x. \quad (3.23)$$

Nos dois campos da linha havia $LI_0^2 \Delta x$ armazenados e a fonte em Δt fornecerá mais $LI_0^2 \Delta x$; logo, o campo magnético terá que armazenar:

$$2LI_0^2 \Delta x, \quad (3.24)$$

quantia essa que deverá ser igual àquela definida por (3.23). Logo,

$$\frac{1}{2} L (I_2'')^2 \Delta x = 2LI_0^2 \Delta x$$

ou

$$I_2'' = 2I_0; \quad (3.25)$$

portanto, numa linha em curto-circuito a corrente crescerá, no receptor, ao dobro de seu valor.

3.2.3 — Ondas Viajantes

Os fenômenos descritos possuem certa semelhança com fenômenos encontrados em hidráulica, inclusive podem ser descritos matematicamente por equações diferenciais semelhantes àquelas que os hidráulicos empregam no estudo das chamadas "ondas progressivas" ou "ondas viajantes". Tal semelhança permitiu a introdução do conceito de *ondas viajantes* nas linhas, muito útil na análise e entendimento do fenômeno. Dos hidráulicos ainda tomamos emprestados a nomenclatura empregada.

Dentro desse conceito consideramos que, ao energizarmos uma linha, partem do transmissor, simultaneamente, duas ondas, uma de tensão de amplitude U [V] e uma de corrente, de amplitude I_0 [A], que se deslocam com velocidade constante v [m/s] em direção ao receptor, onde chegam com o nome de *ondas diretas* ou *ondas incidentes*. Dependendo da forma de terminação da linha, podem dar origem a *ondas refletidas*, que viajam de volta, do receptor para o transmissor, com a mesma velocidade das ondas incidentes. Tanto as ondas diretas como as refletidas são polarizadas, isto é, atribui-se-lhes um sinal. Em cada ponto ao longo de uma linha e em qualquer instante, o valor da tensão ou o valor da corrente será sempre igual ao valor da soma algébrica das duas ondas:

$$U = U_d \pm U_r$$

(3.26)

$$I = I_d \pm I_r$$

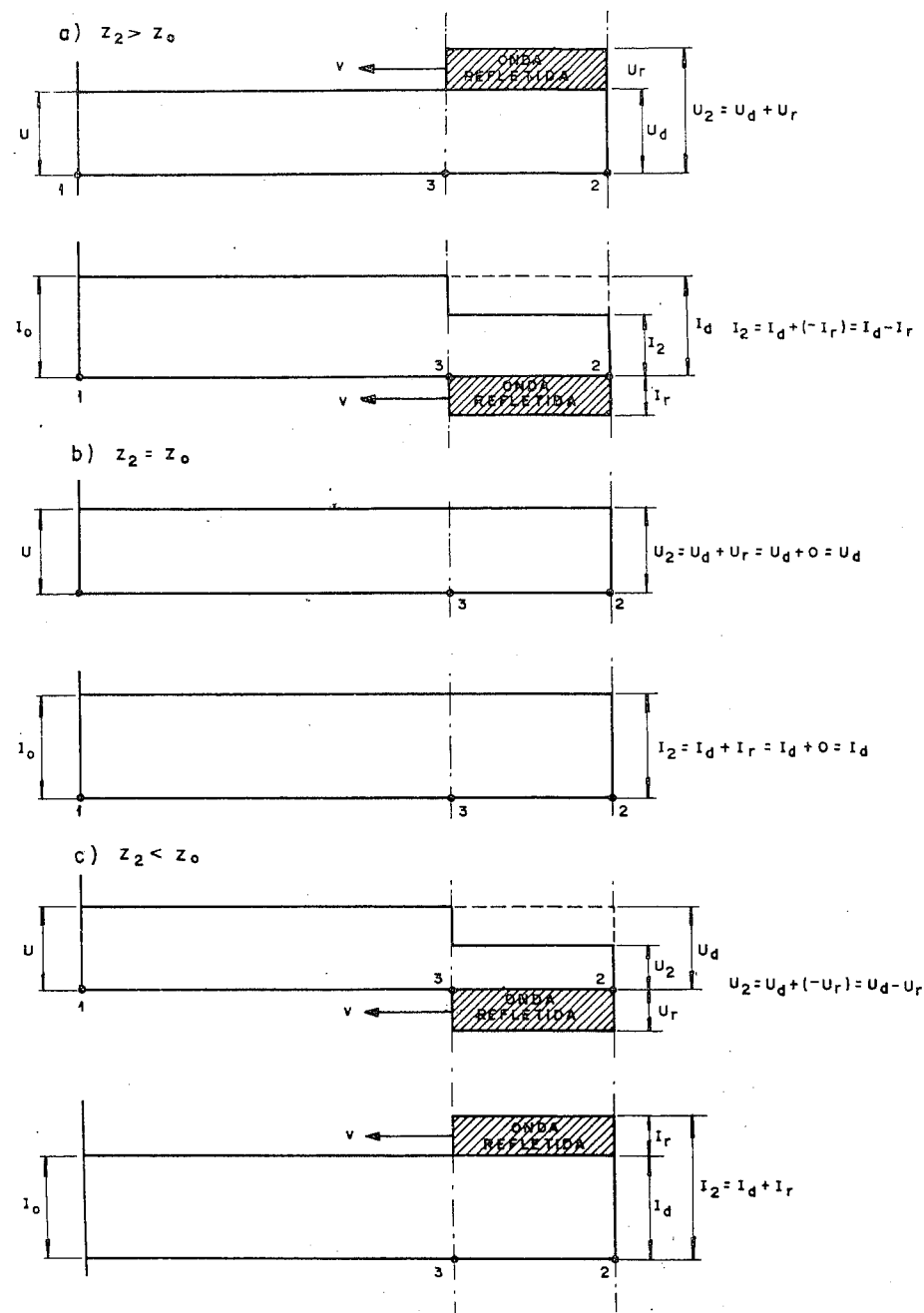


Fig. 3.8 — Definição e sinais das ondas numa linha.

Se aplicarmos esse conceito aos casos previamente examinados, veremos que:

a — linha com $R_2 > Z_0$:

— a onda de tensão refletida possui o mesmo sinal que a onda de tensão incidente. A tensão resultante será, então, maior do que a da onda incidente;

— a onda da corrente refletida possui sinal contrário do da onda incidente, resultando em corrente menor do que a incidente;

b — linha com $R_2 = Z_0$:

— tanto a onda refletida da tensão como a da corrente são nulas, não havendo, portanto, alterações em seus valores;

c — linha com $R_2 < Z_0$:

— a onda da tensão se reflete com sinal oposto ao da incidente, resultando em diminuição da tensão;

— a onda da corrente se reflete com o mesmo sinal, o que leva ao seu aumento.

Notamos, outrossim, que, em qualquer caso, as ondas refletidas da corrente e da tensão têm sempre sinais contrários.

As ondas refletidas têm as mesmas propriedades das incidentes, logo:

$$\frac{U_d}{I_d} = \frac{U_r}{I_r} = \sqrt{\frac{L}{C}} = Z_0; \quad (3.27)$$

não obstante, em qualquer ponto de uma linha terminada em $R_2 \neq Z_0$, teremos:

$$\frac{U}{I} = \frac{U_d + U_r}{I_d + I_r} \neq Z_0. \quad (3.28)$$

Conhecidos a impedância natural de uma linha e o valor da resistência terminal, é possível determinar os valores das amplitudes das ondas refletidas em função das ondas incidentes. Seja Z_2 a impedância terminal da linha. Teremos em sua terminação:

$$\frac{U_2}{I_2} = Z_2 = \frac{U_d + U_r}{I_d + I_r} \text{ [ohm]}; \quad (3.29)$$

como, porém:

$$I_r = -\frac{U_r}{Z_0} \quad \text{e} \quad I_d = \frac{U_d}{Z_0},$$

obtemos de (3.29), pela introdução das expressões acima:

$$U_r = \left(\frac{Z_2 - Z_0}{Z_2 + Z_0} \right) U_d \text{ [V]}, \quad (3.30)$$

podendo-se igualmente mostrar que:

$$I_r = \left(\frac{Z_0 - Z_2}{Z_2 + Z_0} \right) I_d \text{ [A]}. \quad (3.31)$$

Os termos que relacionam as ondas diretas com as refletidas recebem o nome de *coeficiente de reflexão*:

$$a \text{ — das tensões: } k_{ru} = \frac{Z_2 - Z_0}{Z_2 + Z_0}; \quad (3.32)$$

$$b \text{ — das correntes: } k_{ri} = \frac{Z_0 - Z_2}{Z_2 + Z_0}. \quad (3.33)$$

As Eqs. (3.30) e (3.31) podem ser, então, escritas como:

$$U_r = k_{ru} U_d \text{ [V]} \quad (3.30a)$$

e

$$I_r = k_{ri} I_d \text{ [A]}. \quad (3.31a)$$

Os coeficientes de reflexão variam de +1 a -1, conforme se verifica facilmente na análise das linhas em aberto, em curto-circuito e para $Z_2 = Z_0$, quando são nulos.

Até aqui examinamos somente o comportamento das ondas da tensão e da corrente durante o tempo em que viajam *pela primeira vez* do transmissor ao receptor, e o movimento e comportamento das ondas de tensão e corrente refletidas em função das condições existentes no receptor. Essas ondas refletidas, como vimos, se deslocam do receptor para o transmissor com a mesma velocidade com que as ondas incidentes viajaram em sentido contrário, sobrepondo-se a estas. Num período de tempo $t = \frac{l}{v}$ [s] as ondas refletidas no receptor chegam ao transmissor, agora

na qualidade de ondas incidentes. As condições aí existentes (no caso, uma fonte ideal) fazem com que elas *vejam* uma impedância diferente de Z_0 , dando então origem a um novo par de ondas refletidas, que se sobrepõem às incidentes no transmissor (que são aquelas que partiram do receptor como ondas refletidas). Seus sinais e valores dependem do valor relativo da impedância da fonte. No caso da fonte ideal em que a resistência interna é nula, temos os seguintes coeficientes de reflexão:

$$a \text{ — das tensões: } k_{ru} = \frac{Z_2 - Z_o}{Z_2 + Z_o} = \frac{0 - Z_2}{0 + Z_2} = -1.$$

A onda refletida da tensão anula inteiramente a onda incidente de mesmo valor e sinal oposto, e a tensão no transmissor continuará sendo U [V]. A linha toda, progressivamente, ficará com esse valor até ocorrer nova reflexão no receptor, onde chega uma onda, agora de sinal negativo e mesma amplitude da onda que aí foi refletida $2t$ [s] antes. A nova onda refletida terá o mesmo sinal que a onda que aí acaba de chegar (negativo), deslocando-se em direção ao transmissor, onde sofrerá nova reflexão, como se pode ver pela Fig. 3.9a, e assim sucessivamente:

$$b \text{ — das correntes: } k_{rr} = \frac{Z_o - Z_2}{Z_2 + Z_o} = \frac{Z_o + 0}{0 + Z_o} = +1.$$

A onda refletida da corrente tem o mesmo valor e amplitude que a onda que incidiu na fonte. Essa onda refletida se desloca para o receptor, onde chegará no tempo $t = 3\frac{l}{v}$ [s], sofrendo nova reflexão, como mostra a Fig. 3.9b.

A Fig. 3.9 mostra a variação no tempo da tensão e da corrente junto ao receptor de uma linha ideal, alimentada por fonte ideal, terminada em uma resistência tal que os coeficientes de reflexão sejam $\pm 1/2$.

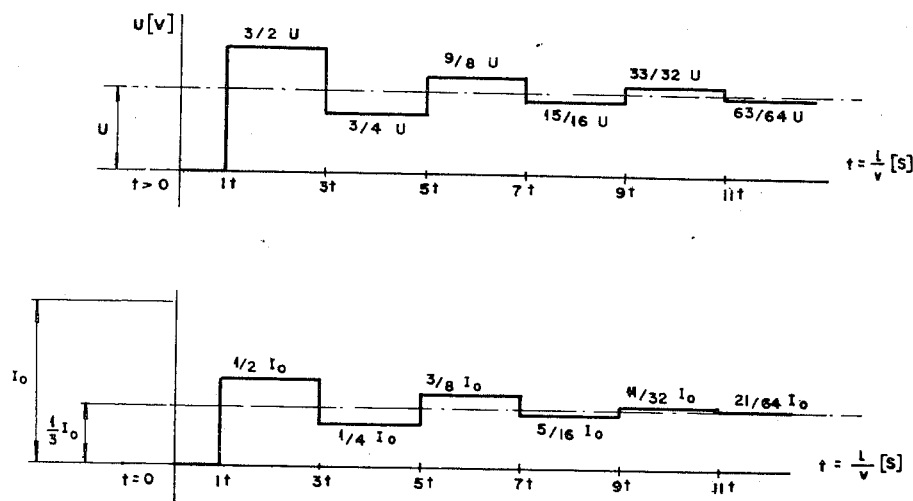


Fig. 3.9 — Variação de tensão e corrente junto ao receptor de uma linha terminada em $R_2 = 3Z_o$ ($k_r = \pm 1/2$).

Vemos o caráter nitidamente transitório do fenômeno com tensões e correntes variando em torno de seus valores de regime permanente (U e $1/3I_o$), o qual, no caso de linha e fontes ideais, só seria atingido teoricamente após um tempo infinito.

No caso de linhas reais, como veremos, a energia dissipada na resistência dos condutores tem o caráter de um amortecimento, reduzindo levemente os módulos das tensões e correntes e acelerando sua entrada em regime permanente.

O estudo que acabamos de fazer encontra larga aplicação no estudo dos surtos de sobretensões em sistemas elétricos. Para facilidade de raciocínio, empregamos uma fonte de tensão constante. Se, ao invés desta, tivéssemos empregado uma fonte de tensão qualquer, o fenômeno não seria essencialmente diferente. Consideremos, por exemplo, que a fonte produza pulsos isolados da forma $e(t)$. Esses pulsos se deslocam ao longo da linha, partindo do transmissor em direção ao receptor com a mesma velocidade v (m/s). Essa onda de tensão é acompanhada por uma onda de corrente de mesma forma e definida por:

$$i(t) = \frac{e(t)}{Z_o}.$$

Ao atingir o receptor, dependendo da natureza deste, poderá ou não haver reflexões, como acabamos de ver.

3.3 — ANÁLISE MATEMÁTICA

Tendo obtido, pela análise qualitativa, noções físicas sobre o mecanismo do aparecimento e o comportamento de ondas viajantes nas linhas de transmissão, procuraremos mostrar como essas ondas podem ser estudadas quantitativamente. Interpretando um pensamento de Lord Kelvin, poder-se-ia afirmar: "Entender um fenômeno significa associá-lo a números."

É o que nos propomos a fazer em seguida através da análise matemática. Esta será feita de forma genérica, ou, mais precisamente, considerando tensões e correntes como funções genéricas do tempo. Raciocinando em termos de ondas de impulso, em geral encaradas pelos autores de livros-texto de linhas de transmissão de energia elétrica como um fenômeno à parte, estaremos não só aumentando nossa flexibilidade de raciocínio, como também lançando as bases para o estudo sistemático dos surtos de sobretensão a qual são sujeitas as linhas de transmissão, como também das linhas excitadas por correntes senoidais, em regime permanente.

3.3.1 — Equações Diferenciais das Linhas de Transmissão

Deixemos a linha ideal, por ora, e consideremos uma linha real, incluindo em seu circuito equivalente elementos representativos das perdas

nos condutores r [ohm/km] e das perdas nos dielétricos g [siemens/km], como mostra a Fig. 3.10, na qual representamos um elemento de comprimento Δx da linha.

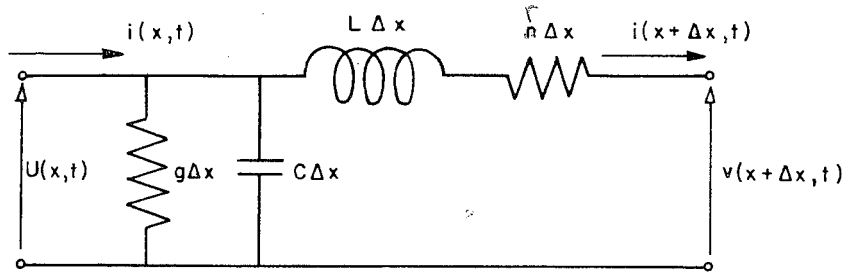


Fig. 3.10 — Circuito equivalente de um elemento Δx de uma linha real.

Entre o início e o fim do elemento de linha há uma diferença de potencial que podemos definir por

$$\frac{\partial u}{\partial x} \cdot \Delta x.$$

A equação diferencial da tensão no elemento será:

$$-\frac{\partial u}{\partial x} \Delta x = (\Delta x r) i + (\Delta x L) \frac{\partial i}{\partial t}, \quad (3.34)$$

na qual usamos sinais negativos, pois valores positivos de i e $\partial i/\partial t$ fazem o valor de u decrescer.

Dividindo por Δx , teremos uma indicação de como u varia ao longo da linha:

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = r i + L \frac{\partial i}{\partial t}. \quad (3.35)$$

A equação diferencial das correntes tem a forma:

$$-\frac{\partial i}{\partial x} \Delta x = (\Delta x g) u + (\Delta x C) \frac{\partial u}{\partial t}$$

que, dividida por Δx , nos dá:

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = g u + C \frac{\partial u}{\partial t}. \quad (3.36)$$

O primeiro termo do segundo membro representa a corrente de deslocamento através do dielétrico, provocada pela aplicação da tensão u . O segundo termo fornece o valor da corrente de deslocamento através da capacitância $\Delta x C$, devida à variação da tensão.

As Eqs. (3.35) e (3.36) são expressões da *Lei de Ohm*, nas quais u e i são variáveis dependentes da distância x de um ponto da linha a um ponto de referência preestabelecido e de t , o instante de tempo considerado. Devemos, pois, procurar funções para $u(x, t)$ e $i(x, t)$ capazes de resolver nossos problemas.

Diferenciemos (3.35) com relação a x e (3.36) com relação a t :

$$-\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = r \frac{\partial i}{\partial x} + L \frac{\partial^2 i}{\partial x \partial t} \quad (3.37a)$$

$$-\frac{\partial^2 i}{\partial t \partial x} = g \frac{\partial u}{\partial t} + C \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (3.37b)$$

Diferenciemos, em seguida, (3.35) com relação a t e (3.36) com relação a x :

$$-\frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} = r \frac{\partial i}{\partial t} + C \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \quad (3.38a)$$

$$-\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = g \frac{\partial u}{\partial x} + C \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t}. \quad (3.38b)$$

Como, no entanto,

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x \partial t} = \frac{\partial^2 i}{\partial t \partial x} \quad \text{e} \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x}$$

por substituição direta obtemos:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = r g u + (r C + L g) \frac{\partial u}{\partial t} + L C \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.39)$$

e

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = r g i + (r C + L g) \frac{\partial i}{\partial t} + L C \frac{\partial^2 i}{\partial t^2}. \quad (3.40)$$

As Eqs. (3.39) e (3.40) são as equações diferenciais gerais das linhas de transmissão. Equações desse tipo são conhecidas na Física como *equações das ondas*, cujas soluções representam ondas que podem viajar ao longo de uma linha com velocidade v , ou seja, ondas viajantes ou progressivas.

Alguns autores referem-se a elas como *equações da telegrafia*, pois foram primeiramente deduzidas para o estudo dos fenômenos relacionados com a transmissão de pulsos telegráficos.

Na análise das linhas de transmissão de energia elétrica, interessa-nos conhecer o seu comportamento tanto face a impulsos como face às tensões e correntes senoidais. Isso nos leva a procurar soluções tanto no domínio do tempo, para o estudo das ondas de impulso, como no domínio da frequência, para o estudo das linhas excitadas por tensões senoidais. No presente texto procuraremos sua solução no domínio da frequência.

3.3.2 — Solução das Equações Diferenciais no Domínio da Frequência: Linha da Corrente Alternada em Regime Permanente

Considerando a linha de transmissão excitada por corrente alternada de frequência constante, poderemos definir a tensão u e a corrente i como funções senoidais do tempo:

$$u = U_x \text{ sen } \omega t \quad (3.41)$$

$$i = I_x \text{ sen } (\omega t + \phi), \quad (3.42)$$

representáveis pelos fasores \dot{U} e \dot{I} , respectivamente, ficando sua dependência de x e de t implícita. As equações gerais das linhas podem agora ser escritas da seguinte forma:

$$\frac{d^2 \dot{U}_x}{dx^2} = rg \dot{U}_x + (rC + Lg) \frac{d \dot{U}_x}{dt} + LC \frac{d^2 \dot{U}_x}{dt^2} \quad (3.43)$$

$$\frac{d^2 \dot{I}_x}{dx^2} = rg \dot{I}_x + (rC + Lg) \frac{d \dot{I}_x}{dt} + LC \frac{d^2 \dot{I}_x}{dt^2} \quad (3.44)$$

Em notação operacional:

$$\frac{d^2 \dot{U}_x}{dx^2} = rg \dot{U}_x + (rC + Lg) D \dot{U}_x + LC p^2 \dot{U}_x$$

$$\frac{d^2 \dot{I}_x}{dx^2} = rg \dot{I}_x + (rC + Lg) p \dot{I}_x + LC p^2 \dot{I}_x$$

Lembrando a definição de impedância, $p = j\omega$, obteremos por substituição:

$$\frac{d^2 \dot{U}_x}{dx^2} = rg \dot{U}_x + (rC + Lg) j\omega \dot{U}_x + LC (j\omega)^2 \dot{U}_x$$

$$\frac{d^2 \dot{I}_x}{dx^2} = rg \dot{I}_x + (rC + Lg) j\omega \dot{I}_x + LC (j\omega)^2 \dot{I}_x,$$

que facilmente podem ser transformadas em:

$$\frac{d^2 \dot{U}_x}{dx^2} (r + j\omega L) (g + j\omega C) \dot{U}_x = z y \dot{U}_x \quad (3.45)$$

$$\frac{d^2 \dot{I}_x}{dx^2} (r + j\omega L) (g + j\omega C) \dot{I}_x = z y \dot{I}_x. \quad (3.46)$$

Essas equações poderiam ter sido deduzidas diretamente de um circuito equivalente, como o fazem muitos autores. Suas variáveis são U_x , I_x e x , respectivamente. Dada sua forma, podemos esperar para ambas uma solução do mesmo tipo.

Seja:

$$\dot{U}_x = \dot{A}_1 e^{x\sqrt{zy}} + \dot{A}_2 e^{-x\sqrt{zy}} \quad [\text{volt}] \quad (3.47)$$

uma solução admissível para a Eq. (3.44). Se a derivarmos duas vezes com relação a x , obteremos:

$$\frac{d^2 \dot{U}_x}{dx^2} = zy (\dot{A}_1 e^{x\sqrt{zy}} + \dot{A}_2 e^{-x\sqrt{zy}}) = zy \dot{U}_x, \quad (3.48)$$

que confirma o acerto da escolha para a solução.

Com o mesmo raciocínio para a equação das correntes poderemos verificar que sua solução será:

$$\dot{I}_x = \frac{1}{\sqrt{z/y}} (\dot{A}_1 e^{x\sqrt{zy}} - \dot{A}_2 e^{-x\sqrt{zy}}). \quad (3.48a)$$

\dot{A}_1 e \dot{A}_2 são constantes com dimensão de tensão. Seu valor pode ser encontrado através das condições de contorno. Para tanto consideremos a linha junto ao receptor, que elegemos como referência para as distâncias x , uma vez que as condições aí existentes é que ditam o comportamento das linhas. Nessas condições, para $x = 0$ teremos $\dot{U}_x = \dot{U}_2$ e $\dot{I}_x = \dot{I}_2$. Das Eqs. (3.47) e (3.48) obteremos, respectivamente:

$$\dot{U}_2 = \dot{A}_1 + \dot{A}_2$$

$$\dot{I}_2 = \frac{1}{\sqrt{z/y}} [\dot{A}_2 - \dot{A}_1],$$

cujas soluções simultâneas nos dá as seguintes expressões:

$$\dot{A}_1 = \frac{\dot{U}_2 + \dot{I}_2 \sqrt{z/y}}{2} = \dot{A}_2 e^{j\psi_1} \quad (3.49)$$

$$\dot{A}_2 = \frac{\dot{U}_2 - \dot{I}_2 \sqrt{z/y}}{2} = \dot{A}_2 e^{j\psi_2} \quad (3.50)$$

As Eqs. (3.47) e (3.49) tornam-se:

$$\dot{U}_x = \frac{\dot{U}_2 + \dot{I}_2 \sqrt{z/y}}{2} e^{x\sqrt{zy}} + \frac{\dot{U}_2 - \dot{I}_2 \sqrt{z/y}}{2} e^{-x\sqrt{zy}} \quad [\text{V}] \quad (3.51)$$

$$\dot{I}_x = \frac{\dot{U}_2 + \dot{I}_2 \sqrt{z/y}}{2\sqrt{z/y}} e^{x\sqrt{zy}} - \frac{\dot{U}_2 - \dot{I}_2 \sqrt{z/y}}{2\sqrt{z/y}} e^{-x\sqrt{zy}} \quad [\text{A}]. \quad (3.52)$$

Essas são as equações gerais das linhas de transmissão de correntes alternadas senoidais, em regime permanente. Através delas poderemos relacionar tensões e correntes em qualquer ponto ao longo das linhas, em função das condições existentes no receptor. São equações exatas, servindo de base para a derivação de processos de cálculo simplificados, usados na prática, como veremos no Cap. 4. Sua validade pode ser verificada através da interpretação do significado dos termos que as compõem.

3.3.2.1 — Interpretação das Equações das Linhas

Num exame das Eqs. (3.51) e (3.52) verificamos que em ambas se destacam as funções exponenciais complexas $e^{\pm x\sqrt{zy}}$ e o radical complexo $\sqrt{z/y}$.

Lembramos dos cursos de circuito elétricos que funções exponenciais aplicadas a fasores (\dot{A}_1 e \dot{A}_2 são fasores) mudam suas características, ou seja, modulam as funções senoidais que representam. Vejamos de que forma isso ocorre nas linhas de transmissão.

Façamos:

$$\dot{\gamma} = \sqrt{zy} = \sqrt{(r + j\omega L)(g + j\omega C)} = \sqrt{(r + jx_L)(g + jb)}. \quad (3.53)$$

Elevando ambos os membros ao quadrado e separando reais e imaginários, obteremos:

$$\alpha = \text{Re}\{\dot{\gamma}\} = \sqrt{\frac{1}{2}[(rg - \omega^2 LC) + \sqrt{(r^2 + \omega^2 L)(g^2 + \omega^2 C^2)}]} \quad (3.54)$$

$$\beta = \text{Im}\{\dot{\gamma}\} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\omega^2 LC - rg) + \sqrt{(r^2 + \omega^2 L)(g^2 + \omega^2 C^2)}]}. \quad (3.55)$$

Nessas condições teremos:

$$e^{\pm x\sqrt{zy}} = e^{\pm \dot{\gamma}x} = e^{\pm \alpha x} e^{\pm j\beta x} \quad (3.56)$$

Portanto, a função senoidal à qual aplicamos a exponencial complexa como definida acima sofre:

a — um amortecimento provocado por $e^{\pm \alpha x}$ que, dependendo do sinal de expoente, é positivo ou negativo, ou seja, provoca a diminuição ou o aumento das amplitudes das ondas senoidais de forma exponencial, à medida que aumenta a distância x do receptor ao ponto considerado;

b — ocorre, ao mesmo tempo, um avanço de $\pm \beta x$ na fase da onda à qual é aplicado.

É, portanto, o expoente $\dot{\gamma}$ que governa a forma pela qual as tensões e correntes se propagam ao longo da linha. Daí o seu nome de *função de propagação*. Alguns autores preferem a designação de *constante de propagação*, pois, nas linhas de transmissão de energia elétrica em regime permanente, nas quais a frequência é constante, ela de fato é uma constante.

Sua parte real, α , que é responsável pelo amortecimento ou atenuação, recebe o nome de *função de atenuação*, tendo como unidade o *NÉPER* por *QUILÔMETRO*. Dela, como vimos, dependem os módulos das tensões ou correntes. Seu valor é diretamente relacionado com as perdas de energia na linha. Comprova-se fazendo $r = g = 0$ em (3.54), quando então α também será nula.

A função de atenuação numa linha pode ser determinada, se conhecermos os valores das ondas diretas ou refletidas das tensões U_{1d} e U_{1r} em seu início ou U_{2d} e U_{2r} no receptor, através da expressão (3.57). Se a linha estiver operando com $Z_2 = Z_0$, basta que se conheçam os valores de U_1 e U_2 :

$$\alpha = \frac{1}{l} \text{Ln} \frac{U_{1d}}{U_{2d}} \quad [\text{néper/km}], \quad (3.57)$$

em que l [km] é o comprimento total da linha.

Uma outra unidade de atenuação, está empregada em telecomunicações, é o *DECIBEL*, que é obtido em função das potências P_1 e P_2 no receptor:

$$\text{DECIBEL/km} = \frac{1}{l} 10 \log \frac{P_1}{P_2} \quad [\text{Db/km}]. \quad (3.58)$$

A parte imaginária, β , obtida de (3.55) em radianos/km, recebe o nome de *função de fase*, ou *constante de fase*, pois indica a forma como as fases da tensão e da corrente variam ao longo da linha.

Admitamos agora que os dois termos dos segundos membros das Eqs. (3.46) e (3.48) ou, respectivamente, (3.51) e (3.52), representem as ondas viajantes diretas e refletidas das linhas de transmissão. Se isso for verdade, a veracidade das mesmas ficará comprovada. Examinemos o radical:

$$\sqrt{z/y} = \sqrt{\frac{r + j\omega L}{g + j\omega C}} = \dot{Z}_c \text{ [ohm]}. \quad (3.59)$$

Uma vez que r , L , g e C são grandezas referidas a um quilômetro de linha, concluímos que estamos frente a uma grandeza que, como Z_0 , também independe do comprimento das linhas. Sua semelhança, no entanto, não pára aí. Como no caso examinado anteriormente, o radical relaciona ondas diretas de tensão e corrente, bem como suas ondas refletidas, porém não suas somas. Suas características são, pois, as mesmas de Z_0 . Se em (3.59) fizermos $r = g = 0$, obteremos exatamente a mesma expressão de Z_0 , Eq. (3.12). Nas linhas reais, como r e g são, em geral, relativamente pequenos se comparadas com L e C , respectivamente, seu valor numérico não difere muito do valor de Z_0 , enquanto que seu argumento é muito pequeno. Devido a isso, muitos autores não diferenciam essas duas grandezas, designando ambas como *impedância de surtos*, ou *impedância natural*. Preferimos ficar com aquelas que as diferenciam, aceitando o nome de *impedância característica* e resguardando sua natureza complexa. O símbolo \dot{Z}_c é usado para designá-la.

Isso posto, retornemos às Eqs. (3.46) e (3.48) e coloquemo-las em forma exponencial. Teremos:

$$\dot{U}_x = A_2 e^{\alpha x} e^{j(\beta x + \psi_1)} + A_2 e^{-\alpha x} e^{-j(\beta x - \psi_2)} \quad [V] \quad (3.60)$$

$$\dot{I}_x = \frac{A_1}{Z_c} e^{\alpha x} e^{j(\beta x + \psi_1 - \delta)} - \frac{A_2}{Z_c} e^{-\alpha x} e^{-j(\beta x - \psi_2 + \delta)} \quad [A]. \quad (3.61)$$

Seus valores instantâneos serão:

$$u_x = \sqrt{2} A_1 e^{\alpha x} \sin [(\omega t + \beta x) + \psi_1] + \sqrt{2} A_2 e^{-\alpha x} \sin [(\omega t - \beta x) + \psi_2] \quad [V] \quad (3.62)$$

$$i_x = \sqrt{2} \frac{A_1}{Z_c} e^{\alpha x} \sin [(\omega t + \beta x) + \psi_1 - \delta] - \sqrt{2} \frac{A_2}{Z_c} e^{-\alpha x} \sin [(\omega t - \beta x) - \psi_2 + \delta] \quad [A]. \quad (3.63a)$$

Nas Eqs. (3.62) e (3.63) a dupla dependência da tensão e corrente do tempo t e da distância x ao longo da linha é claramente visível.

Consideremos a onda direta da tensão, que admitimos ser representada pelo primeiro termo do segundo membro da Eq. (3.62):

$$u_d = \sqrt{2} A_1 e^{\alpha x} \sin [(\omega t + \beta x) + \psi_1] \quad (3.63b)$$

e admitamos que só ela exista, no momento, numa linha. Consideremos dois pontos A e B ao longo da linha, distando, respectivamente, a e b quilômetros do receptor da linha, como mostra a Fig. 3.11.

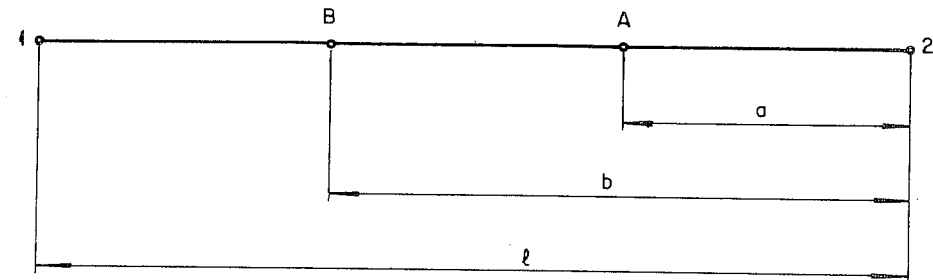


Fig. 3.11 — Pontos de observação ao longo da linha.

Aplicamos a Eq. (3.63) aos pontos A e B , para obter:

$$\text{No ponto } A \quad u_{da} = \sqrt{2} A_1 e^{\alpha a} \sin [(\omega t + \beta a) + \psi_1];$$

$$\text{fazendo} \quad K_a = \sqrt{2} A_1 e^{\alpha a} \quad \text{e} \quad \phi_a = \beta a + \psi_1,$$

$$\text{teremos} \quad u_{da} = K_a \sin (\omega t + \phi_a). \quad (3.64a)$$

$$\text{No ponto } B \quad u_{db} = \sqrt{2} A_1 e^{\alpha b} \sin [(\omega t + \beta b) + \psi_1]$$

$$\text{ou } u_{db} = K_b \sin (\omega t + \phi_b)$$

$$\text{para} \quad K_b = \sqrt{2} A_1 e^{\alpha b} \quad \text{e} \quad \phi_b = \beta b + \psi_1. \quad (3.64b)$$

Poderemos verificar a característica de onda viajante, que a Eq. (3.63) representa, imaginando, em A e B , observadores devidamente instrumentados, que observaríamos:

a — as tensões em A e B variam senoidalmente;

b — medidas dos valores instantâneos das tensões efetuadas no mesmo instante mostrariam que a tensão em B seria maior do que a tensão em A , pois $K_a < K_b$;

c — se, em um ponto qualquer de fase constante da onda senoidal, fixássemos um alvo, este seria registrado primeiramente pelo observador A e, após pequeno lapso de tempo, pelo observador B . O alvo, portanto, se deslocaria ao longo da linha, descrevendo uma trajetória exponencial crescente, à medida que avançasse ao longo da linha. A velocidade medida seria muito próxima à da luz no vácuo.

Se considerarmos um ponto de fase constante, teremos:

$$(\omega t + \beta x) + \psi_1 = \text{constante}$$

$$\frac{d(\omega t + \beta x) + \psi_1}{dt} = 0$$

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{\omega}{\beta} = v \quad [\text{km/s}]. \quad (3.65)$$

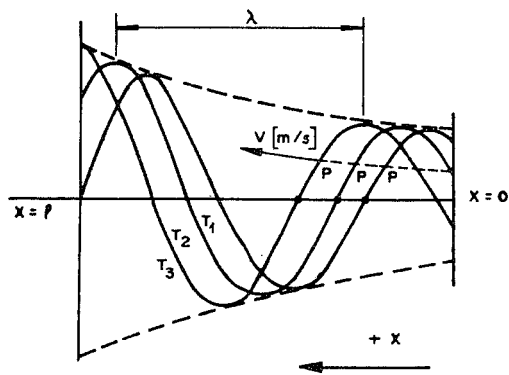


Fig. 3.12 — Onda senoidal direta.

Para a onda refletida, encontraremos o mesmo resultado, exceto pelo sinal, que será positivo, mostrando que ambos os movimentos se dão em sentidos opostos.

Se, na Eq. (3.57), considerarmos $r = g = 0$, obteremos:

$$\beta = \omega\sqrt{LC}. \quad (3.66)$$

Introduzindo essa expressão em (3.61),

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad [\text{km/s}] \quad (\text{Eq. 3.8})$$

que, como vimos, nas linhas aéreas, corresponde a 3×10^5 [km/s].

Essas três observações nos convencem de que estamos frente a ondas senoidais viajantes e atenuadas exponencialmente.

Uma análise semelhante do segundo termo do segundo membro da Eq. (3.62) nos permite chegar a uma conclusão semelhante, observando, porém:

a — o alvo se desloca no sentido do transmissor para o receptor;

b — o valor da tensão também varia exponencialmente, porém decrescendo no sentido do receptor para o transmissor.

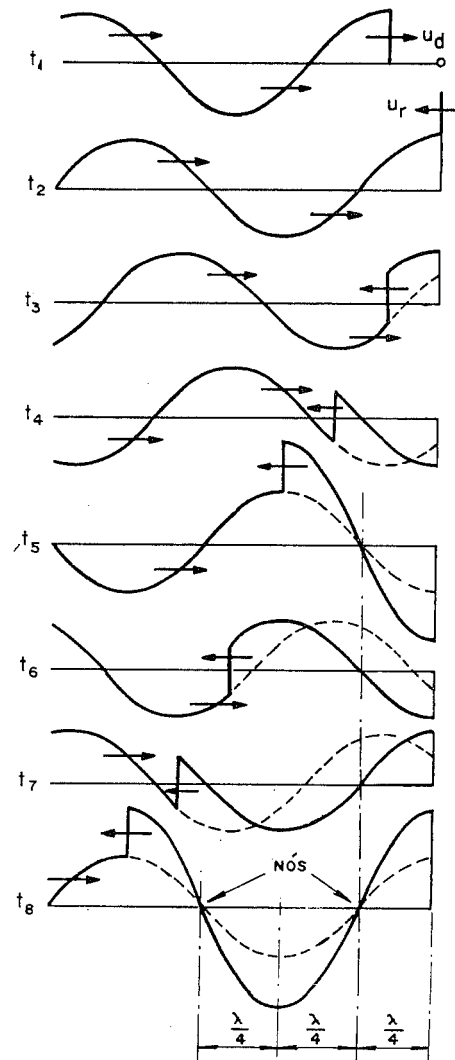


Fig. 3.13 — Onda estacionária resultante da soma de duas ondas viajantes.

A coexistência dessas duas ondas, com características de ondas viajantes diretas e refletidas, nos faz aceitar as Eqs. (3.46) e (3.48) como equações válidas para linhas de correntes alternadas senoidais em regime permanente.

A soma dos valores instantâneos das ondas das tensões e correntes diretas e refletidas em um ponto da linha nos dá os valores das tensões e correntes nesse mesmo ponto. A soma de funções senoidais, de mesma frequência, resulta em nova função senoidal. Portanto, como a variação dos valores de tensão e correntes das ondas componentes é senoidal em cada um dos pontos da linha, sua soma também será senoidal. As tensões e correntes resultantes não têm, pois, característica de ondas viajantes. São ondas estacionárias, como mostra a Fig. 3.13, pelo que podemos, como o fizemos no início, representá-las pelos fasores \dot{U}_x e \dot{I}_x , grandezas variantes no tempo, porém com amplitudes diferentes em cada um dos pontos ao longo da linha.

3.3.3 — Análise das Linhas em Regime Permanente

Vimos anteriormente que o desempenho de uma linha depende das condições terminais existentes junto ao receptor, em linha excitada por fonte de tensão constante. A análise que agora faremos para as linhas excitadas por tensões senoidais nos mostrará que as condições terminais são igualmente importantes em seu desempenho, como também é o seu comprimento físico, tomado em relação ao seu comprimento de onda.

O comprimento de onda de uma linha é definido como a distância entre dois pontos mais próximos da onda senoidal, na direção de sua propagação, cujas fases de oscilação estejam separadas de 2π . Temos

$$\omega t + \beta(x + \lambda) + \psi_1 = \omega t + \beta x + \psi_1 - 2\pi$$

logo,

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad [\text{km}]. \quad (3.67)$$

Como

$$v = \frac{\omega}{\beta},$$

temos

$$v = \frac{2\pi f}{\beta} \quad \lambda f = \frac{\lambda}{T}$$

ou ainda

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad [\text{km}], \quad (3.68)$$

na qual f [Hz] é a frequência da fonte alimentadora.

Nas linhas de energia elétrica de frequência industrial, o comprimento de onda é de 6 000 [km] para linhas em 50 [Hz] e de 5 000 [km] para as linhas de 60 [Hz]. A relação comprimento de linha para comprimento de onda desempenha papel relevante no desempenho das linhas, como veremos.

A operação com carga é a condição normal de operação das linhas. A carga alimentada, que podemos representar com razoável precisão por uma impedância junto ao receptor, não é constante, variando continuamente de acordo com a demanda do sistema. Nessas condições, a esta altura, a análise será feita de forma mais ou menos genérica para a fixação de novos conceitos básicos. Duas condições extremas da operação em carga, e portanto não normais, representadas pela operação da linha aberta e da linha em curto-circuito junto ao receptor, serão igualmente analisadas em virtude das informações úteis que nos podem fornecer. Por conveniência, iniciaremos por estas.

3.3.3.1 — Linha Aberta Junto ao Receptor

É a condição em que a carga é representável por uma impedância de valor infinito. Neste caso, a corrente \dot{I}_2 junto ao receptor será nula. As Eqs. (3.51) e (3.52), para $\dot{I}_2 = 0$, se tornam:

$$\dot{U}_{x_0} = \frac{\dot{U}_2}{2} (e^{jx} + e^{-jx}) \quad [\text{V}] \quad (3.69)$$

$$\dot{I}_{x_0} = \frac{\dot{U}_2}{2Z_c} (e^{jx} - e^{-jx}) \quad [\text{A}] \quad (3.70)$$

ou, lembrando a Eq. (3.56), poderemos colocá-las na forma seguinte:

$$\dot{U}_{x_0} = \frac{\dot{U}_2}{2} [e^{ax} (\cos \beta x + j \operatorname{sen} \beta x) + e^{-ax} (\cos \beta x - \operatorname{sen} \beta x)] \quad [\text{V}] \quad (3.71)$$

$$\dot{I}_{x_0} = \frac{\dot{U}_2}{2Z_c} [e^{ax} (\cos \beta x + j \operatorname{sen} \beta x) - e^{-ax} (\cos \beta x - \operatorname{sen} \beta x)] \quad [\text{A}]. \quad (3.72)$$

Uma mudança de variável será conveniente a esta altura. Façamos

$$\beta x = \mu \quad \text{e} \quad \frac{\alpha}{\beta} = k;$$

logo,

$$\alpha = \beta k = k \frac{\mu}{x} \quad \text{e} \quad \alpha x = k\mu.$$

Substituindo αx e βx em (3.71) e (3.72), teremos:

$$\dot{U}_{x_0} = \frac{\dot{U}_2}{2} [e^{k\mu} (\cos \mu + j \operatorname{sen} \mu) + e^{-k\mu} (\cos \mu - j \operatorname{sen} \mu)] \quad [\text{V}] \quad (3.73)$$

$$\dot{I}_{x_0} = \frac{\dot{U}_2}{2Z_c} [e^{k\mu} (\cos \mu + j \operatorname{sen} \mu) - e^{-k\mu} (\cos \mu - j \operatorname{sen} \mu)] \quad [\text{A}]. \quad (3.74)$$

Nas equações assim expressas, distinguimos novamente as expressões das ondas diretas e das ondas refletidas das tensões e correntes. Em ambas, os primeiros termos dos segundos membros são

$$e^{k\mu} (\cos \mu + j \operatorname{sen} \mu)$$

que, no plano polar, representam fasores unitários que giram com velocidade angular ω constante, no sentido anti-horário, sendo simultaneamente modulados pela expressão $e^{k\mu}$. Para cada valor de μ , o fasor gira de um ângulo $k\mu$, enquanto que seu módulo é alterado pelo fator

$$e^{k\mu}.$$

O lugar geométrico descrito é uma *espiral logarítmica progressiva*, pois, além do giro em sentido anti-horário, seus módulos crescem com o aumento de μ . Os termos:

$$e^{-k\mu} (\cos \mu - j \operatorname{sen} \mu),$$

por sua vez, representam fasores que giram em sentido horário, também com velocidade constante ω e modulados por

$$e^{-k\mu},$$

descrevendo o lugar geométrico conhecido por *espiral logarítmica regressiva*, pois, além de seu sentido de rotação ser horário, seus módulos decrescem com o aumento de μ .

Os valores das tensões e correntes para cada valor de μ são obtidos pela soma vetorial dos fasores correspondentes a cada ângulo μx , como nos mostra a Fig. 3.14.

Como era de se esperar, notamos que tanto as ondas diretas da tensão e da corrente quanto as ondas refletidas mantêm entre si as mesmas relações, pois:

$$\frac{\dot{U}_{x_{do}}}{\dot{I}_{x_{do}}} = \frac{\dot{U}_{x_{ro}}}{\dot{I}_{x_{ro}}} = Z_c \quad [\text{ohm}]. \quad (3.75)$$

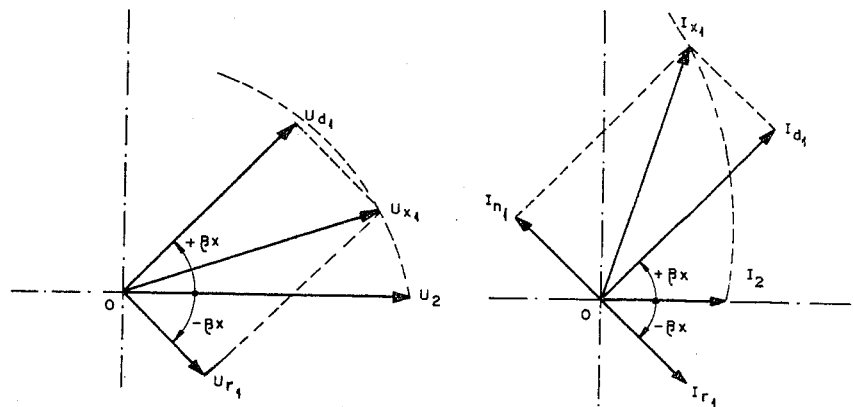


Fig. 3.14 — Construção dos pontos dos diagramas polares das tensões e correntes.

Notamos ainda que a expressão que define a onda refletida da corrente vem precedida do sinal negativo, o que indica que, no receptor, a corrente se reflete sempre com sinal oposto ao da onda incidente, quando a linha opera em vazio. Nessas condições, a onda da tensão se reflete com o mesmo sinal.

Na Fig. 3.15 está representado o diagrama polar das tensões de uma linha operando em vazio, de comprimento λ [m]. Na mesma figura também está representada, em plano cartesiano, a variação das tensões ao longo da linha.

A Fig. 3.16 representa o diagrama polar das correntes em uma linha operando em vazio também de comprimento λ [m], juntamente com o diagrama cartesiano da variação das correntes ao longo da linha.

Se examinarmos as Fig. 3.15 e 3.16, observaremos que certos pontos ao longo da linha podem ser considerados notáveis, pois nos mesmos irão ocorrer valores máximos ou mínimos de correntes e tensões. Esses pontos, correspondentes a $\frac{\lambda}{4}$, $\frac{3\lambda}{4}$ no diagrama das tensões, são denominados

nós, e os pontos correspondentes a $\frac{\lambda}{2}$ e λ são denominados *antinós*.

O diagrama das tensões é interpretado como segue: nos nós e nos antinós estão indicados os valores das tensões que devemos aplicar aos transmissores de linhas com comprimentos iguais a $\frac{\lambda}{4}$, $\frac{3\lambda}{4}$ ou $\frac{\lambda}{2}$ e λ , para que

tenhamos no receptor a tensão em vazio U_2 , especificada.

Se, nas Eqs. (3.71) e (3.72), substituirmos x por $\lambda/4$, encontraremos, lembrando a forma exponencial das funções hiperbólicas:

$$\dot{U}_{x_0} = j\dot{U}_2 \operatorname{sen} h \frac{\alpha\lambda}{4} \quad [\text{V}] \quad (3.76)$$

$$\dot{I}_{x_0} = j \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \cos h \frac{\alpha \lambda}{4} \quad [A]. \quad (3.77)$$

Da mesma forma, para $\frac{\lambda}{2}$,

$$\dot{U}_{x_0} = \dot{U}_2 \cos h \frac{\alpha \lambda}{2} \quad [V] \quad (3.78)$$

$$\dot{I}_{x_0} = \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \operatorname{sen} h \frac{\alpha \lambda}{2} \quad [A]. \quad (3.79)$$

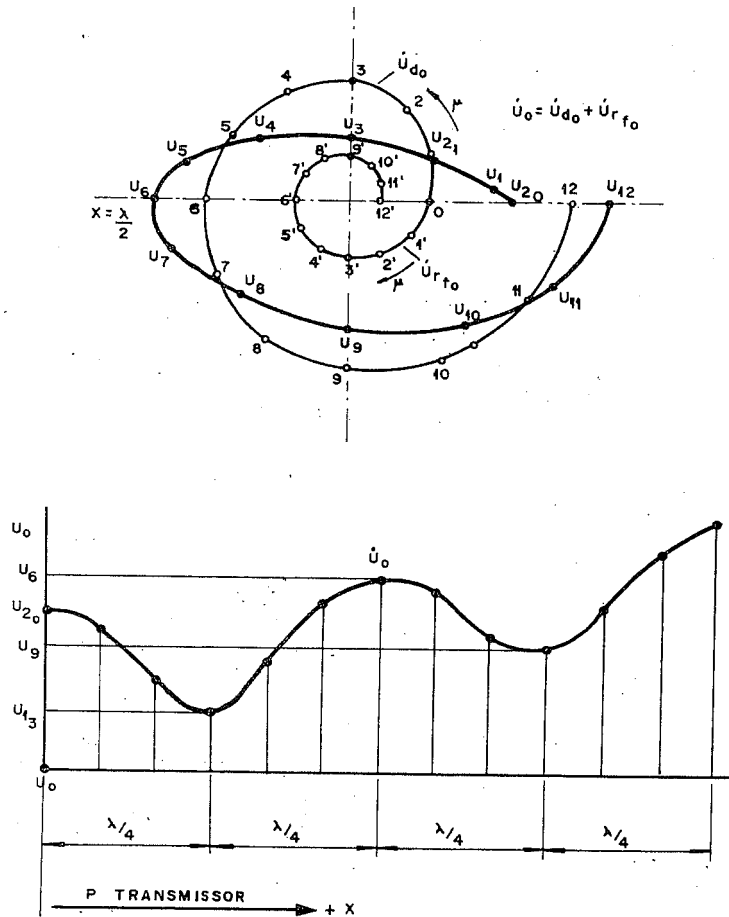


Fig. 3.15 — Diagrama polar e diagrama de andamento das tensões ao longo de linha real, operando em vazio.

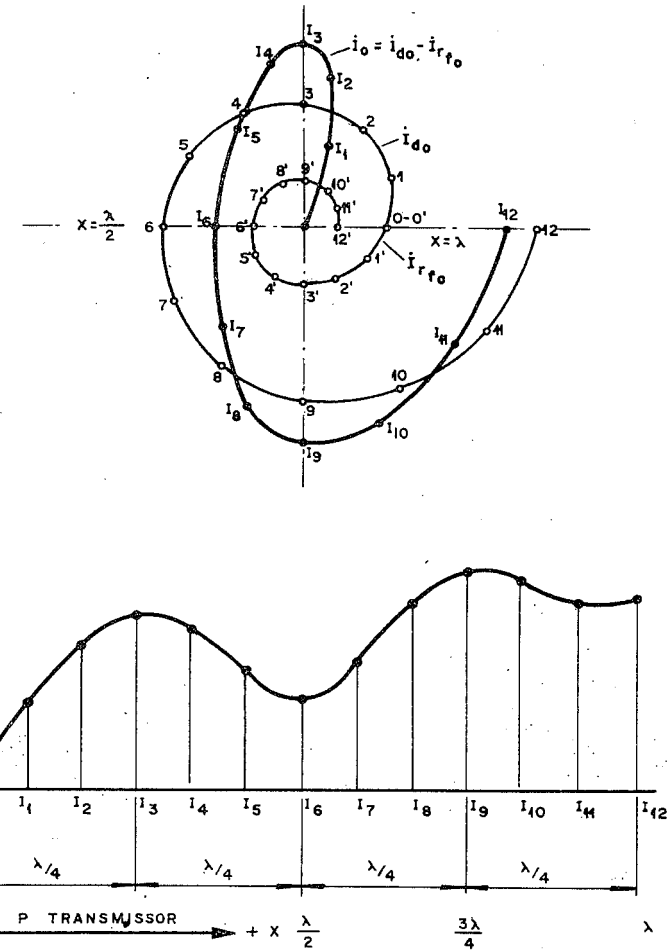


Fig. 3.16 — Diagrama polar e diagrama de andamento das correntes em linha real, operando em vazio.

Conforme se verifica facilmente pelo exame das equações, ou pelos gráficos apresentados, numa linha que opera em vazio e cujo comprimento se aproxima ao de $\lambda/4$ haverá um sensível aumento da tensão ao longo da linha com relação à tensão aplicada U_x , sendo sempre máximo junto ao receptor. À medida que aumentarmos o seu comprimento além de $\lambda/4$, a diferença de tensão entre o transmissor da linha U_x e U_2 do transmissor diminuirá progressivamente, tornando-se mínima para $x = \lambda/2$.

A corrente de carga da linha também aumenta continuamente até $x = \lambda/4$, quando passa a decrescer até ser mínima para $x = \lambda/2$.

Essas considerações mostram que linhas de comprimento equivalente a $\lambda/4$ desempenham de forma indesejável quando em vazio ou com pequenas cargas.

O aumento da tensão no receptor com relação à tensão no transmissor recebe o nome de *efeito Ferranti*, em homenagem ao físico que o descobriu.

O efeito Ferranti, desde cedo, mereceu a atenção dos engenheiros de telecomunicação, que lidam com linhas de frequências mais elevadas e, portanto, de comprimentos de onda pequenas. Só mais recentemente é que esse efeito começou a preocupar mais seriamente os engenheiros de projeto e operação de linhas de transporte de energia em frequências industriais, em virtude da necessidade da construção de linhas com comprimentos cada vez maiores, sendo de se esperar que linhas com $\lambda/4$ ou mais longas ainda venham a ser construídas.

As implicações principais do *efeito Ferranti*, que diminui de intensidade à medida que a potência no receptor aumenta a partir de zero, podem ser artificialmente controladas (Cap. 7) são elas:

1 — necessidade de aumento do nível de isolamento das linhas e equipamento terminal em virtude da sobretensão que provoca:

2 — apesar das perdas por dispersão, representadas principalmente pelo *efeito Corona* (ver Cap. 11), atuarem favoravelmente na de redução das sobretensões, essas perdas crescem em função do quadrado da tensão. A radiointerferência e os ruídos audíveis que acompanham o efeito Corona aumentam igualmente com o aumento da tensão. A fim de mantê-las dentro de limites razoáveis, será necessário um aumento na bitola dos condutores, o que afeta consideravelmente o custo das linhas.

3 — a corrente de carga \dot{I}_c [A], sendo muito elevada, limita, por efeito térmico, a capacidade de transporte da corrente de energia da linha, exigindo, para uma mesma potência a ser transmitida, condutores de secções consideravelmente maiores, o que encarece sua construção. Esse fato é particularmente sério para as linhas em cabos subterrâneos ou submarinos, para as quais o comprimento de onda é muito menor do que nas linhas aéreas, pois depende essencialmente de v [m/s], que é pequeno nas linhas em tais cabos;

4 — a corrente de carga \dot{I}_c [A] que a linha absorve das máquinas que a alimentam, quando opera em vazio ou com pouca carga, é capacitiva. Lembramos do estudo das características de carga das máquinas síncronas que, nessas condições, pode ocorrer o fenômeno conhecido por *auto-excitação*, dando origem a tensões incontrolláveis nessas máquinas, se estas não tiverem capacidade de absorver essa carga capacitiva.

3.3.2.2 — Linha em Curto-Circuito Permanente

É uma condição anormal de operação que raramente deverá ocorrer, mesmo porque os órgãos usuais de proteção provavelmente intervirão antes de ser atingido o estado permanente. Seu estudo é, no entanto,

conveniente para um melhor entendimento da operação normal das linhas. Neste caso, teremos $R_2 = 0$, logo $U_2 = 0$ e as Eqs. (3.51) e (3.52) nos dão:

$$\dot{U}_{x_{cc}} = \frac{\dot{I}_2 \dot{Z}_c}{2} (e^{ix} - e^{-ix}) \quad [V] \quad (3.80)$$

$$\dot{I}_{x_{cc}} = \frac{\dot{I}_2}{2} (e^{ix} + e^{-ix}) \quad [A]. \quad (3.81)$$

Se, nas Eqs. (3.79) e (3.80), efetuarmos as mesmas mudanças de variáveis que fizemos em (3.71) e (3.72), encontraremos:

$$\dot{U}_{x_{cc}} = \frac{\dot{I}_2 \dot{Z}_c}{2} [e^{k\mu} (\cos \mu + j \sen \mu) - e^{-k\mu} (\cos \mu - j \sen \mu)] \quad [V] \quad (3.82)$$

e

$$\dot{I}_{x_{cc}} = \frac{\dot{I}_2}{2} [e^{k\mu} (\cos \mu + j \sen \mu) + e^{-k\mu} (\cos \mu - j \sen \mu)] \quad [A]. \quad (3.83)$$

Cada uma das equações, em seus segundos membros, possui os mesmos termos:

$$e^{k\mu} (\cos \mu + j \sen \mu) \quad e \quad e^{-k\mu} (\cos \mu - j \sen \mu),$$

que, como já vimos, aplicados a fasores, fazem com que estes descrevam, como lugares geométricos, espirais logarítmicas progressivas e regressivas, respectivamente, do tipo já encontrado no item anterior.

Comparando essas expressões com as correspondentes à linha em vazio, verificamos que, neste caso, é a onda de tensão que se reflete com sinal contrário ao da onda incidente, enquanto que a onda da corrente se reflete com mesmo sinal.

Se traçarmos o diagrama polar da tensão em curto-circuito da linha, veremos que, resguardadas as escalas, ele será idêntico àquele da Fig. 3.15, enquanto que o diagrama das correntes será idêntico ao das tensões em vazio, apresentado na Fig. 3.16.

Notamos ainda, pelo exame das equações, a esperada validade das relações:

$$\frac{\dot{U}_{x_{ccd}}}{\dot{I}_{x_{ccd}}} = \frac{\dot{U}_{x_{ccr}}}{\dot{I}_{x_{ccr}}} = Z_c \quad [\text{ohm}]. \quad (3.84)$$

Também a linha, operando em curto-circuito, possui alguns pontos notáveis que merecem algumas considerações.

Introduzindo em (3.71) e (3.72) o valor de $x = \lambda/4$, obteremos para a linha de um quarto de onda:

$$\dot{U}_{x_{cc}} = j \dot{I}_2 \dot{Z}_c \cos h \frac{\alpha \lambda}{4} \quad (3.85)$$

Para $x = \frac{\lambda}{2}$, (3.86)

teremos: $\dot{U}_{x_{cc}} = \dot{I}_2 \dot{Z}_c \operatorname{sen} h \frac{\alpha \lambda}{2}$ (3.87)

$$\dot{I}_{x_{cc}} = \dot{I}_2 \cos h \frac{\alpha \lambda}{2} \quad (3.88)$$

Verificamos que, quando a linha de $x = \frac{\lambda}{4}$ opera em curto-circuito permanente, é necessário uma tensão de curto-circuito relativamente elevada no transmissor para fazer circular no receptor a corrente \dot{I}_2 , enquanto que, com a linha de $x = \lambda/2$, uma pequena tensão no transmissor é suficiente para a circulação no receptor de corrente relativamente elevadas.

3.3.2.3 — Operação das Linhas Sob Carga

A fim de concluirmos a análise das condições de operação das linhas em diversos regimes, analisaremos as equações através da variação de sua impedância terminal, representativa da carga, dada a maior simplicidade daí decorrente.

Na análise qualitativa realizada, verificamos que o comportamento da linha sob carga, depende essencialmente da relação existente entre impedância terminal \dot{Z}_2 da linha e sua impedância característica, destacando três casos:

a — $\dot{Z}_2 = \dot{Z}_c$;

b — $\dot{Z}_2 > \dot{Z}_c$;

c — $\dot{Z}_2 < \dot{Z}_c$.

Examinemos esses três casos em separado:

a — *Linha terminada em $\dot{Z}_2 = \dot{Z}_c$.*

Para este caso, consideremos inicialmente as relações das tensões e correntes junto ao receptor.

Se, na Eq. (3.51), substituirmos \dot{I}_2 por \dot{U}_2/\dot{Z}_c , que lhe é equivalente, obteremos:

$$\dot{U}_x = \dot{U}_2 e^{jx} \quad [V]. \quad (3.89)$$

Em (3.52), substituindo \dot{U}_2 por $\dot{I}_2 \dot{Z}_c$, encontraremos

$$\dot{I}_x = \dot{I}_2 e^{jx} \quad [A] \quad (3.90)$$

que podemos, após a mudança de variável, colocar sob forma polar, a fim de obter:

$$\dot{U}_x = \dot{U}_2 e^{kx} (\cos \mu + j \operatorname{sen} \mu) \quad [V] \quad (3.91)$$

e

$$\dot{I}_x = \dot{I}_2 e^{kx} (\cos \mu + j \operatorname{sen} \mu) \quad [A], \quad (3.92)$$

cuja semelhança com os primeiros termos dos segundos membros das Eqs. (3.73) e (3.74) nos indica tratar-se de ondas diretas da tensão e da corrente, como era de se esperar. Desapareceram os seus segundos termos, representativos das ondas refletidas, e, com isso, o transitório de energia.

Teremos:

$$\frac{\dot{U}_x}{\dot{I}_x} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} = Z_c e^{j\delta} = Z_2 e^{j\phi_2} \quad [\text{ohm}]. \quad (3.93)$$

Esta última expressão mostra uma das propriedades mais importantes da linha terminada em impedância igual à sua impedância característica:

em todos os pontos ao longo de uma linha homogênea que opera com uma impedância de carga igual à impedância característica, o fator de potência é constante e o defasamento entre a tensão e a corrente é sempre igual a:

$$\delta = \phi_2.$$

A linha se comporta então como um circuito-série, cuja única impedância é a sua própria resistência ôhmica. Isso significa que a linha não necessita de energia reativa externa para a manutenção de seus campos elétricos e magnéticos. A única energia absorvida pela linha é energia ativa e destina-se a cobrir as perdas por efeito Joule e dispersão.

Os diagramas polares para as linhas que operam sem onda refletida são, então, simples espirais logarítmicas progressivas, tanto da onda da tensão como da onda da corrente. Os módulos da tensão e da corrente, em qualquer ponto a uma distância x [m] do receptor, serão, respectivamente:

$$\dot{U}_x = \dot{U}_2 e^{\alpha x} \quad [\text{V}] \quad (3.94)$$

$$\dot{I}_x = \dot{I}_2 e^{\alpha x} \quad [\text{A}] \quad (3.95)$$

A linha poderá ser cortada em qualquer ponto, se aí for colocada uma impedância $\dot{Z}_2 = \dot{Z}_c$, sem que isso venha a alterar o seu funcionamento.

A potência complexa fornecida pela linha do receptor será:

$$\dot{N}_2 = P_2 + jQ_2 = \dot{U}_2 \dot{I}_2 \quad (3.96)$$

como

$$\dot{Z}_2 = \dot{Z}_c = \dot{Z}_c e^{j\delta},$$

temos

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_c} = \frac{U_2 e^{j0}}{Z_c e^{j\delta}} = I_2 e^{-j\delta};$$

logo,

$$\dot{N}_2 = U_2 I_2 e^{j\delta}$$

e

$$P_2 = \text{Re} \{U_2 I_2 e^{j\delta}\} = \text{Re} \left\{ \frac{U_2^2}{Z_c} e^{+j\delta} \right\} \quad [\text{W}]; \quad (3.97)$$

portanto,

$$P_2 = P_c = \frac{U_2^2}{Z_c} \cos \delta \quad [\text{W}]. \quad (3.98a)$$

A potência ativa assim definida é denominada *potência característica* da linha. O ângulo δ é o argumento de \dot{Z}_c . Seu valor, em geral, está entre 1 e 5°, pois é função das perdas na linha. Nessas condições, $\cos \delta \approx 1$. Vimos também que $\dot{Z}_c \approx \dot{Z}_o$, por razões idênticas, de forma que, na prática, prefere-se definir e usar a *potência natural*:

$$P_o = \frac{\dot{U}_2^2}{Z_o} \quad [\text{W}]. \quad (3.98b)$$

Se considerarmos a tensão entre fases $U_{2\Delta}$ em [kV], encontraremos:

$$P_2 = 3U_2 I_2 = \sqrt{3} U_{2\Delta} I_2 \quad [\text{kW}];$$

como, porém,

$$I_2 = \frac{U_2}{Z_o} = \frac{U_{2\Delta}}{\sqrt{3} Z_o}$$

$$P_2 = P_o = \frac{(U_{2\Delta})^2}{Z_o} \quad [\text{MW}]. \quad (3.98c)$$

A potência P_o , como acima definida, é denominada *potência natural* da linha trifásica. Às vezes é confundida com a sua *potência característica*, como definida para uma fase pela Eq. (3.97).

O conceito de *potência natural* (*Surge Impedance Loading — SIL*, na literatura americana) vem recebendo cada vez maior importância na técnica de transmissão de energia. Sendo uma potência ativa, foi adotada na prática como unidade-base de potência, exprimindo-se os demais valores das potências transmitidas através de uma linha, em função de sua potência natural. Tornou-se preponderante no dimensionamento de linhas.

Conforme ficou demonstrado, o valor de Z_o depende essencialmente do logaritmo da relação entre a distância entre condutores e seus raios, relação esta que varia pouco nas linhas reais de mesma configuração de condutores (ver Tab. 3.1). Espaçamentos maiores são usados com tensões mais elevadas, que, por sua vez, exigem condutores de diâmetros maiores. Sendo independente de seus comprimentos, a potência natural das linhas tornou-se fator importante na escolha das tensões de transmissão em primeira aproximação e como orientação inicial dos estudos técnicos-econômicos para sua fixação, estudos esses influenciados decisivamente pela relação potência/distância de transmissão.

Da Eq. (3.98) podemos obter:

$$\dot{U}_{2\Delta} = \sqrt{P_o \cdot Z_o} \quad [\text{kV}]. \quad (3.99)$$

A Tab. 3.1 fornece valores indicativos das impedâncias de onda e de potências naturais para linhas de transmissão trifásicas, para diversas configurações de condutores e classe de tensão.

Tabela 3.1 — Valores Indicativos de Potências Naturais para Linhas de Transmissão a Circuitos Simples

Configuração de Fase	Z_o Ohm	Potência Natural em MW				
		220 kV	345 kV	400 kV	500 kV	750 kV
⊙	400	120	300	400	—	—
⊙ ⊙	320	150	370	500	780	—
⊙ ⊙ ⊙	280	170	425	570	890	1 750
⊙ ⊙ ⊙ ⊙	240	200	500	670	1 040	2 000

Nota: Em linhas a circuitos duplos, duplicar os valores de P_o .

Apesar de ser a condição mais vantajosa, a operação constante de uma linha com potência natural, na prática, ocorre só em condições especialíssimas, pois, em geral, as potências transmitidas oscilam de acordo com o diagrama de carga do sistema, principalmente quando a transmissão se faz entre centro de produção de energia e centro de consumo. Quando as linhas são de interligação de grandes sistemas com a finalidade de intercâmbio de energia, essa condição é mais facilmente atingível, qualquer que seja o sentido fluxo de energia, controlado que é pelos despachos de carga.

O fato de que as linhas não consomem e nem geram energia reativa, quando operam nessas condições, tem implicações econômicas importantes. A energia reativa por elas consumida deverá vir dos sistemas alimentador e alimentado e a energia por elas geradas deverá ser absorvida pelos mesmos. Essa energia, além de circular nos sistemas e provocar perdas de energia ativa, solicita os sistemas também quanto à capacidade adicional em seus equipamentos terminais (Fig. 3.17).

As grandes linhas, dada a facilidade do controle do fator de potência junto às zonas de consumo, também operam hoje, preferencialmente, com fator de potência unitário, por ser, em geral, mais econômico a produção de energia reativa necessária *in loco* do que seu transporte a grandes distâncias, desde centrais elétricas remotas. Daí resulta a já mencionada tendência de exprimir as potências ativas transmitidas em função da potência natural da linha.

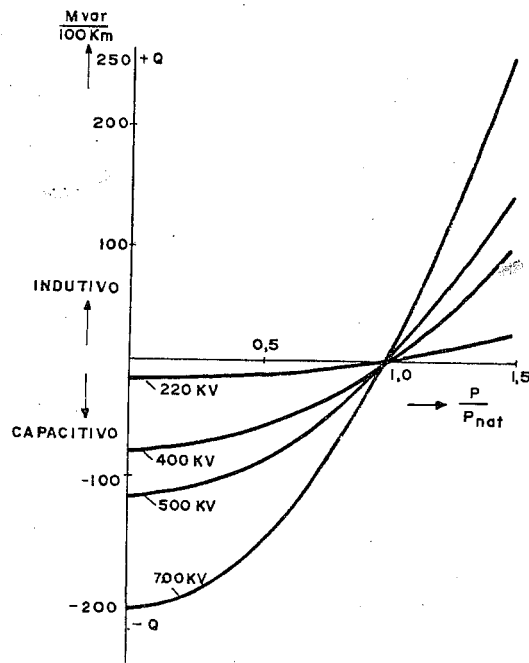


Fig. 3.17 — Geração e consumo de energia reativa pelas linhas de transmissão [13].

b — Linha terminada em $\dot{Z}_2 \neq \dot{Z}_0$.

Seja P_o a potência recebida no receptor por uma linha terminada em sua impedância natural Z_o . Teremos junto ao receptor:

$$U_2 = Z_o I_c;$$

logo,

$$P_o = \frac{U_2^2}{Z_o} = U_2 I_c \quad [\text{W}].$$

Seja P_2 a potência recebida no receptor por uma linha terminada com a impedância $\dot{Z}_2 \neq \dot{Z}_0$, porém com fator de potência unitário. Teremos:

$$U_2 = Z_2 I_2;$$

logo,

$$P_2 = \frac{U_2^2}{Z_2} = U_2 I_2 \quad [\text{W}].$$

Dividindo P_2 por P_o ,

$$\frac{P_2}{P_o} = \frac{I_2}{I_c} = \frac{Z_o}{Z_2} = r_p, \quad (3.100)$$

donde

$$Z_o = r_p Z_2, \quad (3.101)$$

que introduzimos nas Eqs. (3.51) e (3.52):

$$\dot{U}_x = \frac{\dot{U}_2}{2} (1 + r_p) e^{\dot{\gamma}x} + \frac{\dot{U}_2}{2} (1 - r_p) e^{-\dot{\gamma}x} \quad [\text{V}] \quad (3.102)$$

e

$$\dot{I}_x = \frac{\dot{I}_2}{2} \left(1 + \frac{1}{r_p}\right) e^{\dot{\gamma}x} - \frac{\dot{I}_2}{2} \left(1 - \frac{1}{r_p}\right) e^{-\dot{\gamma}x} \quad [\text{A}]. \quad (3.103)$$

Do exame das equações acima, podemos concluir:

1 — quando $\dot{Z}_2 > \dot{Z}_0$, $P_2 < P_o$, logo, $r_p < 1$. Nessas condições,

$\frac{\dot{U}_2}{2} (1 - r_p) e^{-\dot{\gamma}x}$ — conserva o sinal, o que equivale a dizer que a onda da tensão se reflete com o mesmo sinal da onda de tensão incidente;

$\frac{\dot{I}_2}{2} (1 - 1/r_p) e^{-\dot{\gamma}x}$ — inverte seu sinal, mostrando que a onda da corrente se reflete com sinal oposto ao da onda de corrente incidente;

2 — quando $\dot{Z}_2 = \dot{Z}_o$, $P_2 = P_o$, logo, $r_p = 1$. Nessas condições, os segundos termos dos segundos membros tornam-se nulos, como já vimos. Não há ondas refletidas;

3 — quando $Z_2 < Z_o$, $P_2 > P_o$, logo, $r_p > 1$. Teremos:

$\frac{\dot{U}_2}{2} (1 - r_p) e^{-\dot{\gamma}x}$ — inverte seu sinal, o que indica que a onda de tensão se reflete com sinal contrário ao da onda de tensão incidente;

$\frac{\dot{I}_2}{2} (1 - 1/r_p) e^{-\dot{\gamma}x}$ — conserva seu sinal, indicando uma onda de corrente refletida de mesmo sinal da onda incidente.

Essas mesmas formas de reflexão foram vistas quando examinamos a operação das linhas em vazio e em curto-circuito. A operação em carga é, portanto, uma condição intermediária de operação entre dois extremos: vazio e curto-circuito.

Os diagramas da Fig. 3.18 ilustram bem esse fato.

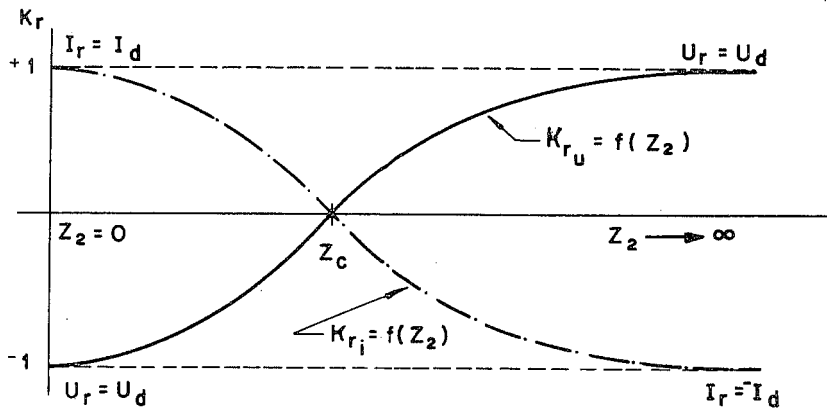


Fig. 3.18 — Variação da polaridade e valor das ondas refletidas de tensão e corrente nas linhas de transmissão.

Os diagramas polares das tensões e correntes das ondas diretas e refletidas são igualmente apresentados por duas espirais logarítmicas, uma progressiva e uma regressiva, respectivamente. Os diagramas das tensões ou das correntes resultantes são obtidos pela adição ou subtração dos fasores que representam os valores das ondas diretas e refletidas, para um determinado valor de x .

Nas linhas sem perdas, $\alpha = 0$, nessas condições, as espirais se transformam em circunferências. Os diagramas das tensões e correntes, nesse caso, serão também figuras fechadas.

O ângulo de potência θ , entre a tensão no início de uma linha \dot{U}_1 e a tensão no fim dessa linha, que, como já foi mencionado, é de sumo interesse na manutenção da estabilidade do sistema a que pertence a linha, pode ser determinado como mostra a Fig. 3.19, a partir dos fasores das ondas diretas e refletidas da tensão.

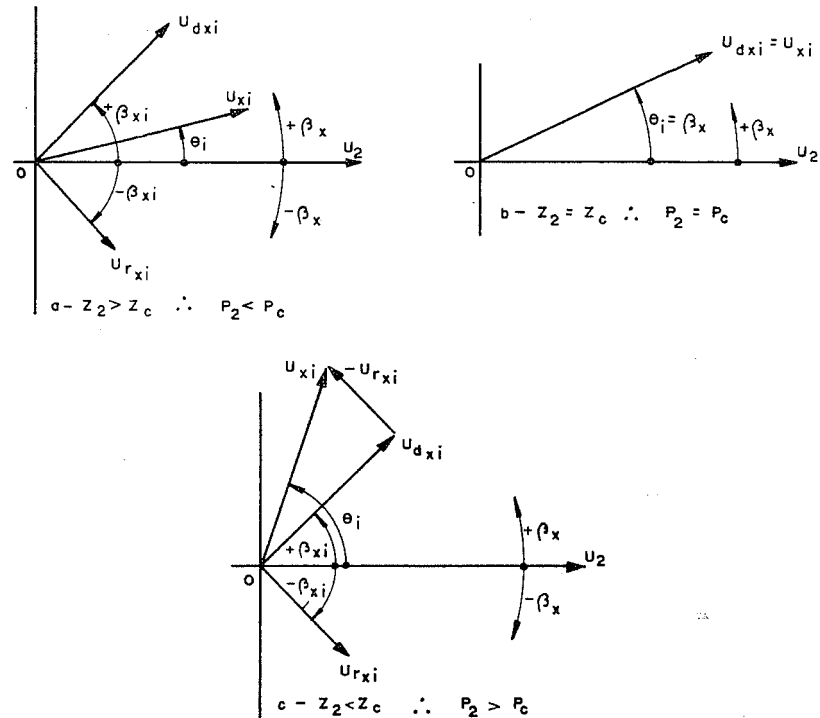


Fig. 3.19 — Variação do ângulo de potência θ com a potência ativa P_2 .

Do diagrama a, temos:

$$U_{x_i} \cdot \cos \theta_i = U_{d_{x_i}} \cos \beta x_i \pm U_{r_{x_i}} \cos \beta x_i$$

ou

$$\theta_i = \arccos \left(\frac{U_{d_{x_i}} \pm U_{r_{x_i}}}{U_{x_i}} \right) \cos \beta x_i \quad (3.104)$$

Pelo exame dos diagramas da Fig. 3.19, a dependência direta de θ de P_2 pode ser facilmente reconhecida.

Verifica-se que o ângulo de potência θ da linha cresce com o aumento da potência ativa transmitida.

3.4 — CONSIDERAÇÕES GERAIS

Até aqui temos raciocinado em termos de linhas a dois condutores metálicos. Estas, mesmo sendo largamente usadas na prática na forma de linhas monofásicas em corrente alternada, o são em níveis de tensão apropriadas à distribuição. Nos níveis das tensões extra-elevadas, iremos encontrá-las como linhas em corrente contínua. No entanto, a maior parte da energia elétrica produzida e consumida no mundo é transportada e distribuída através das linhas trifásicas de corrente alternada. Esse fato, nas frequências industriais em uso, em nada afeta a teoria desenvolvida, pois, uma vez que tensões e correntes são mantidas equilibradas nos sistemas comerciais, podemos representá-las por circuitos monofásicos equivalentes, como aprendemos a fazê-lo nos cursos de circuitos. A presença de outros condutores e de cabos pára-raios somente afeta as características de propagação de tensões e correntes de frequências mais elevadas e altas frequências, como também das ondas decorrentes dos surtos de sobretensão.

3.5 — EXERCÍCIOS

1. Uma linha de transmissão bifilar aérea é suprida por uma fonte de tensão constante e igual a 800 [volt]. A indutância dos condutores é de 0,001358 [henry/km] (fluxo interno considerado), sua capacitância é igual a $0,008488 \times 10^{-6}$ [farad/km].

Tratando-se de linha sem perdas, deseja-se saber, sendo seu comprimento igual a 100 [km]:

A — sua impedância natural;

B — energia armazenada por quilômetro de linha nos campos elétrico e magnético;

C — velocidade de propagação;

D — qual o valor da tensão no receptor no decorrido tempo $t = \frac{3l}{v}$ do instante em que a linha foi energizada, para as seguintes condi-

ções terminais no receptor:

a — $Z_2 = 100$ [ohm];

b — $Z_2 = 400$ [ohm];

c — $Z_2 = 1\,600$ [ohm].

Solução

A — A impedância natural ou impedância de onda ou impedância de surtos pode ser calculada através da equação:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \text{ [ohm]} \quad (\text{Eq. 3.12})$$

logo,

$$Z_0 = \sqrt{\frac{0,001358}{0,008488}} \times 10^6 = 400,00 \text{ [ohm]}.$$

B — A energia armazenada em cada quilômetro de linha poderá ser calculada pelas Eqs. (3.14), (3.15) ou (3.16):

a — energia no campo magnético:

$$E_m = \frac{I_0^2 L}{2} \text{ [Ws];} \quad (\text{Eq. 3.14})$$

sendo

$$I_0 = \frac{U}{Z_0} = \frac{800}{400} = 2 \text{ [A].}$$

teremos

$$E_m = \frac{(2)^2 \times 0,001358}{2} = 0,002716 \text{ [Ws];}$$

b — energia armazenada no campo elétrico:

$$E_e = \frac{U^2 C}{2} \text{ [Ws]}$$

$$E_e = \frac{(800)^2 \times 0,008488 \times 10^{-6}}{2} = 0,002716 \text{ [Ws];}$$

c — energia total armazenada:

$$E = E_m + E_e = 0,005432 \text{ [Ws].}$$

C — A velocidade de propagação pode ser calculada pela equação:

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ [km/s]} \quad (\text{Eq. 3.8})$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{0,001358 \times 0,008488 \times 10^{-6}}}$$

$$v = 294\,542 \text{ [km/s].}$$

Nota: Esse valor é um pouco inferior àquele preconizado para a linha ideal, podendo-se atribuir esse fato à consideração do fluxo magnético interno dos condutores, que, no caso da linha ideal, foi desprezado.

D — Cálculo das tensões no receptor — O intervalo de tempo $t = \frac{3l}{v}$ será suficiente para que junto ao receptor ocorra a segunda reflexão de onda de tensão. Teremos:

a — valor da onda de tensão incidente no receptor em $t_1 = l/v$ e $U_d' = U = 800 \text{ [V]}$;

b — os coeficientes de reflexão no receptor, de acordo com a equação

$$K_{ru2} = \frac{Z_2 - Z_0}{Z_0 + Z_2}, \quad (\text{Eq. 3-32})$$

serão:

— para $Z_2 = 100 \text{ [ohm]}$,

$$k_{ru2} = \frac{100 - 400}{100 + 400} = -\frac{3}{5};$$

— para $Z_2 = 400 \text{ [ohm]}$,

$$k_{ru2} = \frac{400 - 400}{400 + 400} = 0;$$

— para $Z_2 = 1\,600 \text{ [ohm]}$,

$$k_{ru2} = \frac{1\,600 - 400}{1\,600 + 400} = \frac{1\,200}{2\,000} = +\frac{3}{5};$$

C — os coeficientes de reflexão no transmissor serão, considerando fonte ideal,

$$k_{ru1} = \frac{Z_2 - Z_0}{Z_0 + Z_2} = -1.$$

Em $t = 0$, parte do transmissor uma onda de tensão de valor $U \text{ [V]}$ que chega ao receptor em $t_1 = l/v \text{ [s]}$ na forma de uma onda direta $U_d' = U$. Nesse instante ocorre a primeira reflexão e a tensão no receptor passa a ser:

$$U_2' = U_d' + U_r' = U_d' + U_d' k_{ru2} = U(1 + k_{ru2}) \text{ [V]}$$

— a onda refletida $U_r' = k_{ru2} U$, partindo do receptor, chegar ao transmissor em $t_2 = \frac{2l}{v}$, como onda incidente, e aí sofre reflexão. A tensão no transmissor era $U \text{ [V]}$; será agora

$$U_1'' = U + U k_{ru2} + U k_{ru2} k_{ru1} \text{ [V]};$$

— a onda refletida no transmissor é $U k_{ru2} k_{ru1}$ e chega ao receptor em $t_3 = \frac{3l}{v}$, onde sofre nova reflexão. A tensão no receptor passa agora a ser:

$$U_2'' = U(1 + k_{ru2}) + U k_{ru2} k_{ru1} + U k_{ru2} k_{ru1} k_{ru2};$$

como, no presente caso, $k_{ru1} = -1$, será:

$$U_2'' = U(1 - k_{ru2} k_{ru2}).$$

Substituindo os valores dos coeficientes de reflexão, encontraremos:

— para $Z_2 = 100 \text{ [ohm]}$,

$$U_2'' = 800 \left[1 - \left(-\frac{3}{5} \right)^2 \right] = 512 \text{ [V]};$$

— para $Z_2 = 400 \text{ [ohm]}$, não há reflexão: logo,

$$U_2'' = 800 \text{ [V]};$$

— para $Z_2 = 1\,600 \text{ [ohm]}$,

$$U_2'' = 800 \left[1 - \left(\frac{3}{5} \right)^2 \right] = 512 \text{ [V]}.$$

Observamos igualmente nas tensões no receptor para os dois casos em que houve reflexões, apesar da disparidade dos valores de Z_2 . Na primeira reflexão, no entanto, as diferenças são grandes:

— para $Z_2 = 100 \text{ [ohm]}$,

$$U_2' = 800 \left(1 - \frac{3}{5} \right) = 320 \text{ [volt]},$$

— para $Z_2 = 1\,600 \text{ [ohm]}$,

$$U_2' = 800 \left(1 + \frac{3}{5} \right) = 1\,280 \text{ [volt]}.$$

2. Repetir a parte *D* do exercício anterior, admitindo que a fonte possua uma impedância interna igual a 10 [ohm]. Neste caso, considerar a tensão de 800 [volt] como sendo a tensão em vazio da fonte.

3. Qual o valor, em ohms, da resistência terminal de uma linha ideal de dois condutores de fio de alumínio n.º 6 AWG, separados entre si de 1m para que não haja reflexão de onda?

Solução

De acordo com o exposto no Item 3.2, devemos ter $R_2 = Z_0$; logo, pelo exercício anterior:

$$R_2 = 60 Ln \frac{D}{r}$$

Da Tab. II.2 do apêndice, obtemos $r = 0,5 \times 4,673 = 2,3365$ [mm] ou $r = 0,0023365$ [m]; logo:

$$R_2 = 60 Ln \frac{1}{0,0023365}$$

$$R_2 = 60 Ln 435 = 364,52 \quad [\text{ohm}].$$

4. Qual o coeficiente de reflexão se a linha acima for terminada em um resistor de 200 ohms? Qual o sinal da onda refletida?

5. Uma linha unipolar de transmissão de 100 [km] de comprimento foi desligada instantaneamente em ambas as extremidades, permanecendo nela uma carga acumulada, uniformemente distribuída ao longo da mesma, de forma tal que um potencial de 175,72 [kV] pode ser medido. A indutância da linha é de 0,0007496 [henry] e sua capacitância é de 0,0153303 [µfarad]. Determinar a variação do valor da corrente e da tensão em ambas as extremidades, se uma de suas extremidades for curto-circuitada.

Solução

A impedância de onda da linha é:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{0,0007496}{0,0153303 \times 10^{-6}}} = 221,12 \quad [\text{ohm}].$$

A carga está uniformemente distribuída ao longo da linha que se encontra sob um potencial constante de + 175 720 [V]. Somente a impedância Z_0 limita a corrente que escoar para o solo. Portanto, no instante do curto-circuito, começa a escoar a corrente

$$I_1 = \frac{U}{Z_0} = \frac{175\,720}{221,12} = +794,6 \quad [\text{A}].$$

A equação de continuidade das tensões junto ao ponto curto-circuitado é:

$$U_1 = U + U_a + U_r.$$

Neste caso, $U_1 = 0$ e $U_a = 0$; logo, $U_r = -U$. É, pois, como se uma onda $U_a = U$ se refletisse nesse ponto, com sinal oposto, demandando a extremidade aberta com a velocidade

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0,007496 \times 0,0153303 \times 10^{-6}}} = 294\,991,76 \quad [\text{km/s}].$$

Essa onda de tensão é acompanhada pela onda de corrente de mesmo valor daquela que escoar para o solo. As ondas de tensão e corrente, ao atingirem a extremidade aberta, ao fim de $t = 339,993$ [µs], aí se refletem, com coeficientes de reflexão 1 para a tensão e -1 para a corrente, ficando, pelas equações da continuidade:

$$U_2 = U + U_a + U_r = 175\,720 - 175\,720 - 175\,720$$

$$U_2 = -175\,720 \quad [\text{V}]$$

$$I_2 = I + I_a + I_r = 0 + 794,6 - 794,6 = 0 \quad [\text{A}].$$

As ondas refletidas, tanto da tensão como da corrente ao fim de um novo tempo t chegam ao ponto do curto-circuito, onde se refletem com coeficiente de reflexão -1 e +1, respectivamente, ficando nessa extremidade:

$$U_1 = U + U_a + U_r = 0 - 175\,720 + 175\,720 = 0 \quad [\text{V}]$$

$$I_1 = I + I_a + I_r = 794,6 - 794,6 - 794,6 = -794,6 \quad [\text{A}].$$

As ondas refletidas partem para a extremidade aberta, onde voltam a se refletir, e assim sucessivamente, como mostra a Fig. 3.20. Esse movimento não cessa, pois, sendo a linha ideal, não há dissipação de energia. O transitório é de simples troca de energia entre os campos elétricos e magnético e dura indefinidamente.

Numa linha real, na qual existem perdas por efeito Joule e de dispersão, há dissipação da energia armazenada. Nesse caso, tensão e corrente decrescem exponencialmente à medida que viajam ao longo da linha.

Esse amortecimento será tanto mais eficiente quanto maiores forem as perdas. Nas linhas reais R e G , em geral, elas são pequenas e o tempo necessário para descarregá-las é relativamente grande.

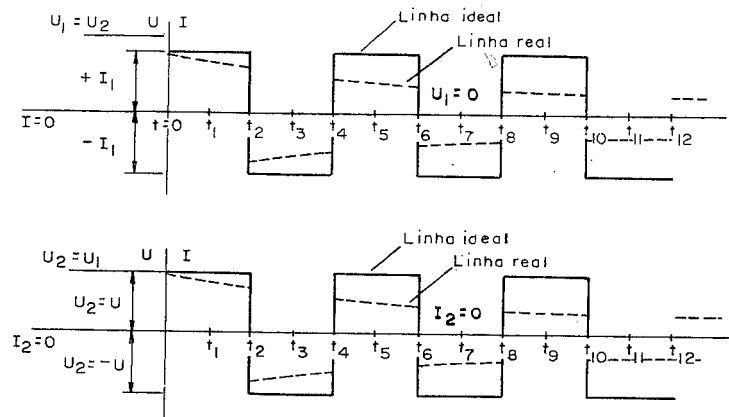


Fig. 3.20 — Variação das tensões e correntes na linha do Exerc. 3.

O fenômeno descrito nos serve de advertência para uma aplicação prática: para a efetuação de manutenção em linhas, estas são desconectadas dos sistemas por meio de disjuntores. Dada a rapidez e eficiência destes, cargas são retidas nas linhas e, dependendo do ponto de corte na onda de tensão, o potencial remanescente pode ser de valor substancial e mesmo perigoso. Sem nenhuma outra providência, a linha perderá sua carga gradativamente, pela fuga através dos isoladores e no dielétrico. O tempo, para tanto, é grande. É usual o aterramento dos condutores em uma das extremidades ou em ambas. Esse aterramento apressará a dissipação da energia, pois o solo também possui resistência. Deve-se, no entanto, ter a precaução de esperar decorrerem vários minutos antes de ser encetar qualquer trabalho ao longo da linha ou em sua extremidade aberta, a fim de se assegurar a descarga total da linha. O aterramento do ponto de trabalho, realizado pela equipe de manutenção, representa precaução adicional e deve ser feito com equipamento para linha viva.

6. Admitindo que a linha do exercício anterior seja aterrada através de uma resistência de $R = 20$ [ohm], fazer os diagramas de variação da tensão e da corrente em suas extremidades.

Comentário

Neste caso, para a aplicação da equação da continuidade no ponto de aterramento, devemos lembrar que $U_1 = I_1 R$ e $I_1 = \frac{U}{Z_0 + R}$ continuando válidas as demais considerações.

7. Se a linha do Exerc. 5 for curto-circuitada em ambas as extremidades, qual será o diagrama das tensões e das correntes nos pontos de curto-circuito? E no meio da linha?

8. Admitamos que, em ambas as extremidades da linha do Exerc. 5, o aterramento se faça através de resistência de 20 [ohm]. Qual será a variação da tensão e da corrente através das resistências? E no meio da linha?

9. Qual deve ser a capacidade em [W] de dissipação de energia da resistência do Exerc. 6?

10. Uma linha de transmissão trifásica possui os seguintes parâmetros:

resistência ôhmica — $r = 0,0715$ [Ω /km] por fase;

reatância indutiva — $x_L = 0,512$ [Ω /km] por fase;

condutibilidade de dispersão — $g = 0$ [Υ /km] por fase;

susceptância capacitiva — $b = 3,165 \times 10^{-6}$ [Υ /km] por fase.

Sendo $f = 60$ [Hz] a frequência do sistema, determinar, considerando sempre, primeiramente, a linha real e em seguida a linha ideal:

A — função de propagação;

B — atenuação;

C — constante de fase;

D — velocidade de fase;

E — comprimento da onda;

F — impedância característica;

G — impedância natural.

Solução

A — pela Eq. (4.18) temos:

a — linha real

$$\dot{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{z\dot{y}} = \sqrt{(r + jx_L)(g + jb)}$$

como $g = 0$,

$$\dot{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{(r + jx_L)(jb)}$$

$$\dot{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{(0,0715 + j0,512)(j3,165 \times 10^{-6})}$$

$$\dot{\gamma} = \alpha + j\beta = 1,279 \times 10^{-3} e^{j85,02} \quad [1/\text{km}];$$

b — linha ideal

$$r = 0, g = 0;$$

logo,

$$\dot{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{jx_L \cdot jb} = j\omega \sqrt{L \cdot C}$$

$$\dot{\gamma} = j\beta = j \sqrt{0,512 \times 3,165 \times 10^{-6}}$$

$$\dot{\gamma} = j \sqrt{1,62048 \times 10^{-6}}$$

$$\dot{\gamma} = 1,273 \cdot 10^{-3} e^{j90}.$$

B — Ainda pela Eq. (4.18):

a — linha real

$$\operatorname{Re} \{\dot{\gamma}\} = \alpha = 0,0867 \times 10^{-3} \text{ [néper/km];}$$

b — linha ideal

$$\alpha = 0 \text{ [néper/km].}$$

C — As constantes de fase serão:

a — linha real

$$\operatorname{Im} \{\dot{\gamma}\} = \beta = 1,276 \times 10^{-3} \text{ [rad/km];}$$

b — linha ideal

$$\beta = 1,272 \times 10^{-3} \text{ [rad/km].}$$

D — pela Eq. (3.56b):

$$v = \frac{\omega}{\beta};$$

logo

a — linha real

$$v = \frac{377}{1,276 \times 10^{-3}} = 295\,000 \text{ [km/s];}$$

b — linha ideal

$$v = \frac{377}{1,272 \times 10^{-3}} = 296\,000 \text{ [km/s].}$$

E — Usando a Eq. (4.34), temos:

a — linha real

$$\lambda = v \cdot T = 4\,917 \text{ [km]}$$

b — linha ideal

$$\lambda = v \cdot T = 4\,935 \text{ [km].}$$

F — A impedância característica pode ser calculada pela Eq. (4.15):

$$\dot{Z}_c = \sqrt{\dot{Z}/\dot{Y}} = \sqrt{\dot{z}/\dot{y}} = \sqrt{\frac{r + jx_L}{g + jb}} = \sqrt{\frac{0,0715 + j0,512}{13,165 \times 10^{-6}}}$$

$$\dot{Z}_c = 403,9 e^{-j3,980} \text{ [ohm].}$$

G — A impedância natural é dada por (3.11):

$$Z_o = \sqrt{L/C} = \sqrt{\frac{x_L}{b}} = \sqrt{\frac{j0,512}{j3,165 \times 10^{-6}}}$$

$$Z_o = 402 \text{ [ohm].}$$

11. Admitindo-se que a linha do Exerc. 10 tenha um comprimento de $l = 600$ [km] e opere com tensão no receptor constante igual a 380 [V], entre fases, determinar:

a — qual deve ser a tensão no transmissor quando a linha opera em vazio, a fim de que o valor da tensão no receptor não seja ultrapassado?

b — qual o valor da corrente de carga da linha quando esta opera em vazio?

c — quais os valores em módulo e fase, das ondas diretas e refletidas, ainda operando em vazio?

d — qual o valor da tensão, em módulo e fase, no receptor, quando a linha vazia é ligada a um barramento de tensão entre fases igual a 400 000 [V]?

e — calcular o valor da corrente de carga da linha nas condições do item *d*.

Solução

a — Empregamos a expressão:

$$\dot{U}_1 = \frac{\dot{U}_2}{2} (e^{j\theta} + e^{-j\theta}) \text{ [V]} \quad (\text{Eq. 3.69})$$

$$U_1 = U_2 \left(\frac{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}}{2} \right) \text{ [V];}$$

como:

$$\begin{aligned} \frac{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}}{2} &= \cos \gamma l = \cos h(\alpha l + j\beta l) = \\ &= \cos h \alpha l \cos \beta l + j \operatorname{sen} h \alpha l \operatorname{sen} \beta l, \end{aligned}$$

teremos:

$$U_1 = U_2 (\cos h \alpha l \cos \beta l + j \operatorname{sen} h \alpha l \operatorname{sen} \beta l.)$$

Do exercício anterior obtêmos:

$$\gamma = 1,279 \cdot 10^{-3} e^{j86,02}$$

para

$$l = 600 \text{ [km]}, \quad \gamma l = 0,7674 e^{j86,02} = 0,05326 + j0,76555 \left[\frac{1}{\text{km}} \right]$$

como:

$$\begin{aligned} \cos h \gamma l &= \cos h \alpha l \cos \beta l + j \operatorname{sen} h \alpha l \operatorname{sen} \beta l \\ \operatorname{sen} h \gamma l &= \operatorname{sen} h \alpha l \cos \beta l + j \cos h \alpha l \operatorname{sen} \beta l. \end{aligned}$$

Portanto:

$$\begin{aligned} \cos h \alpha l &= \cos h 0,05326 = 1,00142 \\ \operatorname{sen} h \alpha l &= \operatorname{sen} h 0,05326 = 0,05329 \\ \cos \beta l &= \cos 0,76555 = \cos 43,863^\circ = 0,721 \\ \operatorname{sen} \beta l &= \operatorname{sen} 0,76555 = \operatorname{sen} 43,863^\circ = 0,69294 \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} \cos h \gamma l &= 0,72202 + j0,03693 = 0,72296 e^{j2,928^\circ} \\ \operatorname{sen} h \gamma l &= 0,03842 + j0,69392 = 0,69498 e^{j86,831^\circ} \end{aligned}$$

Teremos:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \cos h \gamma l = \frac{380\,000}{\sqrt{3}} \cdot 0,72296 e^{j2,928^\circ}$$

$$\dot{U}_1 = 158\,612,44 e^{j2,928^\circ} \text{ [V];}$$

b — a corrente de carga da linha será:

$$\dot{I}_{10} = \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \cdot \frac{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}{2} \quad (\text{Eq. 3.70})$$

ou

$$\dot{I}_{10} = \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \operatorname{senh} \gamma l;$$

logo,

$$\dot{I}_{10} = \frac{380\,000}{\sqrt{3} \times 403,9} e^{+j3,98} \cdot 0,69498 e^{j86,831^\circ}$$

$$\dot{I}_{10} = 377,5039 e^{j50,811^\circ} \text{ [A];}$$

c — as componentes da tensão serão de acordo com a Eq. (3.69):

$$\dot{U}_{1d} = \frac{\dot{U}_2}{2} e^{\gamma l} = \frac{\dot{U}_2}{2} e^{\alpha l} e^{j\beta l}$$

$$\dot{U}_{1r} = \frac{\dot{U}_2}{2} e^{-\gamma l} = \frac{\dot{U}_2}{2} e^{-\alpha l} e^{-j\beta l}.$$

Introduzindo os valores numéricos:

$$\dot{U}_{1d} = \frac{380\,000}{2\sqrt{3}} e^{0,05326} e^{j43,863^\circ} = 115\,697,37 e^{j43,863^\circ}$$

$$\dot{U}_{1r} = \frac{380\,000}{2\sqrt{3}} e^{-0,05326} e^{-j43,863^\circ} = 104\,006,97 e^{-j43,863^\circ}$$

ou

$$\dot{U}_{1d} = 83417,658 + j80170,915$$

$$\dot{U}_{1r} = 74988,894 - j72070,212.$$

Portanto:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_{d1} + \dot{U}_{r1} = 158406,55 + j8100,703 = 158613,544 e^{j2,928^\circ}$$

d — as componentes da corrente serão, de acordo com a Eq. (3.70):

$$\dot{I}_{1d} = \frac{\dot{U}_2}{2Z_c} e^{\gamma l} = \frac{\dot{U}_2}{2Z_c} e^{\alpha l} e^{-j\beta l}$$

$$\dot{I}_{1r} = -\frac{\dot{U}_2}{2Z_c} e^{-\gamma l} = -\frac{\dot{U}_2}{2Z_c} e^{-\alpha l} e^{-j\beta l}.$$

Introduzindo os valores numéricos:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{1d} &= \frac{380\,000}{2\sqrt{3} \times 403,9} e^{j3,98} e^{0,05326} e^{j43,863^\circ} = \\ &= 286,451 e^{j47,843^\circ} \quad [\text{A}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{1r} &= \frac{380\,000}{2\sqrt{3} \times 403,9} e^{j3,98} e^{-0,5326} e^{-j43,863} = \\ &= 257,507 e^{-j39,883^\circ} \quad [\text{A}]; \end{aligned}$$

logo,

$$\dot{I}_{1o} = \dot{I}_{1d} + \dot{I}_{1r} = 192,255 + j212,348 - 197,602 + j377,469$$

$$\dot{I}_{1o} = -5,34665 + j377,469 = 377,507 e^{j90,811^\circ} \quad [\text{A}].$$

Da Eq. (3.69), passando \dot{U}_1 a referência:

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_1 \frac{1}{\cosh \gamma l}$$

$$\dot{U}_2 = \frac{400\,000}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{0,72296 e^{j2,928^\circ}}$$

$$U_2 = 319\,436,91 e^{-j2,928} \quad [\text{V}];$$

e — empregando

$$\dot{I}_{1o} = \frac{\dot{U}_2}{2Z_o} (e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}) = \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \operatorname{sen} h\gamma l \quad (\text{Eq. 3.70})$$

$$\dot{I}_{1o} = \frac{319\,436,91 e^{-j2,928}}{403,9 e^{-j3,98}} (0,69498 e^{-j86,831})$$

$$\dot{I}_{1o} = 551,01 e^{-j87,883^\circ} \quad [\text{A}].$$

12. Pretende-se transportar uma potência de 1 500 [MW] a uma distância de 800 [km] através de uma linha aérea de transmissão, com circuito simples e cabos alumínio-aço. Qual a tensão normalizada mais recomendada?

Solução

A escolha dessas tensões, bem como da composição dos condutores de fase, deve basear-se em fatores econômicos. No entanto, para fins de orientação preliminar, podemos lançar mãos da expressão:

$$\dot{U}_{2\lambda} = \sqrt{P \cdot Z_o} \quad [\text{V}]. \quad (\text{Eq. 3.99})$$

O valor de Z_o depende da composição dos condutores de fase. Assim:

a — condutores singelos:

$$Z_o = 400 \text{ ohm} - U_{2\lambda} = 775\,000 \quad [\text{V}];$$

b — condutores geminados:

$$Z_o = 320 \text{ ohm} - U_{2\lambda} = 693\,000 \quad [\text{V}];$$

c — condutores trigeminados:

$$Z_o = 280 \text{ ohm} - U_{2\lambda} = 648\,000 \quad [\text{V}];$$

d — condutores, quadrigeminados:

$$Z_o = 240 \text{ ohm} - U_{2\lambda} = 600\,000 \quad [\text{V}].$$

As tensões normalizadas (IEC) que mais se aproximam dos valores acima são 500 [kV] e 750 [kV], para transmitir em corrente alternada. Tudo indica que, no caso particular, o emprego de corrente contínua merece também um exame econômico criterioso.

13. As Eqs. (3.51) e (3.52) permitem calcular as tensões e correntes em qualquer ponto da linha, situados a uma distância x do receptor e conhecidas as condições neste. Determinar expressões que permitam calcular \dot{U}_2 e \dot{I}_2 , quando são conhecidos \dot{U}_1 e \dot{I}_1 , no transmissor, sito a uma distância l [km] do receptor.

14. Qual o valor da corrente de curto-circuito trifásico permanente quando, no transmissor da linha do Exerc. 10, for aplicada a tensão 400 000 [V]? O curto-circuito é junto ao receptor.

Solução

Da Eq. (3.79), que pode ser posta sob forma hiperbólica, temos:

$$\dot{I}_{2cc} = \frac{\dot{U}_{1cc}}{Z_c \operatorname{sen} h\gamma l} = \frac{400\,000}{\sqrt{3} \times 403,9 \times e^{-j3,98} \times 0,69498 e^{j86,831}}$$

operando, encontramos:

$$\dot{I}_{2cc} = 822,72 e^{-j82,81^\circ} \quad [\text{A}].$$

15. Qual deverá ser a tensão no transmissor da linha do Exerc. 10 quando a tensão no barramento receptor for de 380 [kV], estando a linha fornecendo:

a — potência igual à potência característica;

b — potência igual a 0,8 de sua potência característica;

c — potência igual a 1,2 de sua potência característica.

Solução

a — Potência característica da linha:

$$\dot{N}_{2c} = U_2 I_2 e^{j\delta} = P_{2c} + jQ_{2c} = \frac{U_2^2}{Z} (\cos \delta + j \operatorname{sen} \delta);$$

como:

$$\dot{Z}_c = 403,9 e^{+j3,98} \text{ [ohm]} \text{ (ver Exerc. 10),}$$

temos:

$$\dot{N}_{2c} = \frac{\left(\frac{380}{\sqrt{3}}\right)^2}{403,9} (\cos 3,98 + j \operatorname{sen} 3,98)$$

$$\dot{N}_{2c} = \frac{4,825 \times 10^{10}}{403,9} (0,9976 + j0,0698) = 119,5 \times 10^6 e^{+j3,98} \text{ [VA]}$$

$$\dot{N}_{2c} = 1,195 \times 10^8 (0,9976 - j0,0698)$$

$$\dot{N}_{2c} = (1,192 - j0,0834) 10^8 \text{ [VA]}$$

$$P_{2c} = 119,2 \text{ [MW]}$$

$$Q_{2c} = -8,34 \text{ [MVar]}.$$

Teremos então:

$$1 - \dot{N}'_{2c} = 119,5 e^{-j3,98} \text{ [MVA]};$$

$$2 - \dot{N}''_{2c} = 95,6 e^{-j3,98} \text{ [MVA]};$$

$$3 - \dot{N}'''_{2c} = 143,4 e^{-j3,98} \text{ [MVA]}.$$

As correntes no receptor serão:

$$1 - \dot{I}'_2 = \frac{119,5 \times 10^6 e^{+j3,98}}{38 \times 10^4 / \sqrt{3}} = 544 e^{+j3,98} \text{ [A]};$$

$$2 - \dot{I}''_2 = \frac{95,6 \times 10^6 e^{+j3,98}}{38 \times 10^4 / \sqrt{3}} = 435,2 e^{+j3,98} \text{ [A]};$$

$$3 - \dot{I}'''_2 = \frac{143,4 \times 10^6 e^{+j3,98}}{38 \times 10^4 / \sqrt{3}} = 652,8 e^{+j3,98} \text{ [A]}.$$

3.5 - EXERCÍCIOS

Aplicando a Eq. (3.51), teremos:

$$\dot{U}_1 = \frac{\dot{U}_2 + \dot{I}_2 \dot{Z}_c}{2} e^{j\alpha l} + \frac{\dot{U}_2 - \dot{I}_2 \dot{Z}_c}{2} e^{-j\beta l}$$

$$\dot{U}_1 = \left(\frac{\dot{U}_2 + \dot{I}_2 \dot{Z}_c}{2} \right) e^{\alpha l} e^{j\beta l} + \frac{\dot{U}_2 - \dot{I}_2 \dot{Z}_c}{2} e^{\alpha l} e^{-j\beta l}.$$

Introduzindo os valores de \dot{U}_2 , $\dot{I}_2 \dot{Z}_c$ αl e βl , teremos:

$$1 - \frac{\dot{U}_2 + \dot{I}'_2 \dot{Z}_c}{2} = \frac{219\,650 + 544 e^{+j3,98} \times 403,9 e^{-j3,98}}{2} =$$

$$= 219\,650 e^{j0};$$

$$2 - \frac{\dot{U}_2 + \dot{I}''_2 \dot{Z}_c}{2} = \frac{219\,650 e^{j0} + 435,2 e^{+j3,98} \times 403,9 e^{-j3,98}}{2} =$$

$$= 197\,713 e^{j0};$$

$$3 - \frac{\dot{U}_2 + \dot{I}'''_2 \dot{Z}_c}{2} = \frac{219\,650 e^{j0} + 652,8 e^{+j3,98} \times 403,9 e^{-j3,98}}{2} =$$

$$= 241\,658 e^{j0}.$$

Igualmente:

$$1 - \frac{\dot{U}_2 - \dot{I}_2 \dot{Z}_c}{2} = 0;$$

$$2 - \frac{\dot{U}_2 - \dot{I}_2 \dot{Z}_c}{2} = 21,936 e^{j0};$$

$$3 - \frac{\dot{U}_2 - \dot{I}_2 \dot{Z}_c}{2} = 22\,008 e^{+j180^\circ}.$$

Temos também, empregando as tabelas do Ap. I:

$$e^{\alpha l} = e^{(0,0867 \cdot 10^{-3}) 600} = e^{0,052} = 1,0513$$

$$e^{-\alpha l} = e^{-0,05202} = 0,95123$$

$$e^{j\beta l} = e^{j(1,276 \cdot 10^{-3}) 600} = 3j0,7656 = e^{+j43,87^\circ}$$

$$e^{-j\beta l} = e^{-j0,7656} = e^{-j43,87^\circ};$$

logo,

$$1 - \dot{U}'_1 = 219\,650 e^{j0} \cdot 1\,0513 \cdot e^{j43,87^\circ} = 230\,918 e^{j43,87^\circ} \text{ [V];}$$

$$2 - \dot{U}''_1 = 197\,713 e^{j0} \cdot 1\,0513 \cdot e^{j43,87^\circ} + 21\,936 e^{j0} \cdot 0,95123 e^{j43,87^\circ}$$

$$\dot{U}''_1 = 207\,856 e^{j43,87^\circ} + 20\,866 e^{-j43,87^\circ}$$

$$\dot{U}'_1 = 228\,730 e^{j43,9^\circ} \text{ [V];}$$

$$3 - \dot{U}'''_1 = 241\,658 e^{j0} \cdot 1\,0513 \cdot e^{j43,87^\circ} + 22\,008 e^{j130} \cdot 0,95123 \cdot e^{-j43,87^\circ}$$

$$\dot{U}'''_1 = 254\,055 e^{j43,87^\circ} + 20\,935 e^{j136,13^\circ}$$

$$\dot{U}''''_1 = 254\,946 e^{j533^\circ} \text{ [V].}$$

16. Qual o valor, em módulo e fase, da corrente no início da linha, para as cargas especificadas no Probl. 15.

17. Calcular a tensão e a corrente no início da linha do Exerc. 10, quando ela fornece uma carga de $80 + j60$ [MVA] sob a tensão de 400 [kV] no receptor.

18. Uma linha de transmissão a circuito simples, 60 [c/s], com um comprimento de 362 km, entrega uma potência de 125 [MW] a um barramento em 200 [kV], sob fator de carga de 95% IND. Calcular as tensões incidentes e refletidas no receptor e no transmissor. Determinar a tensão entre fases no transmissor, a partir das tensões incidentes e refletidas. São dados:

$$r = 0,107 \text{ [ohm/km];}$$

$$L = 1,355 \text{ [mH/km];}$$

$$C = 0,00845 \text{ [\mu F/km].}$$

19. A linha de transmissão descrita no Exerc. 10 deve operar com os seguintes regimes de carga, mantendo-se $U_2 = 380$ [kV] no receptor:

$$a - P_2 = 300\,000 \text{ [kW], } \cos \phi_2 = 0,9 \text{ IND;}$$

$$b - P_2 = 360\,000 \text{ [kW], } \cos \phi_2 = 1,0;$$

$$c - P_2 = 420\,000 \text{ [kW], } \cos \phi_2 = 0,9 \text{ IND.}$$

Determinar, para cada um dos regimes de carga:

a — tensão e corrente no transmissor;

b — ondas diretas e ondas refletidas da tensão;

c — potência absorvida no receptor.

20. Mostrar que, de uma linha ideal operando com uma carga tal que o fator de reflexão de onda seja 0,5, os diagramas polares das tensões e correntes são elipses.

3.6 - BIBLIOGRAFIA

- 1 — VIDMAR, MILAN — *Die Gestalt der Elektrischen Freileitung*. Verlag Birkhäuser, Basileia, Suíça, 1952.
- 2 — JOHNSON, W. C. — *Transmission Lines and Networks*. McGraw-Hill Book Co. — Kogakusha Co. Ltd., Tóquio. International student Edition. Reimpressão da edição original de 1950.
- 3 — BEWLEY, L. V. — *Travelling Waves on Transmission Systems*. Publ. Dover, Nova Iorque, 1963.
- 4 — GREENWOOD, ALLAN — *Electrical Transients in Power Systems*. Wiley Interscience, Nova Iorque, 1971.
- 5 — HEDMAN, D. E. — *Propagation on Overhead Transmission Lines* — I. IEEE Transactions, Nova Iorque, março 1965.
- 6 — GUILLE, A. E. e PATERSON, W. — *Electrical Power Systems*. Oliver e Boyd, Edinburg, 1969. Vol. 1.
- 7 — REZA, F. M. e SEELY, S. — *Modern Networks Analysis*. McGraw-Hill Book Co., Nova Iorque, 1959.
- 8 — WADDICOR, H. — *The Principles of Electric Power Transmission*. Chapman e Hall, Londres, 1964.
- 9 — CENTRAL STATION ENGINEERS — *Electrical Transmission and Distribution Reference Book*. Westinghouse, East Pittsburg, 1950.
- 10 — NETUSHIL, A. V. e STRAJOV, S. V. — *Principios de Electrotecnia*. Editorial Cartago, Buenos Aires 1959, Vol. 2.
- 11 — HUBERT, F. J. e GENT, M. R. — *Half Wavelength Power Transmission Lines*. IEEE Spectrum, jan. 1965.
- 12 — DUBOIS, E. W. et al. — *Extra Long Distance Transmission*. AIEE — Transactions Power Apparatus and Systems, Nova Iorque, 1962.
- 13 — KAHNT, RUDOLF — *Technische und Wirtschaftliche Gesichtspunkte für die Energie Übertragung mit Höchstspannungen*. Siemens Zeitschrift, Erlangen, Alemanha, set. 1966.

4

Cálculo Prático das Linhas de Transmissão

4.1 — CONSIDERAÇÕES GERAIS

No capítulo anterior foram deduzidas as equações gerais e, portanto, exatas das linhas de transmissão. Para tanto, consideramos os parâmetros elétricos das linhas como uniformemente distribuídos, o que, como veremos, mesmo não sendo rigorosamente exato, não invalida as expressões obtidas. Nos cálculos das linhas de transmissão procura-se, em geral, obter valores de tensões, correntes, potências etc. com erros inferiores a 0,5%, e é essa precisão que dita, geralmente, a necessidade de emprego de processos mais ou menos exatos e, por conseguinte, mais ou menos trabalhosos. Esses processos, veremos, todos deriváveis do processo analítico rigoroso, apenas admitem hipóteses simplificativas quanto à necessidade ou não de se considerarem todos os parâmetros distribuídos ou não. A relação entre o comprimento real da linha e o seu comprimento de onda é fundamental na escolha dos processos de cálculo: quanto maior essa relação, mais rigoroso deverá ser o processo de cálculo.

Linhas de transmissão de energia elétrica normalmente fazem parte de sistemas elétricos mais ou menos complexos e, como tal, devem ser representáveis através de seus circuitos equivalentes ou modelos matemáticos, donde a necessidade de fazê-lo de forma mais simples e racional, compatível com o grau de precisão almejado.

As equações, conforme foram deduzidas no capítulo anterior se apresentam de forma pouco prática para uso em cálculos correntes. Prova disso tivemos através de alguns dos exercícios apresentados. Veremos agora, através de hipóteses simplificativas devidamente justificadas, como poderemos representar as linhas através de circuitos elétricos equivalentes e os respectivos modelos matemáticos.

A partir de agora, a não ser que venha expressamente especificado de modo diferente, trataremos exclusivamente de linhas aéreas trifásicas.

Estas, como já foi mencionado, são, nos modernos sistemas de energia elétrica, suficientemente equilibradas para que, em cálculo de desempenho, possam ser representadas através de circuitos unipolares, constituídos de fase e neutro, admitindo-se este último como não possuindo parâmetros elétricos.

De um modo geral, no cálculo elétrico das linhas de transmissão objetivamos:

a — conhecidas (ou especificadas) tensões e correntes em um ponto da linha, determinar essas mesmas grandezas em outro ponto da linha;

b — conhecidas (ou especificadas) potências ativas e reativas em um ponto da linha, determinar essas grandezas em outro ponto da linha;

c — a determinação de grandezas de desempenho: regulação, rendimentos, ângulos de potência, número de falhas em seu isolamento devidas a sobretensões, radiointerferência etc.;

d — estudo de compensação para correção de desempenho.

Os métodos de cálculo atualmente empregados podem ser resumidos nos seguintes:

A — métodos analíticos (modelos matemáticos)

a — manuais;

b — por computadores digitais;

B — gráficos;

C — modelos elétricos analógicos.

A eficiência de uns e outros baseia-se na nossa habilidade na escolha dos circuitos equivalentes adequados a cada caso.

4.2 — RELAÇÕES ENTRE TENSÕES E CORRENTES

As equações gerais das linhas de transmissão, (3.51) e (3.52), podem ser remanejadas e postas na forma abaixo. Nos cálculos de desempenho, normalmente o comprimento das linhas já está especificado entre transmissor e receptor, o que nos permite, igualmente, uma ligeira mudança de notação.

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \left(\frac{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}}{2} \right) + \dot{I}_2 \dot{Z}_c \left(\frac{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}{2} \right) \quad [V] \quad (4.1)$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 \left(\frac{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}}{2} \right) + \frac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_c} \left(\frac{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}{2} \right) \quad [A]. \quad (4.2)$$

Nestas valem:

\dot{U}_1 [V] e \dot{I}_1 [A] — tensão entre fase e neutro e corrente na fase, representadas por seus fasores, junto ao transmissor

\dot{U}_2 [V] e \dot{I}_2 [A] — idem, junto ao receptor

l [km] — comprimento da linha.

Portanto, as Eqs. (4.1) e (4.2) são equações exatas das linhas de transmissão, consideradas com parâmetros distribuídos. Conhecidas as tensões e correntes no receptor, podemos determiná-las no transmissor. Sua solução simultânea nos dá expressões que permitem calcular as tensões e correntes no receptor, quando são estipuladas aquelas no transmissor.

Lembrando a forma exponencial das funções hiperbólicas, as Eqs. (4.1) e (4.2) podem ser postas sob a seguinte forma:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \cosh \dot{\gamma}l + \dot{I}_2 \dot{Z}_c \sinh \dot{\gamma}l \quad [\text{V}] \quad (4.3)$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 \cosh \dot{\gamma}l + \frac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_c} \sinh \dot{\gamma}l \quad [\text{A}]. \quad (4.4)$$

Sua recíproca será:

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_1 \cosh \dot{\gamma}l - \dot{I}_1 \dot{Z}_c \sinh \dot{\gamma}l \quad [\text{V}] \quad (4.5)$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_1 \cosh \dot{\gamma}l - \frac{\dot{U}_1}{\dot{Z}_c} \sinh \dot{\gamma}l \quad [\text{A}]. \quad (4.6)$$

Como $\dot{\gamma} = \alpha + j\beta$, (Eq. 3.56), por definição:

$$\cosh \dot{\gamma}l = \cosh (\alpha + j\beta) l = \cosh \alpha l \cos \beta l + j \sinh \alpha l \sin \beta l \quad (4.7)$$

$$\sinh \dot{\gamma}l = \sinh (\alpha + j\beta) l = \sinh \alpha l \cos \beta l + j \cosh \alpha l \sin \beta l. \quad (4.8)$$

Esta forma das equações exatas é de mais fácil manejo numérico. Devemos lembrar que, ao calcularmos βl , seu resultado virá em radianos sendo, pois, necessário cuidado no emprego de (4.7) e (4.8).

Vimos também que $\dot{\gamma} = \sqrt{z\dot{y}}$, portanto, $\dot{\gamma}l = \sqrt{z\dot{y}l}$ ou $\dot{\gamma}l = \sqrt{\dot{Z}\dot{Y}}$, sendo \dot{Z} e \dot{Y} , respectivamente a impedância e a admitância totais da linha. Portanto:

$$\cosh \dot{\gamma}l = \cosh \sqrt{\dot{Z}\dot{Y}}$$

$$\sinh \dot{\gamma}l = \sinh \sqrt{\dot{Z}\dot{Y}}.$$

As funções hiperbólicas admitem sua expansão em série:

$$\cosh \dot{\gamma}l = 1 + \frac{(\sqrt{\dot{Z}\dot{Y}})^2}{2!} + \frac{(\sqrt{\dot{Z}\dot{Y}})^4}{4!} + \frac{(\sqrt{\dot{Z}\dot{Y}})^6}{6!} + \dots \quad (4.9)$$

$$\sinh \dot{\gamma}l = \sqrt{\dot{Z}\dot{Y}} + \frac{(\sqrt{\dot{Z}\dot{Y}})^3}{3!} + \frac{(\sqrt{\dot{Z}\dot{Y}})^5}{5!} + \frac{(\sqrt{\dot{Z}\dot{Y}})^7}{7!} + \dots \quad (4.10)$$

Essas séries são rapidamente convergentes, conforme mostra um caso típico ilustrado na Tab. 4.1.

Essa observação nos permite, em função do comprimento das linhas, procurar circuitos equivalentes e métodos de cálculo simplificados, baseados no número de elementos da expansão em série a considerar nos cálculos. É o que faremos a seguir, inicialmente com linhas de pequeno comprimento.

Convém, a esta altura, antes de prosseguirmos, introduzir o conceito de *regulação de linha*. Definimos:

Tabela 4.1 — Exemplo de Convergência de Termos das Séries de $\cosh \dot{\gamma}l$ e $\sinh \dot{\gamma}l$

l [km]	$\dot{\gamma}l = \sqrt{\dot{Z}\dot{Y}}$	$\frac{(\sqrt{\dot{Z}\dot{Y}})^2}{2!}$	$\frac{(\sqrt{\dot{Z}\dot{Y}})^3}{3!}$
50	0,06447034	0,002078212	0,000044610
100	0,12894084	0,008312870	0,000357289
150	0,19341126	0,018703958	0,001205852
200	0,25788136	0,033251398	0,002858305
250	0,32235171	0,051955312	0,005558263
300	0,38682205	0,074815650	0,009646781
350	0,45129390	0,101832413	0,015318731
400	0,51576274	0,133005600	0,022866440
ARG	84,1°	168,2°	252,3°

“Regulação de tensão de uma linha, em um determinado regime de carga, é a variação porcentual entre os módulos das tensões entre transmissor e receptor, com relação a esta última”:

$$\text{Reg} = \frac{100 (U_1 - U_2)}{U_2} \text{ por cento.} \quad (4.11)$$

Seu valor depende do regime de carga da linha, principalmente da potência reativa transmitida, como também dos parâmetros elétricos das linhas. Poderá ser positivo ou negativo, como, por exemplo, nas linhas médias ou longas que operam em vazio, ou com potências reduzidas. Pode ser controlado atuando-se sobre o fator de potência da carga, ou sobre os parâmetros das linhas, como veremos. Uma ou outra solução tem implicações econômicas importantes, merecendo nossa atenção.

4.2.1 — Linhas Curtas

É o nome genérico dado àquelas linhas cujo comprimento e características sejam tais que somente os primeiros termos de cada série tenham valor significativo. Isso depende principalmente do comprimento l [km] da linha, como também do valor absoluto de γl , em menor grau. Este último aumenta com o aumento da tensão nas linhas. Se, em (4.3) e (4.4), substituirmos os $\cosh \gamma l$ e $\sinh \gamma l$, respectivamente, pelo primeiro termo da série (4.9) e (4.10), teremos:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 + \dot{I}_2 \dot{Z}_c \sqrt{\dot{Z}\dot{Y}} = \dot{U}_2 + \dot{I}_2 \sqrt{\frac{\dot{Z}}{\dot{Y}}} \cdot \sqrt{\dot{Z}\dot{Y}}$$

ou

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 + \dot{I}_2 \dot{Z} \quad [V] \quad (4.12)$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \frac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_c} \sqrt{\dot{Z}\dot{Y}} = \dot{I}_2 + \dot{U}_2 \sqrt{\frac{\dot{Y}}{\dot{Z}}} \cdot \sqrt{\dot{Z}\dot{Y}}$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{U}_2 \dot{Y} \quad [A].$$

Como, nos casos desse tipo, o produto $\dot{U}_2 \dot{Y}$ é muito pequeno, comparado com o valor de \dot{I}_2 , ele pode ser desprezado. Neste caso, a equação das correntes será:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 \quad [A] \quad (4.13)$$

ou, resolvendo (4.12) e (4.13) simultaneamente,

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_1 - \dot{U}_2}{\dot{Z}} \quad [A]. \quad (4.14)$$

Ao examinarmos as Eqs. (4.12) e (4.13), vemos que representam um modelo matemático de um circuito-série. O circuito equivalente de uma linha curta é aquele indicado na Fig. 4.1.

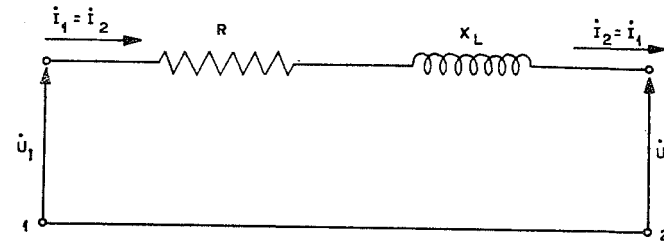


Fig. 4.1 — Circuito equivalente de uma linha curta.

Vemos que, além de estarmos representando seus parâmetros de forma concentrada, ainda podemos desprezar inteiramente os efeitos da condutibilidade G e da capacitância C .

O diagrama vetorial correspondente está indicado na Fig. 4.2.

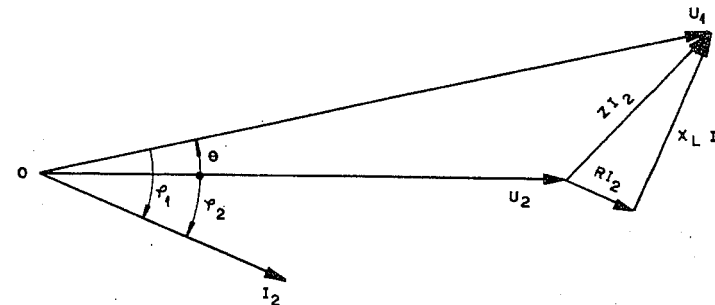


Fig. 4.2 — Diagrama vetorial da linha curta em carga.

O ângulo de potência θ entre as tensões \dot{U}_1 e \dot{U}_2 é de grande importância em estudos de estabilidade. Seu valor pode ser obtido, para linhas curtas, diretamente da Eq. (4.15), deduzível da Fig. 4.2:

$$\theta = \arctg \frac{I_2 (X_2 \cos \psi_2 - R \sin \psi_2)}{U_2 + I_2 (X_1 \sin \psi_2 + R \cos \psi_2)} \quad (4.15)$$

O estabelecimento de limites de comprimento das linhas ou de tensões para os quais se podem empregar o método de cálculo preconizado acima é um tanto subjetivo e depende da sensibilidade e prática do calculista, como em tantos outros problemas de engenharia. A esse respeito, inclusive, há alguma divergência por parte dos vários autores de textos didáticos sobre linhas. Uma orientação cabe aqui; será, para alguns, um tanto conservadora, enquanto que outros poderão julgá-la um tanto audaciosa:

— para linhas até 150 [kV], comprimentos máximos de 60 a 80 quilômetros;

— para linhas com tensões maiores ou iguais a 150 [kV], porém menores do que 400 [kV], comprimentos máximos de 40 quilômetros;

— para linhas em tensões iguais ou maiores do que 400 [kV], comprimentos máximos de 20 quilômetros.

4.2.2 — Linhas Médias

Quando os comprimentos ou as tensões das linhas ultrapassam os limites acima estabelecidos, tudo indica que dois ou mais termos das séries devam ser usados. Quando o segundo termo não for insignificante perante o primeiro termo, mas se o terceiro o for, a linha poderá ser classificada como *linha média*, ainda dentro desse critério clássico. As Eqs. (4.3) e (4.4), nas quais as funções hiperbólicas foram substituídas pelos dois primeiros termos das séries, se tornam:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \left(1 + \frac{(\sqrt{\dot{Z}\dot{Y}})^2}{2!} \right) + I_2 \dot{Z}_c \left(\sqrt{\dot{Z}\dot{Y}} + \frac{(\sqrt{\dot{Z}\dot{Y}})^3}{3!} \right)$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 \left(1 + \frac{(\sqrt{\dot{Z}\dot{Y}})^2}{2!} \right) + \frac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_c} \left(\sqrt{\dot{Z}\dot{Y}} + \frac{(\sqrt{\dot{Z}\dot{Y}})^3}{3!} \right)$$

Efetuada as operações indicadas e simplificando, obteremos:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \left(1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{2} \right) + \dot{I}_2 \dot{Z} \left(1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{6} \right) \quad [V] \quad (4.16)$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 \left(1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{2} \right) + \dot{U}_2 \dot{Y} \left(1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{6} \right) \quad [A]. \quad (4.17)$$

O circuito equivalente que buscamos para as linhas médias deverá ser simples, principalmente tendo em vista que deverá representar as linhas em circuitos bastante complexos dos sistemas de energia elétrica.

Deparamos com dois circuitos bastante conhecidos dos cursos de circuitos elétricos.

a — Circuito Tee

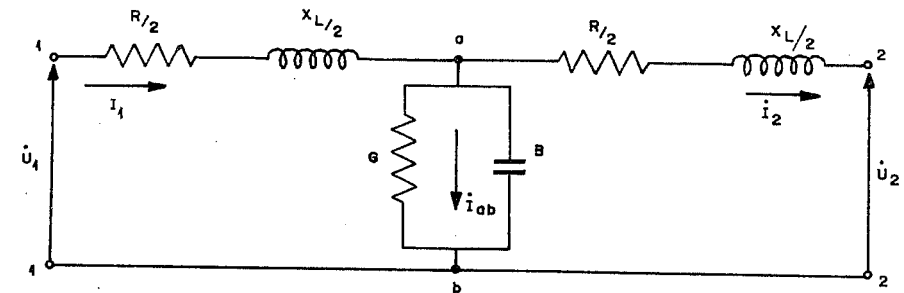


Fig. 4.3 — Circuito Tee de uma linha de transmissão.

Suas equações, cuja dedução deixamos de fazer, uma vez que pode ser encontrada na maioria dos textos básicos de circuitos elétricos, são as seguintes:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \left(1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{2} \right) + \dot{I}_2 \dot{Z} \left(1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{4} \right) \quad [V] \quad (4.18)$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 \left(1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{2} \right) + \dot{U}_2 \dot{Y} \quad [A]. \quad (4.19)$$

b — Circuito Pi

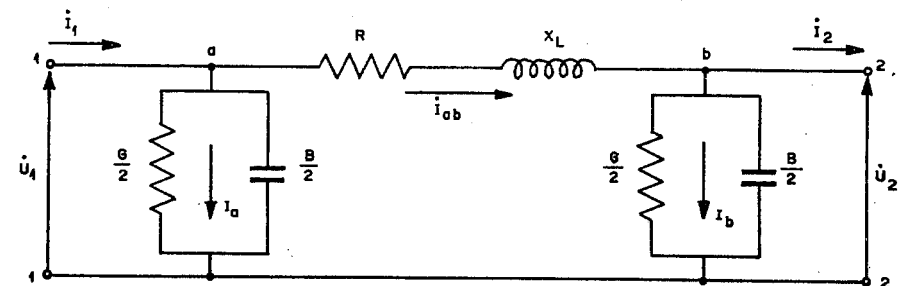


Fig. 4.4 — Circuito Pi de uma linha de transmissão.

Suas equações são as seguintes:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \left(1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{2} \right) + \dot{I}_2 \dot{Z} \text{ [V]} \quad (4.20)$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 \left(1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{2} \right) + \dot{U}_2 \dot{Y} \left(1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{4} \right) \text{ [A]} \quad (4.21)$$

Comparando as Eqs. (4.18), (4.19), (4.20) e (4.21) com as Eqs. (4.16) e (4.17), verificamos serem pequenas as diferenças entre as mesmas, principalmente se considerarmos que o produto $\dot{Z}\dot{Y}$ é bastante pequeno. A Tab. 4.2 dá uma idéia de diferenças de valores de \dot{U}_1 e \dot{I}_1 para linhas típica, calculada pelos três sistemas de equações.

Tabela 4.2 — Resultados Comparativos dos Valores Calculados para uma Linha Típica Média

Circuito	\dot{U}_1	\dot{I}_1
Eqs. (4.20) e (4.21)	83500 /6,7°	205,145 /-11,402°
Eqs. (4.18) e (4.19)	83472 /6,7°	205,920 /-11,337°
Eqs. (4.16) e (4.17)	83493 /6,692°	205,305 /-11,524°

Mesmo que ambos os circuitos sejam aceitáveis, prefere-se hoje o circuito *Pi* como representativo das linhas médias, pois, ao estabelecer os modelos matemáticos de grandes sistemas, o circuito *Tee* obrigaria o estabelecimento de mais uma barra ou nó por linha de transmissão incluída, o que se traduz em um aumento correspondente do número de equações no modelo do sistema. A Fig. 4.5 mostra a razão disso.

Tanto os circuitos *Tee* como *Pi* podem ser usados em cálculos isolados de desempenho das linhas, porém, visando à facilidade de coleta dos elementos para a organização dos modelos matemáticos dos sistemas, é conveniente, também nos cálculos isolados, o emprego dos circuitos *Pi*. Em ambos observamos que, mesmo que não tenha sido possível abandonar os parâmetros em derivação (admitância), todos os parâmetros elétricos continuam sendo representados de forma concentrada, sendo desnecessário considerar os efeitos de sua distribuição. Na maioria dos casos práticos, a condutância de dispersão G é suficientemente pequena para poder ser desprezada.

Autores há que não recomendam o emprego dos circuitos *Pi* em cálculos isolados, sob a alegação de que o trabalho envolvido com seu emprego equivale àquele envolvido com o emprego das Eqs. (4.3) e (4.4), sem, no entanto, possuir o mesmo grau de precisão.

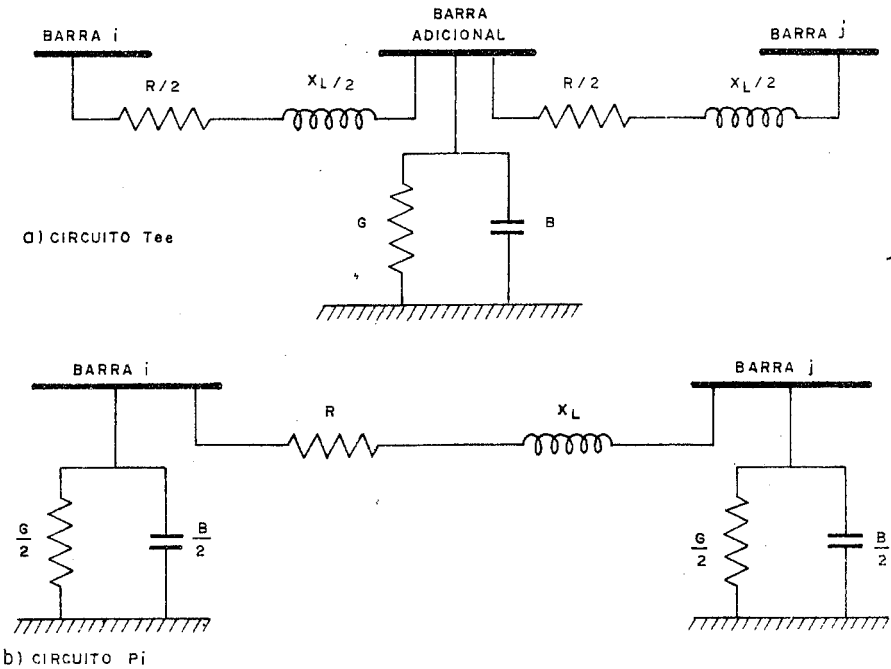


Fig. 4.5 — Diferenças entre circuitos Tee e Pi para efeito de inclusão das linhas em sistemas de energia elétrica.

Quanto aos seus limites de emprego, indicamos a título de orientação:

- para linhas entre 150 [kV] e 400 [kV] e comprimentos até 200 [km];
- para linhas acima de 400 [kV] e comprimentos inferiores a 100 [km].

4.2.3 — Linhas Longas

São aquelas em cujo cálculo os processos das linhas curtas e médias são considerados insuficientemente precisos para os fins desejados.

Para estas devemos empregar, nos cálculos isolados, as equações exatas das linhas, ou em sua forma exponencial — Eqs. (4.1) e (4.2) — ou em sua forma hiperbólica — Eqs. (4.3) e (4.4).

Sua representação nos circuitos dos sistemas de energia elétrica e sua inclusão nos modelos matemáticos dos mesmos exigem uma representação por circuitos equivalentes.

Admitamos que um circuito *Pi* possa ser utilizado para esse fim, desde que, em seus parâmetros elétricos, efetuem as necessárias correções para ter em devida conta o efeito de sua distribuição ao longo da linha. Sejam, respectivamente, \dot{Z}' as impedâncias e \dot{Y}' as admitâncias

totais da linha, corrigidas devidamente, e procuremos o fator de correção a empregar. A Eq. (4.20) passará a ser escrita da seguinte forma:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \left(1 + \frac{\dot{Z}'\dot{Y}'}{2} \right) + \dot{I}_2\dot{Z}' \text{ [V].} \quad (4.22)$$

Se compararmos (4.22) com (4.3), veremos que:

$$\cosh \gamma l = 1 + \frac{\dot{Z}'\dot{Y}'}{2} \quad (4.23)$$

$$\dot{Z}_c \operatorname{sen} \gamma l = \dot{Z}'.$$

Resolvendo simultaneamente para obter $\dot{Y}'/2$, encontraremos:

$$\frac{\dot{Y}'}{2} = \frac{1}{\dot{Z}_c} \frac{\cosh \gamma l - 1}{\operatorname{senh} \gamma l} \quad (4.24)$$

ou

$$\frac{\dot{Y}'}{2} = \frac{1}{\dot{Z}_c} \operatorname{tgh} \frac{\gamma l}{2} \text{ [siemens].} \quad (4.25)$$

Por outro lado, temos que:

$$\frac{1}{\dot{Z}_c} = \frac{1}{\sqrt{\dot{z}/\dot{y}}} = \frac{l\sqrt{\dot{z}\dot{y}}}{\sqrt{\dot{z}/\dot{y}} l \sqrt{\dot{z}\dot{y}}} = \frac{l\dot{y}}{l\sqrt{\dot{z}\dot{y}}} = \frac{\dot{Y}}{l\dot{\gamma}}$$

que, se introduzida em (4.26), resulta em:

$$\frac{\dot{Y}'}{2} = \frac{\dot{Y}}{l\dot{\gamma}} \operatorname{tgh} \frac{\gamma l}{2}$$

ou

$$\frac{\dot{Y}'}{2} = \frac{\dot{Y}}{2} \frac{\operatorname{tgh} \frac{\gamma l}{2}}{\frac{\gamma l}{2}} \text{ [siemens].} \quad (4.26)$$

De (4.25) podemos obter:

$$\dot{Z}' = \sqrt{\dot{z}/\dot{y}} \operatorname{senh} \gamma l = z l \frac{\operatorname{senh} \gamma l}{l\sqrt{\dot{z}\dot{y}}}$$

ou

$$\dot{Z}' = \dot{Z} \frac{\operatorname{senh} \gamma l}{\gamma l} \text{ [ohm].} \quad (4.27)$$

As Eqs. (4.27) e (4.28) nos permitem concluir que o circuito Pi é adequado para a representação das linhas longas, em regime permanente, desde que os valores de \dot{Z} e $\dot{Y}/2$ sejam adequadamente corrigidos, para retratar a condição de parâmetros distribuídos. Os fatores de correção que devem ser aplicados a \dot{Z} e a $\dot{Y}/2$ são, respectivamente:

$$\frac{\operatorname{senh} \gamma l}{\gamma l} \text{ e } \frac{\operatorname{tgh} \frac{\gamma l}{2}}{\frac{\gamma l}{2}}.$$

Esses fatores, para valores pequenos de γl , se tornam unitários.

Os circuitos com parâmetros corrigidos recebem o nome de *circuitos Pi equivalentes*, para diferenciá-los dos anteriores, designados como *circuitos Pi nominais*. De forma análoga será possível estabelecer, igualmente, *circuitos Tee equivalentes*.

Na prática, em se tratando de linhas bem dimensionadas, nas quais o valor da condutância de dispersão G é insignificante, também no caso das linhas longas, esse parâmetro pode ser desprezado.

Na literatura especializada encontramos diversos processos para a simplificação dos cálculos das linhas longas, mediante uso de curvas pré-calculadas, como, por exemplo, nas referências [3] e [9], no final deste capítulo.

4.3 — LINHAS DE TRANSMISSÃO COMO QUADRIPOLOS

Como vimos nos itens anteriores, uma linha de transmissão trifásica pode ser representada por um circuito consistindo em dois terminais através dos quais a energia elétrica penetra na linha, que designamos por transmissor, e por dois terminais através dos quais a energia elétrica deixa a linha, designados por receptor. Dadas as suas características próprias, os circuitos que representam as linhas podem ser classificados como circuitos a *dois portos* ou *quadripolos*, que conhecemos da teoria da análise de circuitos elétricos. De acordo com essa mesma teoria, um circuito desse tipo pode ser definido por seis pares de equações lineares, todas elas inter-relacionadas entre si:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{z}_1 (\dot{I}_1, \dot{I}_2) & \dot{I}_1 &= \dot{y}_1 (\dot{U}_1, \dot{U}_2) \\ \dot{U}_2 &= \dot{z}_2 (\dot{I}_1, \dot{I}_2) & \dot{I}_2 &= \dot{y}_2 (\dot{U}_1, \dot{U}_2) \\ \dot{U}_1 &= \dot{a}_1 (\dot{U}_2, \dot{I}_2) & \dot{U}_2 &= \dot{b}_1 (\dot{U}_1, \dot{I}_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \dot{a}_2 (\dot{U}_2, \dot{I}_2) & \dot{I}_2 &= \dot{b}_2 (\dot{U}_1, \dot{I}_2) \\ \dot{I}_1 &= \dot{g}_1 (\dot{E}_1, \dot{I}_2) & \dot{U}_1 &= \dot{h}_1 (\dot{U}_2, \dot{I}_1) \\ \dot{U}_2 &= \dot{g}_2 (\dot{E}_1, \dot{I}_2) & \dot{I}_2 &= \dot{h}_2 (\dot{U}_2, \dot{I}_1) \end{aligned}$$

Essas equações possuem, cada qual, duas variáveis independentes e duas variáveis dependentes relacionadas entre si pelos parâmetros dos respectivos circuitos, aos quais as seguintes restrições são impostas:

a — devem possuir apenas uma entrada e uma saída, representadas por dois pares de terminais, podendo um deles ser comum a ambos;

b — devem ser passivos, o que exclui a presença de fontes de tensão;

c — devem ser lineares, a fim de que a sua saída (resposta) tenha a mesma forma que o estímulo aplicado à entrada, exigindo pois, impedâncias e admitâncias de valores constantes independentes do valor da corrente e da tensão a elas aplicados. Estão excluídos, portanto, reatores de núcleo de ferro, podendo incluir transformadores, desde que sua corrente de magnetização seja considerada linear, ou mesmo desprezada;

d — devem ser bilaterais, significando que sua resposta a um estímulo aplicado a um par de terminais é a mesma que a um estímulo aplicado ao outro. Essa exigência exclui os retificadores de corrente.

Se \dot{U}_2 e \dot{I}_2 do quadripolo da Fig. 4.6 forem consideradas variáveis independentes \dot{U}_1 e \dot{I}_1 serão suas variáveis dependentes, relacionadas com as primeiras através da impedância \dot{Z} e a admitância \dot{Y} do circuito; ele fica definido pelo par de equações:

$$\dot{U}_1 = \dot{a}_1 (\dot{U}_2, \dot{I}_2) \quad (4.28)$$

$$\dot{I}_1 = \dot{a}_2 (\dot{U}_2, \dot{I}_2), \quad (4.29)$$

ou seja,

$$\dot{U}_1 = \dot{A}\dot{U}_2 + \dot{B}\dot{I}_2 \quad (4.30)$$

$$\dot{I}_1 = \dot{C}\dot{U}_2 + \dot{D}\dot{I}_2, \quad (4.31)$$

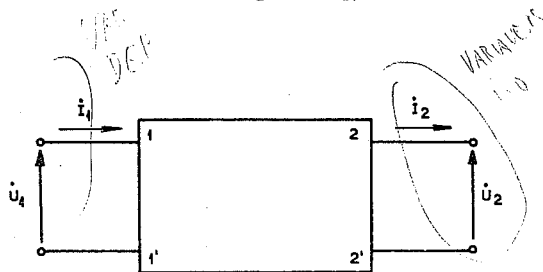


Fig. 4.6 — Quadripolo típico.

ou, adotando a forma matricial,

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{A} & \dot{B} \\ \dot{C} & \dot{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}. \quad (4.32)$$

Igualmente, se considerarmos \dot{U}_1 e \dot{I}_1 as variáveis independentes e \dot{U}_2 e \dot{I}_2 as variáveis dependentes, a solução de (4.30) e (4.31) nos dará:

$$\dot{U}_2 = \dot{D}\dot{U}_1 - \dot{B}\dot{I}_1 [V] \quad (4.33)$$

$$\dot{I}_2 = -\dot{C}\dot{U}_1 + \dot{A}\dot{I}_1 [A] \quad (4.34)$$

que correspondem ao par:

$$\dot{U}_2 = \dot{b}_1 (\dot{U}_1, \dot{I}_1) \quad (4.35)$$

$$\dot{I}_2 = \dot{b}_2 (\dot{U}_1, \dot{I}_1) \quad (4.36)$$

ou

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{D} & -\dot{B} \\ -\dot{C} & \dot{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

sendo necessário lembrar que, em circuitos simétricos, temos sempre:

$$\dot{A} = \dot{D}. \quad (4.38)$$

Uma outra propriedade dos quadripolos a ser lembrada é que vale sempre:

$$\begin{bmatrix} \dot{A} & \dot{B} \\ \dot{C} & \dot{D} \end{bmatrix} = \dot{A}\dot{D} - \dot{B}\dot{C} = 1. \quad (4.39)$$

As linhas de transmissão satisfazem inteiramente às condições restritivas impostas aos quadripolos no início deste estudo. Sua representação como quadripolos não somente é perfeitamente possível como conveniente, pois o modelo matemático assim obtido — definido pelas Eqs. (4.32) e (4.37) — é bastante flexível. As características das linhas são definidas pelas constantes \dot{A} , \dot{B} , \dot{C} e \dot{D} , que recebem o nome de *constantes generalizadas das linhas de transmissão*. A facilidade com que diversos quadripolos podem ser associados, para sua representação por um modelo matemático único, constitui uma vantagem adicional na análise de problemas que envolvem linhas e equipamento terminal ou de compensação, como um todo.

As constantes generalizadas das linhas serão definidas da seguinte forma:

A — Linhas curtas — Se compararmos a Eq. (4.30) com a Eq. (4.12), encontraremos:

$$\dot{A} = 1, \dot{B} = Z \quad (4.40)$$

e, comparando (4.31) com (4.13), teremos:

$$\dot{C} = 0 \quad (4.41)$$

$$\dot{D} = 1.$$

A equação na forma matricial será:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \dot{Z} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

B — Linhas médias — Os valores das constantes generalizadas, se compararmos as Eqs. (4.12) e (4.13) com as equações correspondentes aplicáveis aos circuitos *Tee* nominal e *Pi* nominal, serão:

a — Circuito Tee nominal

$$\dot{A} = 1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{2}; \dot{B} = \dot{Z} \left(1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{4} \right) \quad (4.43)$$

$$\dot{C} = \dot{Y}; \dot{D} = 1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{2} \quad (4.44)$$

b — Circuito Pi nominal

$$\dot{A} = 1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{2}; \dot{B} = \dot{Z} \quad (4.45)$$

$$\dot{C} = \dot{Y} \left(1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{4} \right); \dot{D} = 1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{2} \quad (4.46)$$

C — Linhas longas — As constantes generalizadas das linhas longas poderão ser obtidas por comparação das Eqs. (4.12) e (4.13) com as Eqs. (4.3) e (4.4), obtendo-se:

$$\dot{A} = \cosh \dot{\gamma}l; \dot{B} = \dot{Z}_c \sinh \dot{\gamma}l \quad (4.47)$$

$$\dot{C} = \frac{1}{\dot{Z}_c} \sinh \dot{\gamma}l \text{ e } \dot{D} = \cosh \dot{\gamma}l. \quad (4.48)$$

Teremos então:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \dot{\gamma}l & \dot{Z}_c \sinh \dot{\gamma}l \\ \frac{1}{\dot{Z}_c} \sinh \dot{\gamma}l & \cosh \dot{\gamma}l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

ou

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \dot{\gamma}l & -\dot{Z}_c \sinh \dot{\gamma}l \\ \frac{1}{\dot{Z}_c} \sinh \dot{\gamma}l & \cosh \dot{\gamma}l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

ou, se desejarmos representar o circuito *Pi* equivalente, as equações serão (4.45) e (4.46), com os valores de \dot{Z} e $\dot{Y}/2$ corrigidos para representar a distribuição dos parâmetros, como foi visto no Item 4.2.4.

4.3.1 — Interpretação do Significado das Constantes das Linhas de Transmissão

As constantes generalizadas das linhas de transmissão em corrente alternada são geralmente números complexos. Nessas condições, poderemos defini-las como:

$$\dot{A} = a' + j a'' = \dot{A} e^{j\beta_A} \quad (4.51a)$$

$$\dot{B} = b' + j b'' = \dot{B} e^{j\beta_B} \quad (4.51b)$$

$$\dot{C} = c' + j c'' = \dot{C} e^{j\beta_C} \quad (4.51c)$$

$$\dot{D} = d' + j d'' = a' + j a'' = D e^{j\beta_D} = A e^{j\beta_A}. \quad (4.51d)$$

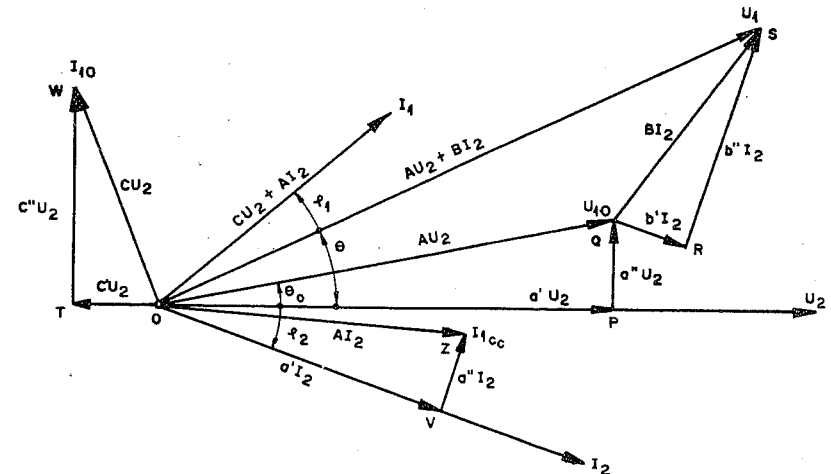


Fig. 4.7 — Diagrama fasorial do quadripolo em carga.

Uma vez que elas definem o comportamento das linhas em operação, devem possuir um significado físico bem definido. Coloquemos, inicialmente, as Eqs. (4.30) e (4.31) sob a seguinte forma:

$$\dot{U}_1 = (a' + ja'') \dot{U}_2 + (b' + jb'') \dot{I}_2 \text{ [V]} \quad (4.52)$$

$$\dot{I}_1 = (c' + jc'') \dot{U}_2 + (a' + ja'') \dot{I}_2 \text{ [A]}, \quad (4.53)$$

que representamos graficamente através do diagrama da Fig. 4.7, no qual usamos como referência o fasor \dot{U}_2 . Admitamos ainda que o diagrama represente a linha operando com uma carga $\dot{N}_2 = \dot{P}_2 + jQ$, sendo ϕ_2 o ângulo de defasamento de \dot{I}_2 , com a relação a \dot{U}_2 :

O triângulo OPQ representa a expressão:

$$\dot{A} \dot{U}_2 = (a' + ja'') \dot{U}_2,$$

que é obtida de (4.52) para $\dot{I}_2 = 0$, ou seja, quando a linha opera em vazio. É, portanto, o valor da tensão \dot{U}_1 necessária para manter no receptor a tensão \dot{U}_2 em operação em vazio;

$a' \dot{U}_2$ é a sua componente em fase com \dot{U}_2

e

$a'' \dot{I}_2$ a sua componente ortogonal. É a parcela necessária à alimentação do campo elétrico da linha.

O valor absoluto da constante \dot{A} decresce com o aumento do comprimento das linhas a partir de 1, nas linhas curtas, até valores bem próximos de zero, para $l = x/4$, para em seguida crescer novamente, tornando-se maior do que a unidade para $l = x/2$. No caso de $\dot{A} = 1 + j0$, os pontos P e Q se deslocam para a extremidade do fasor \dot{U}_2 , e o diagrama se confundirá com o diagrama da Fig. 4.2, da linha curta.

O triângulo OTW representa a expressão:

$$\dot{C} \dot{U}_2 = (c' + jc'') \dot{U}_2,$$

obtida da Eq. (4.53), na qual se substituiu \dot{I}_2 por 0, correspondendo à operação da linha em vazio. $\dot{C} \dot{U}_2$ representa, portanto, a corrente de carga da linha. A componente $c' \dot{U}_2$ representa a componente da corrente através da condutibilidade g , enquanto que a componente $c'' \dot{U}_2$ representa a corrente, através da susceptância capacitiva b . \dot{C} representa, portanto, a admitância da linha, considerando-se os parâmetros distribuídos. Seu valor, de 0 para as linhas curtas, aumenta com o aumento do valor de γl . Seu argumento é, em geral, maior do que 90° , daí o sinal negativo de c' .

O triângulo ORS representa a expressão:

$$\dot{B} \dot{I}_2 = (b' + jb'') \dot{I}_2.$$

Esta pode ser obtida de (4.52) quando a linha opera em curto-circuito no receptor ($\dot{U}_2 = 0$). Representa, pois, a tensão necessária no transmissor para assegurar a circulação da corrente \dot{I}_2 através da impedância da linha, ou seja, é a queda de tensão provocada na impedância distribuída da linha, quando esta entrega \dot{I}_2 no receptor:

— $b' \dot{I}_2$ é a queda de tensão através da resistência distribuída;

— $b'' \dot{I}_2$ é a queda de tensão através da reatância indutiva distribuída.

Seu valor varia de $\dot{Z} = \dot{R} + j\dot{X}_L$ nas linhas curtas a valores consideravelmente maiores nas linhas longas, dependendo de \dot{Z}_c e de γl .

Finalmente, o triângulo OVZ representa a expressão:

$$\dot{D} \dot{I}_2 = (d' + jd'') \dot{I}_2 = \dot{A} \dot{I}_2 = (a' + ja'') \dot{I}_2;$$

que é obtida da Eq. (4.53), também para $\dot{U}_2 = 0$. Pode ser interpretada como sendo o valor da corrente que a linha absorve no transmissor, quando em curto-circuito no receptor e excitada pela tensão:

$$\dot{U}_{1,cc} = \dot{B} \dot{I}_2$$

$a' \dot{I}_2$ é a componente da corrente de curto-circuito que produz a queda ôhmica de tensão ($OV//QR$);

$a'' \dot{I}_2$ é a componente da corrente de curto-circuito que provoca a queda de tensão indutiva ($VZ//RS$).

4.3.2 — Medida Direta das Constantes das Linhas de Transmissão

As constantes generalizadas de uma linha de transmissão, como de qualquer quadripolo, podem ser obtidas através de medidas efetuadas diretamente em seus terminais.

Uma maneira de se conseguir isso é sugerida pelas Eqs. (4.30) e (4.31), o que, no entanto, envolve a realização simultânea de medidas no receptor e no transmissor quando a linha opera em curto-circuito e em vazio. Porém, em vista do fato de que as constantes são números complexos, as diferenças entre os ângulos de fase entre as grandezas a serem medidas em ambas as extremidades devem ser determinadas, o que apresenta dificuldades. Uma solução mais adequada consiste em medir as impedâncias de admissão no transmissor, com a linha em vazio e em curto-circuito no receptor, no caso de circuito simétrico (linha pura) e no caso de circuito assimétrico (podendo, além da linha, incluir transformadores, capacitores e mesmo reatores), e também a impedância de saída, em vazio e curto-circuito.

Dividindo (4.30) por (4.31) e considerando:

a — com $\dot{I}_2 = 0$ (vazio)

$$\frac{\dot{U}_{10}}{I_{10}} = \frac{\dot{A}}{C} = \dot{Z}_{11_o} \quad (4.54)$$

b — com $\dot{U}_2 = 0$ (curto-circuito)

$$\frac{\dot{U}_{1_{cc}}}{I_{1_{cc}}} = \frac{\dot{B}}{D} = \dot{Z}_{11_{cc}} \quad (4.55)$$

A fim de se obterem as expressões das impedâncias no receptor, empregamos (4.33) e (4.35) e devemos inverter o sinal dos termos que envolvem as correntes, pois, sendo a tensão aplicada no lado do receptor, o sentido da corrente considerado naquelas equações é oposto àquele que ocorrerá durante a medição.

Teremos então:

a — para $\dot{I}_1 = 0$ (vazio)

$$\dot{Z}_{22_o} = \frac{\dot{U}_{20}}{I_{20}} = \frac{\dot{D}}{C}; \quad (4.56)$$

b — para $\dot{U}_1 = 0$ (curto-circuito)

$$\dot{Z}_{22_{cc}} = \frac{\dot{U}_{2_{cc}}}{I_{2_{cc}}} = \frac{\dot{B}}{A} \quad (4.57)$$

Dessas relações teremos:

$$\dot{Z}_{11_o} - \dot{Z}_{11_{cc}} = \frac{\dot{A}}{C} - \frac{\dot{B}}{D} = \frac{\dot{A}\dot{D} - \dot{B}\dot{C}}{C\dot{D}} = \frac{1}{C\dot{D}};$$

igualmente:

$$\frac{\dot{Z}_{11_o} - \dot{Z}_{11_{cc}}}{\dot{Z}_{22_o}} = \frac{1}{C\dot{D}} \times \frac{\dot{C}}{\dot{D}} = \frac{1}{\dot{D}^2};$$

logo,

$$\dot{D} = \sqrt{\frac{\dot{Z}_{22_o}}{\dot{Z}_{11_o} - \dot{Z}_{11_{cc}}}} \quad (4.58)$$

Conhecido o valor de \dot{D} , os valores das demais constantes podem ser calculados a partir das Eqs. (4.56), (4.55) e (4.54).

No caso de um circuito simétrico $\dot{A} = \dot{D}$, basta então realizar as medidas no transmissor. Neste caso, a Eq. (4.55) se torna:

$$\dot{Z}_{11_c} = \frac{\dot{B}}{A} \quad (4.59)$$

então:

$$\dot{Z}_{11_o} - \dot{Z}_{11_{cc}} = \frac{\dot{A}}{C} - \frac{\dot{B}}{A} = \frac{\dot{A}^2 - \dot{B}\dot{C}}{A\dot{C}} = \frac{1}{A\dot{C}}$$

$$\dot{Z}_{11_c} (\dot{Z}_{11_o} - \dot{Z}_{11_{cc}}) = \frac{\dot{A}}{C} \times \frac{1}{A\dot{C}} = \frac{1}{\dot{C}^2}$$

logo

$$C = \sqrt{\dot{Z}_{11_o} (\dot{Z}_{11_o} - \dot{Z}_{11_{cc}})}, \quad (4.60)$$

podendo as demais constantes ser calculadas a partir das Eqs. (4.54) e (4.59).

4.3.3 — Quadripolos Representativos de Outros Componentes dos Sistemas de Potência

Muitas vezes, é interessante incluir no estudo de uma linha de transmissão também a influência de seu equipamento terminal e mesmo das cargas supridas. Nesse caso, dentro das mesmas restrições apresentadas no Item 4.3, esses mesmos elementos podem ser representados como quadripolos. São os principais:

A — impedâncias em série — de acordo com a Fig. 4.1, à semelhança da linha curta, valem as expressões (4.40) e (4.41), sendo sua matriz:

$$[a] = \begin{bmatrix} 1 & \dot{Z} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.61)$$

B — admitância em paralelo — neste caso, temos:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 = \dot{U}_2 \dot{Y};$$

logo,

$$\dot{A} = 1; \quad \dot{B} = 0; \quad \dot{C} = \dot{Y} \quad \text{e} \quad \dot{D} = 1, \quad (4.62)$$

sendo sua matriz:

$$[a] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dot{Y} & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.63)$$

C — transformadores — conforme lembramos do estudo dos transformadores, estes podem ser representados por seus circuitos equivalentes, sendo especificamente: circuito *Tee* e circuito gama.

a — Circuito *Tee* — De acordo com a Fig. 4.8, considera-se a impedância dividida em dois e concentrada em suas extremidades, enquanto que a admitância está no meio.

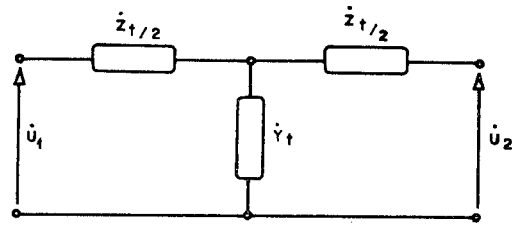


Fig. 4.8 — Circuito T de um transformador.

As equações do transmissor são então análogas àquelas apresentadas para o circuito *Tee* nominal das linhas [Eqs. (4.43) e (4.44)]:

$$\begin{aligned} \dot{A} &= 1 + \frac{\dot{Z}_t \dot{Y}_t}{2}; \\ \dot{B} &= \dot{Z}_t \left(1 + \frac{\dot{Z}_t \dot{Y}_t}{4} \right) \\ \dot{C} &= \dot{Y}_t; \\ \dot{D} &= 1 + \frac{\dot{Z}_t \dot{Y}_t}{2} \end{aligned} \quad (4.64)$$

ou sua matriz:

$$\begin{bmatrix} \left(1 + \frac{\dot{Z}_t \dot{Y}_t}{2} \right) & \dot{Z}_t \left(1 + \frac{\dot{Z}_t \dot{Y}_t}{4} \right) \\ \dot{Y}_t & \left(1 + \frac{\dot{Z}_t \dot{Y}_t}{2} \right) \end{bmatrix} \quad (4.64)$$

b — Na prática, em geral, é mais conveniente, e com suficiente precisão, sua representação pelos circuitos *gama*, representados na Fig. 4.9a e b.

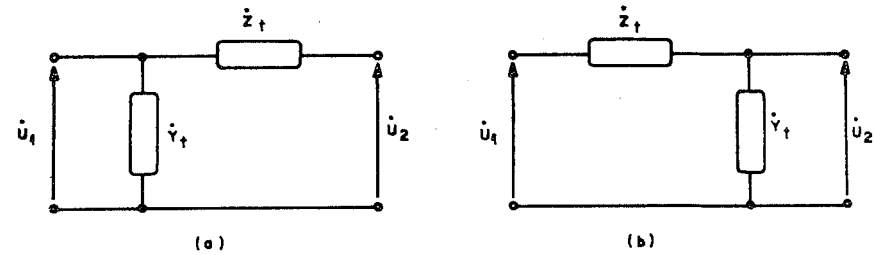


Fig. 4.9 — Conexões gama de transformadores.

Para a conexão *a* as equações governantes são:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 + \dot{I}_2 \dot{Z}_t \quad (4.65)$$

$$\dot{I}_1 = \dot{U}_1 \dot{Y}_t + \dot{I}_2 = \dot{Y}_t (\dot{U}_2 + \dot{I}_2 \dot{Z}_t) + \dot{I}_2$$

$$\dot{I}_2 = \dot{U}_2 \dot{Y}_t + \dot{I}_2 (1 + \dot{Z}_t \dot{Y}_t); \quad (4.66)$$

as constantes serão:

$$\dot{A} = 1; \quad \dot{B} = \dot{Z}_t$$

$$\dot{C} = \dot{Y}_t; \quad \dot{D} = 1 + \dot{Z}_t \dot{Y}_t$$

e a matriz correspondente:

$$[a] = \begin{bmatrix} 1 & \dot{Z}_t \\ \dot{Y}_t & 1 + \dot{Z}_t \dot{Y}_t \end{bmatrix} \quad (4.67)$$

No caso do circuito *b*, serão:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 (1 + \dot{Z}_t \dot{Y}_t) + \dot{I}_2 \dot{Z}_t \quad (4.68)$$

$$\dot{I}_1 = \dot{U}_2 \dot{Y}_t + \dot{I}_2; \quad (4.69)$$

logo,

$$\dot{A} = 1 + \dot{Z}_t \dot{Y}_t; \quad \dot{B} = \dot{Z}_t$$

$$\dot{C} = \dot{Y}_t; \quad \dot{D} = 1$$

e a matriz correspondente:

$$[a] = \begin{bmatrix} 1 + \dot{Z}_t \dot{Y}_t & \dot{Z}_t \\ \dot{Y}_t & 1 \end{bmatrix} \quad (4.70)$$

A determinação das impedâncias e admitâncias dos transformadores a partir de seus dados de placa e dos resultados de ensaios encontra-se normalmente nos textos sobre transformadores. Lembramos, no entanto, as seguintes relações:

$$\dot{Z}_t = R_t + jX_t \text{ [ohm]} \quad (4.72a)$$

$$\dot{Y}_t = G_t - jB_t \text{ [ohm]}, \quad (4.72b)$$

sendo:

$$R_t = \frac{\Delta P_{cc}}{I^2} \text{ [ohm]} \quad (4.72a)$$

$$X_t = X_t^* \frac{U^2}{N} \text{ [ohm]} \quad (4.72b)$$

$$G_v = \frac{\Delta P_o}{U^2} \text{ [ohm]} \quad (4.72c)$$

$$B_t = \frac{I_m}{U} \text{ [siemens]} \quad (4.72d)$$

$$I_m = \sqrt{I_o^2 - I_w^2} = \sqrt{I_o (1 - \cos \phi_o)}, \quad (4.72e)$$

nas quais valem:

U [kV] — tensão nominal entre fases;

N [kVA] — potência nominal, trifásica;

X_t^* [1] — reatância indutiva em (%) ou (pu) referida a um dos enrolamentos;

ΔP_{cc} [W] — perdas no cobre, com corrente nominal, por fase;

ΔP_o [W] — perdas em vazio, com tensão nominal, por fase;

I_o [A] — corrente total em vazio;

I [A] — corrente nominal;

$\cos \phi_o$ — fator de potência em vazio.

4.3.4 — Constantes Generalizadas de Associações de Quadripolos

É de toda a conveniência, ao se analisar o comportamento de uma linha longa em vazio, incluir o efeito dos transformadores terminais cuja corrente de magnetização esteja em oposição à corrente de carga da linha, influenciando os resultados. Devem-se considerar tanto a presença dos transformadores elevadores sozinhos como também a atuação simultânea dos transformadores elevadores e abaixadores. Essa análise fica facilitada com o uso dos quadripolos.

Há basicamente cinco formas de associação de quadripolos, a saber:

a — em cascata;

b — em paralelo;

c — em série;

d — em série-paralelo;

e — em paralelo-série.

As características gerais de tais associações podem ser determinadas, em cada caso, em função dos termos dos elementos das matrizes individuais de cada quadripolo, desde que certas condições sejam satisfeitas.

Na análise dos sistemas de energia elétrica, o maior interesse está concentrado nas duas primeiras formas de associação, as quais examinaremos.

a — Associação em cascata. — Consideremos dois quadripolos, definidos pelas suas constantes $\dot{A}_1, \dot{B}_1, \dot{C}_1, \dot{D}_1$ e $\dot{A}_2, \dot{B}_2, \dot{C}_2, \dot{D}_2$, respectivamente. Conforme mostra a Fig. 4.10, a conexão em cascata é obtida pela conexão dos terminais de saída de um quadripolo com aqueles de entrada do outro.

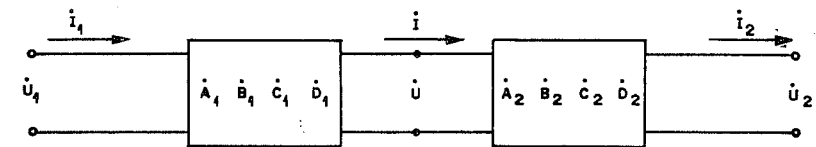


Fig. 4.10 — Dois quadripolos em cascata.

Temos, de acordo com (4.32):

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{A}_1 & \dot{B}_1 \\ \dot{C}_1 & \dot{D}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U} \\ \dot{I} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \begin{bmatrix} \dot{U} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{A}_2 & \dot{B}_2 \\ \dot{C}_2 & \dot{D}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{A}_1 & \dot{B}_1 \\ \dot{C}_1 & \dot{D}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{A}_2 & \dot{B}_2 \\ \dot{C}_2 & \dot{D}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \\ = \begin{bmatrix} (\dot{A}_1\dot{A}_2 + \dot{B}_1\dot{C}_2) & (\dot{A}_1\dot{B}_2 + \dot{B}_1\dot{D}_2) \\ (\dot{C}_1\dot{A}_2 + \dot{D}_1\dot{C}_2) & (\dot{C}_1\dot{B}_2 + \dot{D}_1\dot{D}_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}; \quad (4.73)$$

conseqüentemente, para o quadripolo resultante:

$$\dot{A} = \dot{A}_1\dot{A}_2 + \dot{B}_1\dot{C}_2 \quad (4.74a)$$

$$\dot{B} = \dot{A}_1\dot{B}_2 + \dot{B}_1\dot{D}_2 \quad (4.74b)$$

$$\dot{C} = \dot{C}_1\dot{A}_2 + \dot{D}_1\dot{C}_2 \quad (4.74c)$$

$$\dot{D} = \dot{C}_1\dot{B}_2 + \dot{D}_1\dot{D}_2. \quad (4.74d)$$

b — Associação em paralelo — Na conexão em paralelo, o estímulo U_1 é comum aos dois quadripolos, cuja resposta é também igual, U_2 , como na Fig. 4.11.

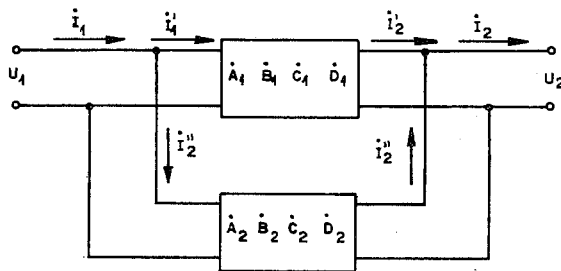


Fig. 4.11 — Dois quadripolos em paralelo.

No início deste item foi mencionada a possibilidade de se definir o quadripolo através de seis pares de equações inter-relacionadas. Até o presente lançamos mão de apenas um par; o segundo será:

$$\dot{I}_1 = \dot{Y}_{11} \dot{U}_1 + \dot{Y}_{12} \dot{U}_2 \quad (4.75a)$$

$$\dot{I}_2 = \dot{Y}_{21} \dot{U}_1 + \dot{Y}_{22} \dot{U}_2 \quad (4.75b)$$

que, em forma matricial, é:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Y}_{11} & \dot{Y}_{12} \\ \dot{Y}_{21} & \dot{Y}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}. \quad (4.76)$$

Teremos:

$$\dot{Y}_{11} = \left[\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1} \right]_{U_2=0} \quad \text{— admitância de entrada para curto-circuito em 2;}$$

$$\dot{Y}_{12} = \left[\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right]_{U_1=0} \quad \text{— admitância de transferência para curto-circuito em 1;}$$

$$\dot{Y}_{21} = \left[\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} \right]_{U_2=0} \quad \text{— admitância de transferência para curto-circuito em 2;}$$

$$\dot{Y}_{22} = \left[\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} \right]_{U_1=0} \quad \text{— admitância de saída para curto-circuito em 1.}$$

Consideremos as Eqs. (4.30) e (4.31) para um curto-circuito no receptor. Teremos $\dot{U}_2 = 0$ e as equações se tornam:

$$\dot{U}_1 = \dot{B} \dot{I}_2 \quad (4.77)$$

$$\dot{I}_1 = \dot{D} \dot{I}_2; \quad (4.78)$$

dividindo a Eq. (4.78) pela (4.77) teremos:

$$\dot{Y}_{11} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1} = \frac{\dot{D}}{\dot{B}} \quad (4.79)$$

$$\dot{Y}_{12} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} = \frac{1}{\dot{B}} \quad (4.80)$$

Se considerarmos o quadripolo da Fig. 4.6 em curto-circuito nos terminais 1, a Eq. (4.30) nos permitirá escrever:

$$\dot{A} \dot{U}_2 = -\dot{B} \dot{I}_2$$

$$\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} = -\frac{\dot{A}}{\dot{B}} \quad \text{ou} \quad \dot{Y}_{22} = -\frac{\dot{A}}{\dot{B}} \quad (4.81)$$

e igualmente da Eq. (4.30):

$$\dot{U}_2 = \frac{\dot{B} \dot{I}_2}{\dot{A}}$$

da Eq. (4.31):

$$\dot{I}_2 = \dot{D} \dot{I}_2;$$

logo,

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{I}_2}{\dot{D}};$$

dividindo \dot{I}_1 por \dot{U}_2 , como $\dot{A} = \dot{D}$, encontraremos:

$$\dot{Y}_{12} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} = -\frac{1}{\dot{B}}. \quad (4.82)$$

A Eq. (4.76) torna-se então:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\dot{D}}{\dot{B}} & -\frac{1}{\dot{B}} \\ \frac{1}{\dot{B}} & -\frac{A}{\dot{B}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}$$

ou

$$|\dot{I}| = |\dot{Y}| |\dot{U}|. \quad (4.83)$$

Uma vez que $[\dot{I}'] = [\dot{Y}'] [\dot{U}]$ e $[\dot{I}'''] = [\dot{Y}'''] [\dot{U}]$, no caso dos quadripolos em paralelo nós temos que:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \dot{I}_1' + \dot{I}_2' \quad \text{e} \quad \dot{I}_2 = \dot{I}_2' + \dot{I}_2'' \\ [\dot{I}_1] &= [\dot{Y}'] [\dot{U}] + [\dot{Y}'''] [\dot{U}] = [\dot{Y}' + \dot{Y}'''] [\dot{U}] \end{aligned} \quad (4.84a)$$

que, desenvolvida, nos dá:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\dot{D}_1}{\dot{B}_1} + \frac{\dot{D}_2}{\dot{B}_2} \right) - \left(\frac{1}{\dot{B}_1} + \frac{1}{\dot{B}_2} \right) \\ \left(\frac{1}{\dot{B}_1} + \frac{1}{\dot{B}_2} \right) - \left(\frac{A_1}{\dot{B}_1} + \frac{A_2}{\dot{B}_2} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} \quad (4.84b)$$

Os parâmetros do quadripolo composto serão:

$$\dot{Y}_{11} = \frac{\dot{D}_1}{\dot{B}_1} + \frac{\dot{D}_2}{\dot{B}_2} = \frac{\dot{D}}{\dot{B}}$$

ou

$$\dot{A} = \frac{\dot{A}_1 \dot{B}_2 + \dot{B}_1 \dot{A}_2}{\dot{B}_1 + \dot{B}_2} \quad (4.85a)$$

Tabela 4.3a — Constantes Generalizadas de Associações de Quadripolos

Nº	TIPO DE REDE	CIRCUITOS	EQUAÇÕES GERAIS DAS CONSTANTES GENERALIZADAS			
			A	B	C	D
1	IMPEDÂNCIA EM SÉRIE		1	Z	0	1
2	ADMITÂNCIA EM DERIVAÇÃO		1	0	Y	1
3	TRANSFORMADOR - CIRCUITO		$1 + \frac{Z_T Y_T}{2}$	$Z_T (1 + \frac{Z_T Y_T}{4})$	Y_T	$1 + \frac{Z_T Y_T}{2}$
3a	TRANSFORMADOR - CIRCUITO (a)		1	Z_T	Y_T	$1 + Z_T Y_T$
3b	TRANSFORMADOR - CIRCUITO (b)		$1 + Z_T Y_T$	Z_T	Y_T	1
3c	RELAÇÃO DE TRANSFORMAÇÃO		$\frac{1}{N}$	0	0	N
4	LINHA DE TRANSMISSÃO HOMOGÊNEA		$1 + \frac{\cosh ZY}{2} + \frac{Z^2 Y^2}{24} + \dots$	$\sqrt{\frac{Z}{Y}} \sinh ZY = Y(1 + \frac{ZY}{6} + \frac{Z^2 Y^2}{120} + \dots)$	$\sqrt{\frac{Y}{Z}} \sinh ZY = Y(1 + \frac{ZY}{6} + \frac{Z^2 Y^2}{120} + \dots)$	COMO "A"
5	CASO GERAL (NETWORK)		A	B	C	D
6	REDE EM SÉRIE COM IMPEDÂNCIA		A_1	$B_1 + A_1 Z_2$	C_1	$D_1 + C_1 Z_2$
7	IMPEDÂNCIA EM SÉRIE COM REDE		$A_1 + C_1 Z_1$	$B_1 + D_1 Z_1$	C_1	D_1
8	REDE EM SÉRIE COM TRANSFORMADORES EM AMBAS AS EXTREMIDADES - IMPEDÂNCIAS REFERIDAS AO LADO DA A.T.		$A_1 + C_1 Z_{T1}$	$B_1 + A_1 Z_{T2} + D_1 Z_{T1} + C_1 Z_{T2} Z_{T1}$	C_1	$D_1 + C_1 Z_{T2}$
9	REDE EM SÉRIE COM TRANSFORMADORES EM AMBAS AS EXTREMIDADES - TRANSFORMADORES TENDO RELAÇÕES DE TRANSFORMAÇÃO T2 E T1, REFERIDAS AO LADO DA B.T.		$\frac{T_2}{T_1} (A_1 + C_1 Z_{T1})$	$\frac{1}{T_2 T_1} (B_1 + A_1 Z_{T2} + D_1 Z_{T1} + C_1 Z_{T2} Z_{T1})$	$C_1 T_2 T_1$	$\frac{T_1}{T_2} (D_1 + C_1 Z_{T2})$

(4.82)

\dot{U}_1

\dot{U}_2

(4.83)

caso dos quadripo-

(4.84a)

\dot{U}

(4.84b)

\dot{U}_1

\dot{U}_2

(4.85a)

Tabela 4.3b — Constantes Generalizadas de Associações de Quadripolos

Nº	TIPO DE REDE	CIRCUITOS	EQUAÇÕES GERAIS DAS CONSTANTES GENERALIZADAS			
			A	B	C	D
10	REDE GERAL E ADMITÂNCIA EM DERIVAÇÃO JUNTO AO RECEPTOR.		$A_1 + B_1 Y_2$	B_1	$C_1 + D_1 Y_2$	D_1
11	REDE GERAL E ADMITÂNCIA EM DERIVAÇÃO JUNTO AO TRANSMISSOR.		A_1	B_1	$C_1 + A_1 Y_1$	$D_1 + B_1 Y_1$
12	REDE GERAL E ADMITÂNCIAS E DERIVAÇÃO EM AMBAS AS EXTREMIDADES		$A_1 + B_1 Y_2$	B_1	$C_1 + A_1 Y_1 + D_1 Y_2 + B_1 Y_2 Y_1$	$D_1 + B_1 Y_1$
13	DUAS REDES EM CASCATA.		$A_1 A_2 + C_1 B_2$	$B_1 A_2 + D_1 B_2$	$A_1 C_2 + C_1 D_2$	$B_1 C_2 + D_1 D_2$
14	DUAS REDES EM SÉRIE COM ADMITÂNCIA INTERMEDIÁRIA.		$A_1 A_2 + C_1 B_2 + C_1 A_2 Z$	$B_1 A_2 + D_1 B_2 + D_1 A_2 Z$	$A_1 C_2 + C_1 D_2 + C_1 C_2 Z$	$B_1 C_2 + D_1 D_2 + D_1 C_2 Z$
15	DUAS REDES EM SÉRIE COM ADMITÂNCIA INTERMEDIÁRIA.		$A_1 A_2 + C_1 B_2 + A_1 B_2 Y$	$B_1 A_2 + D_1 B_2 + B_1 B_2 Y$	$A_1 C_2 + C_1 D_2 + A_1 D_2 Y$	$B_1 C_2 + D_1 D_2 + B_1 D_2 Y$
16	TRÊS REDES EM CASCATA.		$A_3 (A_1 A_2 + C_1 B_2) + B_3 (A_1 C_2 + C_1 D_2)$	$A_3 (B_1 A_2 + D_1 B_2) + B_3 (B_1 C_2 + D_1 D_2)$	$C_3 (A_1 A_2 + C_1 B_2) + D_3 (A_1 C_2 + C_1 D_2)$	$C_3 (B_1 A_2 + D_1 B_2) + D_3 (B_1 C_2 + D_1 D_2)$
17	DUAS REDES EM PARALELO.		$\frac{A_1 B_2 + B_1 A_2}{B_1 + B_2}$	$\frac{B_1 B_2}{B_1 + B_2}$	$\frac{C_1 + C_2 + (A_1 - A_2) (D_2 - D_1)}{B_1 + B_2}$	$\frac{B_1 D_2 + D_1 B_2}{B_1 + B_2}$

REFERÊNCIA - TRANSMISSION AND DISTRIBUTION REFERENCE BOOK, 4ª ED. CAP. X -

1) A CORRENTE DE MAGNETIZAÇÃO DOS TRANSFORMADORES JUNTO AO RECEPTOR DEVE SER SOMADA VETORIALMENTE A CORRENTE DO RECEPTOR; AQUELA DOS TRANSFORMADORES JUNTO AO TRANSMISSOR DEVE SER ADICIONADA A CORRENTE NO TRANSMISSOR.

2) AS CORRENTES A, B, C e D CONSTANTES DAS TABELAS SÃO NÚMEROS COMPLEXOS.

$$\dot{Y}_{12} = - \left(\frac{1}{\dot{B}_1} + \frac{1}{\dot{B}_2} \right) = - \frac{1}{\dot{B}}$$

ou

$$\dot{B} = \frac{\dot{B}_1 \dot{B}_2}{\dot{B}_1 + \dot{B}_2} \quad (4.85b)$$

$$\dot{Y}_{21} = + \left(\frac{1}{\dot{B}_1} + \frac{1}{\dot{B}_2} \right)$$

ou

$$\dot{C}_1 + \dot{C}_2 + \frac{(\dot{A}_1 - \dot{A}_2)(\dot{D}_2 - \dot{D}_1)}{\dot{B}_1 + \dot{B}_2} \quad (4.85c)$$

$$\dot{Y}_{22} = - \left(\frac{\dot{A}_1}{\dot{B}_1} + \frac{\dot{A}_2}{\dot{B}_2} \right) = - \frac{\dot{A}}{\dot{B}}$$

ou

$$\dot{D} = \frac{\dot{D}_1 \dot{B}_2 + \dot{D}_2 \dot{B}_1}{\dot{B}_1 + \dot{B}_2} \quad (4.85d)$$

As demais conexões apresentam menor valor prático em sistemas de energia, de forma que deixaremos de recapitulá-las. Na Tab. (4.3) encontram-se expressões para o cálculo de valores das constantes dos quadripolos compostos.

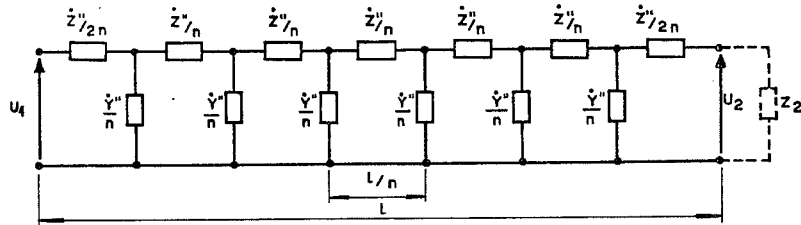
4.3.5 — Linha Artificial

Quando, através de modelos elétricos, se deseja analisar fenômenos transitórios, os circuitos II ou T equivalentes são inapropriados, pois, neste caso, o efeito real da distribuição dos parâmetros ao longo da linha é importante.

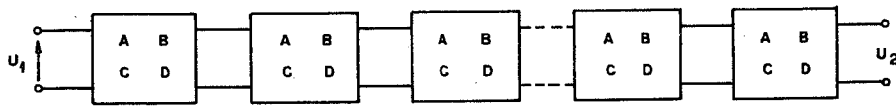
Recorre-se então às chamadas *linhas artificiais*, compostas de um número relativamente grande de células, ligadas em série. Cada célula poderá representar o circuito Pi nominal de um trecho de comprimento determinado, como mostra a Fig. 4.12. Sendo:

$$\dot{Z}_i = \frac{\dot{Z}}{n} \quad \text{e} \quad \dot{Y}_i = \frac{\dot{Y}}{n},$$

cada célula, neste caso, será calculada para representar de 20 a 25 [km] de linha.



a) Circuito equivalente



b) Cascata de quadripolos

Fig. 4.12 — Circuito de linha artificial.

O modelo matemático conveniente para as linhas artificiais pode ser derivado pela associação em cascata de n quadripolos parciais iguais, cada qual representando l/n quilômetros de linha. Neste caso, cada quadripolo parcial poderá representar um circuito Pi nominal ou Tee nominal, também de 20 a 25 [km] de linha.

4.4 — RELAÇÕES DE POTÊNCIA NAS LINHAS DE TRANSMISSÃO

Ao estabelecer os circuitos equivalentes e modelos matemáticos das linhas, através de relações entre tensões e correntes, admitimos as linhas terminadas em impedâncias. Estas últimas podem ser definidas pela relação:

$$\dot{Z}_2 = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \tag{4.86}$$

As cargas alimentadas pelos sistemas elétricos comerciais servidos pelas linhas de transmissão são de tipo muito variado, compreendendo, entre outras, de lâmpadas motores síncronos e assíncronos, aparelhos domésticos e aparelhos comerciais, cujas impedâncias não somente não são especificadas, como também variam bastantes com o valor da tensão a que são submetidos. Experiências efetuadas em sistemas reais mostram que a representação por impedância é apenas aproximada.

Na prática da indústria da energia elétrica, as cargas são especificadas em termos de demandas em potências ativas e reativas, ou potências aparentes e seus fatores de potência correspondentes. Essas demandas, evidentemente, variam também com o valor da tensão aplicada, porém, para efeito de cálculo, são especificadas em correspondência às tensões nominais dos sistemas.

A partir das equações anteriormente desenvolvidas, poderemos obter equações que relacionem as potências ativas, reativas ou aparentes, no transmissor ou no receptor com as tensões aí existentes.

Empregaremos, para tanto, como definição de potência aparente aquela em vigor na indústria:

$$\dot{N} = P + jQ = \dot{U}_2 \dot{I}_2 \quad [\text{VA}], \tag{4.87}$$

sendo:

- \dot{N} [VA] — potência complexa por fase em um sistema trifásico;
- P [W] — potência ativa por fase,
- Q [VAR] — potência reativa por fase;
- \dot{U}_2 [V] — fasor da tensão entre fase e neutro;
- \dot{I}_2 [A] — conjugado da corrente.

4.4.1 — Relações de Potências no Receptor

Retomemos as equações dos quadripolos:

$$\dot{U}_1 = \dot{A}\dot{U}_2 + \dot{B}\dot{I}_2, \tag{Eq. 4.30}$$

que dividimos por \dot{B} e de que extraímos o valor de \dot{I}_2 , ficando:

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_1}{\dot{B}} - \frac{\dot{A}}{\dot{B}} \dot{U}_2, \tag{4.88}$$

que também pode ser posta sob a seguinte forma, se tomarmos \dot{U}_2 como fasor de referência:

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_1}{\dot{B}} e^{j(\theta - \beta_B)} - \frac{\dot{A}\dot{U}_2}{\dot{B}} e^{j(\beta_A - \beta_B)},$$

sendo θ o ângulo de potência da linha, já definido anteriormente.

O conjugado da corrente será:

$$I_2 = \frac{U_1}{B} e^{j(\beta_B - \theta)} - \frac{AU_2}{B} e^{j(\beta_B - \beta_A)} \quad (4.89)$$

De acordo com a definição adotada:

$$N_2 = U_2 \left[\left(\frac{U_1}{B} \right) e^{j(\beta_B - \theta)} - \frac{AU_2}{B} e^{j(\beta_B - \beta_A)} \right] \quad [\text{VA}] \quad (4.90)$$

ou

$$P_2 = \frac{U_1 U_2}{B} \cos(\beta_B - \theta) - \frac{AU_2^2}{B} \cos(\beta_B - \beta_A) \quad [\text{W}] \quad (4.91)$$

e

$$\frac{U_1 U_2}{B} \sin(\beta_B - \theta) - \frac{AU_2^2}{B} \sin(\beta_B - \beta_A) \quad [\text{VAr}]; \quad (4.92)$$

sendo dados P_2 e Q_2 , poderemos calcular o valor U_2 em função de U_1 e vice-versa, desde que seja conhecido ou fixado o ângulo θ . Este, como já foi mencionado, sofre limitações por motivos de estabilidade dinâmica, devendo, nos casos de linhas longas, não exceder 30% de um modo geral.

As Eqs. (4.90), (4.91) e (4.92) contêm termos em que as tensões aparecem ou como produtos, ou elevadas ao quadrado. Em equações desse tipo, quando as tensões forem especificadas em kV, as potências calculadas automaticamente serão obtidas em MW. Tensões entre fases podem ser usadas para se obterem potências trifásicas.

As expressões (4.91) e (4.92) mostram que as potências ativas máximas transmissíveis para determinada relação entre U_1 e U_2 ocorrem para $\theta = \beta_B$:

$$P_{2\text{máx}} = \frac{U_1 U_2}{B} - \frac{AU_2^2}{B} \cos(\beta_B - \beta_A) \quad [\text{kW}], \quad (4.93)$$

à qual corresponde uma potência reativa:

$$Q_{2\text{máx}} = - \frac{AU_2^2}{B} \sin(\beta_B - \beta_A) \quad [\text{kVAr}]. \quad (4.94)$$

A condição de operação na qual se fixam os valores de U_1 e U_2 ocorre, em geral, nas linhas de interligação de sistemas ou partes destes. No caso de linhas radiais, geralmente apenas U_1 é prefixado.

Neste último caso, sendo fixados valores para U_1 , P_2 e Q_2 , podemos empregar a expressão (4.95) obtida pela eliminação de θ entre as Eqs. (4.91) e (4.92), a fim de obter o valor de U_2 :

$$\begin{aligned} \left[P_2 + \frac{AU_2^2}{B} \cos(\beta_B - \beta_A) \right] + \left[Q_2 + \frac{AU_2^2}{B} \sin(\beta_B - \beta_A) \right] &= \\ = \left(\frac{U_1 U_2}{B} \right)^2 & \quad (4.95) \end{aligned}$$

Essa equação pode ser posta sob a seguinte forma:

$$\begin{aligned} U_2^2 + U_2^2 \cdot \frac{2B}{A} \left[P_2 \cos(\beta_B - \beta_A) + Q_2 \sin(\beta_B - \beta_A) - \right. \\ \left. - \frac{U_1^2}{2AB} \right] + \frac{N_2^2 \cdot B^2}{A^2} = 0; \quad (4.96) \end{aligned}$$

fazendo-se:

$$b = \frac{2B}{A} \left[P_2 \cos(\beta_B - \beta_A) + Q_2 \sin(\beta_B - \beta_A) - \frac{U_1^2}{2AB} \right]$$

$$c = \frac{N_2^2 \cdot B^2}{A^2},$$

a sua solução geral será:

$$U_2 = \pm \sqrt{\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4c}}{2}};$$

para que o problema tenha solução aceitável, é preciso que:

$$b^2 - 4c \geq 0.$$

Das raízes reais deve ser aceita a maior.

A Fig. 4.13 mostra as curvas de variação das tensões no receptor de uma linha em função da variação das potências ativas e reativas no receptor, alimentado no transmissor por um barramento de tensão constante. As curvas demonstram claramente a possibilidade de existência de duas raízes para uma mesma potência ativa transmitida, bem como os limites máximos de transmissão. A raiz menor não possui significado prático, pois a operação com tensões baixas envolveria correntes elevadas e perdas inadmissíveis (ver Cap. 6).

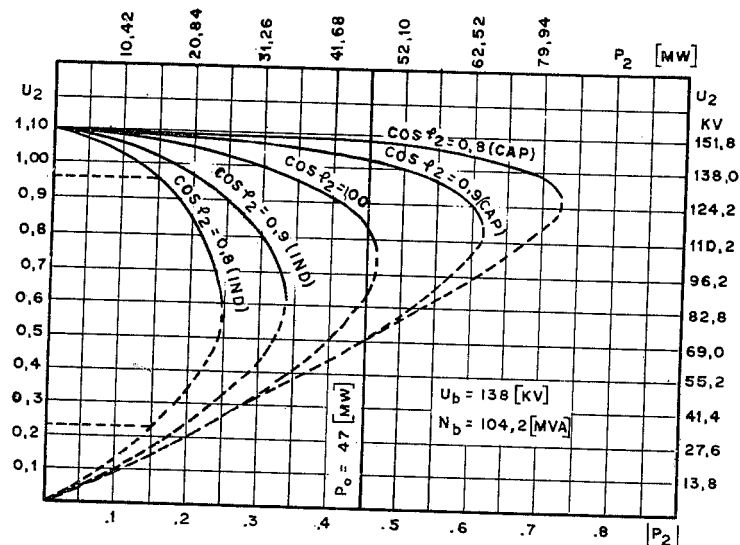


Fig. 4.13 — Variação da tensão no receptor de uma linha com tensão constante no transmissor.

4.4.2 — Relações de Potências no Transmissor

Da Eq. (4.33), da qual extraímos o valor de I_1 , após dividirmos todos os seus membros por B , obtemos:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{D}\dot{U}_1}{\dot{B}} - \frac{\dot{U}_2}{\dot{B}} = \frac{DU_1}{B} e^{j(\beta_D - \beta_B)} - \frac{U_2}{B} e^{-j(\beta_B + \theta)}$$

ou

$$I_1 = \frac{DU_1}{B} e^{j(\beta_B - \beta_D)} - \frac{U_2}{B} e^{j(\beta_B + \theta)}; \quad (4.97)$$

logo,

$$\dot{N}_1 = \dot{U}_1 \dot{I}_2 = \frac{DU_1^2}{B} e^{j(\beta_B - \beta_D)} - \frac{U_2 U_1}{B} e^{j(\beta_B + \theta)} \quad [\text{VA}] \quad (4.98)$$

e

$$P_1 = \frac{DU_1^2}{B} \cos(\beta_B - \beta_D) - \frac{U_1 U_2}{B} \cos(\beta_B + \theta) \quad [\text{W}] \quad (4.99)$$

$$Q_1 = \frac{DU_1^2}{B} \text{sen}(\beta_B - \beta_D) - \frac{U_1 U_2}{B} \text{sen}(\beta_B + \theta) \quad [\text{VAR}] \quad (4.100)$$

4.4 — RELAÇÕES DE POTÊNCIA

Verificamos que os valores máximos ocorrem para $\beta_B + \theta = 180^\circ$:

$$P_{1\text{máx}} = \frac{DU_1^2}{B} \cos(\beta_B - \beta_D) - \frac{U_1 U_2}{B} \quad [\text{W}] \quad (4.101)$$

e

$$Q_{1\text{máx}} = \frac{DU_1^2}{B} \text{sen}(\beta_B - \beta_D) \quad [\text{VAR}]. \quad (4.102)$$

As perdas de potência na transmissão serão, evidentemente, $P_1 - P_2$ e $Q_1 - Q_2$, respectivamente.

Quando se trata de examinar um número maior de condições de operação de uma linha, variando-se os valores P_2 , Q_2 , U_1 ou U_2 , os processos analíticos tornam-se um tanto onerosos, pelo tempo empregado. A utilização de computadores digitais, ou de modelos elétricos, é de grande valia na solução desses problemas. Processos gráficos representam uma forma bastante econômica de solução, como veremos.

4.4.3 — Perdas de Potência e Rendimento

O rendimento de uma linha é definido como a relação porcentual da diferença entre a potência ativa P_1 [kW], absorvida pela linha no transmissor, e a potência ativa P_2 [kW], por ela entregue no receptor com relação à potência P_1 :

$$\eta_T = \left[1 - \frac{(P_1 - P_2)}{P_1} \right] 100 \quad [\%]. \quad (4.103)$$

A diferença $\Delta P = P_1 - P_2$ representa as perdas de potência durante a transmissão, que são fundamentais na apreciação econômica da transmissão. O rendimento poderá também ser definido como:

$$\eta_i = \left(1 - \frac{\Delta P}{P_1} \right) 100\%. \quad (4.103a)$$

As perdas de potência numa linha de transmissão podem ser consideradas como sendo compostas de:

- 1 — perdas por efeito Joule nos condutores;
- 2 — perdas no dielétrico entre condutores;
- 3 — perdas causadas por correntes de Foucault, e por histerese magnética, na alma de aço de condutores e em peças metálicas próximas às linhas;
- 4 — perdas por circulação nos cabos pára-raios.

As perdas por efeito Joule estão presentes tanto nas linhas aéreas como nas linhas em cabos subterrâneos. Nestes, o efeito de proximidade tende a afetar significativamente seu valor. Elas representam a maior parcela das perdas nas linhas.

As perdas nos dielétricos entre condutores são encontrados tanto nas linhas aéreas como nas subterrâneas. Nas primeiras, elas se restringem quase exclusivamente às perdas devidas ao efeito *Corona*, podendo ser acrescidas das perdas dielétricas dos isoladores. Nas linhas subterrâneas, além das perdas por efeito *Corona*, há ainda as perdas provocadas pelas correntes de escape ou de absorção do dielétrico.

As perdas do terceiro grupo são predominantes nos cabos subterrâneos, porém nas linhas aéreas ocorrem também, principalmente na alma dos cabos ACSR.

O cálculo das perdas por *Corona* e nos isoladores será discutido minuciosamente no Cap. 10. Cabem aqui, no entanto, alguns esclarecimentos acerca das perdas por efeito Joule.

Nas linhas em que podemos considerar o valor da corrente constante ao longo de todo o seu comprimento, as perdas por efeito Joule podem ser calculadas por:

$$\Delta P = 3 \cdot 10^{-3} I^2 r l \text{ [kW]}, \quad (4.104)$$

na qual I [A] é a corrente que percorre a linha, r [ohm/km], a resistência efetiva dos condutores e l [km], o seu comprimento. (O cálculo r é discutido no Cap. 9.)

No entanto, conforme vimos, o valor da corrente nas linhas varia de ponto a ponto. Em linhas longas, essa variação pode comprometer a precisão desejada se a Eq. (4.104) for usada.

Nesses casos é preferível efetuar os cálculos partindo-se das Eqs. (4.90) e (4.98), e nestas também o efeito das perdas por dispersão é implícito nos valores calculados das constantes A , B e D (através de Z_c e γ). Separando reais e imaginários nessas equações, teremos:

$$N_1 = P_1 + jQ_1 = \frac{U_1^2 D}{B} \cos(\beta_B - \beta_D) - \frac{U_1 U_2}{B} \cos(\beta_B + \theta) + j \left[\frac{U_1^2 D}{B} \sin(\beta_B - \beta_D) - \frac{U_1 U_2}{B} \sin(\beta_B + \theta) \right] \quad (4.105)$$

$$N_2 = P_2 + jQ_2 = -\frac{U_2^2 A}{B} \cos(\beta_B - \beta_A) + \frac{U_1 U_2}{B} \cos(\beta_B + \theta) - j \left[\frac{U_2^2 A}{B} \sin(\beta_B - \beta_A) + \frac{U_1 U_2}{B} \sin(\beta_B + \theta) \right] \quad (4.106)$$

As perdas de potência na transmissão serão:

$$\Delta P = \text{Re}[N_1 - N_2] = \text{Re}[N_1] - \text{Re}[N_2] = P_1 - P_2$$

$$\Delta Q = \text{Im}[N_1 - N_2] = \text{Im}[N_1] - \text{Im}[N_2] = Q_1 - Q_2$$

logo,

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{U_1^2 D}{B} \cos(\beta_B - \beta_D) + \frac{U_2^2 A}{B} \cos(\beta_B - \beta_A) - \frac{2U_1 U_2}{B} \cos\beta_B \cos\theta \quad (4.107)$$

$$\Delta Q = Q_1 - Q_2 = \frac{U_1^2 D}{B} \sin(\beta_B - \beta_D) + \frac{U_2^2 A}{B} \sin(\beta_B - \beta_A) - \frac{2U_1 U_2}{B} \cos\beta_B \sin\theta \quad (4.108)$$

ΔQ [VAR] representa a energia de que a linha necessita para a manutenção de seus campos elétricos e magnéticos. Pode ser positivo, o que significa que a energia reativa necessária ao seu funcionamento provém dos sistemas interligados pela linha. Pode ser também negativo, o que indica que a linha está gerando energia reativa, que fornece aos sistemas. Somente será nulo em caso de operação com potência característica.

4.4.4 — Emprego de Grandezas Relativas

O emprego das grandezas relativas, em particular o sistema *Por Unidade*, é bastante vantajoso nos cálculos de linhas de transmissão em geral, e em particular para o emprego das equações das potências desde que as bases sejam convenientemente escolhidas.

Aconselham-se as seguintes bases:

a — das tensões $U_B = U_2$ [V];

b — das impedâncias $Z_B = B$ [Ω].

Nessas condições, a base das potências será:

$$N_B = \frac{U_2^2}{B} \text{ [VA]}. \quad (4.109)$$

Se U_2 for especificado em kV, N_B ficará definido em MW.

Dividindo as equações anteriormente deduzidas, teremos, para $U_B = U$ qualquer:

$$|P_2| = |U_1| |U_2| \cos(\beta_B - \theta) - A |U_2|^2 \cos(\beta_B - \beta_A) \quad \text{pu}$$

$$|Q_2| = |U_1| |U_2| \sin(\beta_B - \theta) - A |U_2|^2 \sin(\beta_B - \beta_A) \quad \text{pu}$$

$$|P_{2\text{máx}}| = |U_1| |U_2| - A |U_2|^2 \cos(\beta_B - \beta_A) \quad \text{pu}$$

$$|Q_{2\text{máx}}| = -A |U_2|^2 \sin(\beta_B - \beta_A) \quad \text{pu}$$

$$|P_1| = D |U_1|^2 \cos(\beta_B - \beta_D) - |U_1| |U_2| \cos(\beta_B + \theta) \quad \text{pu}$$

$$|Q_1| = D |U_1|^2 \sin(\beta_B - \beta_D) - |U_1| |U_2| \sin(\beta_B + \theta) \quad \text{pu}$$

$$|P_{1\text{máx}}| = D |U_1|^2 \cos(\beta_B - \beta_D) - |U_1| |U_2| \quad \text{pu}$$

$$|Q_{1\text{máx}}| = D |U_1|^2 \sin(\beta_B - \beta_D) \quad \text{pu}$$

$$|\Delta P| = D |U_1|^2 \cos(\beta_B - \beta_D) + A |U_2|^2 \cos(\beta_B - \beta_A) - 2 |U_1| |U_2| \cos\beta_B \cos\theta \quad \text{pu}$$

$$|\Delta Q| = D |U_1|^2 \sin(\beta_B - \beta_D) + A |U_2|^2 \sin(\beta_B - \beta_A) - 2 |U_1| |U_2| \cos\beta_B \sin\theta \quad \text{pu.}$$

Se especificarmos a tensão no receptor como a tensão entre fases $U_{\Delta 2}$ e escolhermos essa tensão como a base das tensões, teremos:

$$N_B = \frac{\left(\frac{U_{\Delta 2}}{\sqrt{3}}\right)^2}{Z_B} = \frac{(U_{\Delta 2})^2}{3Z_B} \quad [\text{VA}]$$

ou

$$3N_B = \frac{(U_{\Delta 2})^2}{Z_B} \quad [\text{VA}].$$

A base da potência é, agora, igual a três vezes a base da potência de uma das fases do sistema trifásico. Uma grandeza em pu multiplicada por essa base será, portanto, referida ao sistema trifásico e não somente a uma das fases.

Portanto, empregando o sistema por unidade nas equações das potências, podemos escolher como base das tensões o valor da tensão entre fases no receptor — $U_{\Delta 2}$, em volts ou quilovolts. A base das potências será uma base em W ou em MW, de potências trifásicas.

Qualquer valor em pu obtido nos cálculos, multiplicado por essa base de potências, será potência das três fases do sistema.

4.5 — MODELOS MATEMÁTICOS DE LINHAS TRIFÁSICAS

Para a análise de determinados fenômenos relacionados com as linhas de transmissão, nos quais o desequilíbrio elétrico e magnético existente ao longo das linhas é fator importante, surge a necessidade da representação das linhas por seus modelos matemáticos trifásicos, ou seja, sua configuração trifásica deve ser evidenciada.

Os modelos anteriormente desenvolvidos pressupunham equilíbrio eletromagnético tal que as três fases de um circuito podiam ser representadas por um circuito unipolar. Os mesmos modelos, desde que convenientemente adaptados, podem ser usados nas representações trifásicas.

Como veremos mais adiante, os parâmetros elétricos e magnéticos das linhas de um sistema de vários condutores podem ser definidos através de um par de matrizes de ordem 3×3 :

a — matriz das impedâncias:

$$[\dot{z}] = [r] + j[x_L] \quad \text{e} \quad [\dot{Z}] = [R] + j[X_L];$$

b — matriz das admitâncias:

$$[\dot{y}] = [g] + j[b] \quad \text{e} \quad [\dot{Y}] = [G] + j[B].$$

Nessas condições, poderemos, por exemplo, representar uma linha média por seu circuito Pi nominal, como na Fig. 4.14.

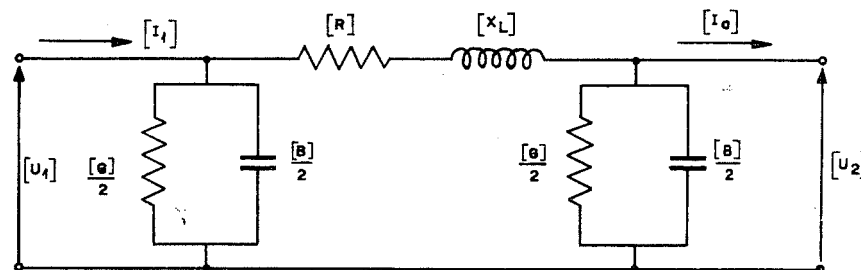


Fig. 4.14 — Circuito simplificado de linha trifásica.

O modelo matemático correspondente poderá ser deduzido da forma convencional, apenas usando os recursos da álgebra matricial. Teremos:

$$[\dot{U}_1] = \left\{ [1] + [\dot{Z}] \left[\frac{\dot{Y}}{2} \right] \right\} [\dot{U}_2] + [\dot{Z}] [\dot{I}_2] \quad (4.110)$$

$$\begin{aligned} [\dot{I}_1] &= \left[\left[\frac{\dot{Y}}{2} \right] + \left[\frac{\dot{Y}}{2} \right] \left\{ [1] + [\dot{Z}] \left[\frac{\dot{Y}}{2} \right] \right\} \right] [\dot{U}_2] + \\ &+ \left\{ [1] + \left[\frac{\dot{Y}}{2} \right] [\dot{Z}] \right\} [\dot{I}_2]. \end{aligned} \quad (4.111)$$

As constantes generalizadas das linhas serão, nesse caso, matrizes de constantes. O modelo matemático da linha trifásica, em termos de constantes generalizadas, será:

$$[\dot{U}_1] = [\dot{A}] [\dot{U}_2] + [\dot{B}] [\dot{I}_2] \quad (4.112)$$

$$[\dot{I}_1] = [\dot{C}] [\dot{U}_2] + [\dot{D}] [\dot{I}_2] \quad (4.113)$$

ou

$$\begin{bmatrix} [\dot{U}_1] \\ [\dot{I}_1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\dot{A}] & [\dot{B}] \\ [\dot{C}] & [\dot{D}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\dot{U}_2] \\ [\dot{I}_2] \end{bmatrix}. \quad (4.114)$$

Nessas equações, $[\dot{A}]$, $[\dot{B}]$, $[\dot{C}]$ e $[\dot{D}]$ são matrizes 3×3 e $[\dot{U}_1]$, $[\dot{U}_2]$, $[\dot{I}_1]$ e $[\dot{I}_2]$ são vetores. Para o circuito *Pi* temos:

$$[\dot{A}] = [1] + [\dot{Z}] \left[\frac{\dot{Y}}{2} \right] \quad (4.115a)$$

$$[\dot{B}] = [\dot{Z}] \quad (4.115b)$$

$$[\dot{C}] = \left[\frac{\dot{Y}}{2} \right] + \left[\frac{\dot{Y}}{2} \right] \left\{ [1] + [\dot{Z}] \left[\frac{\dot{Y}}{2} \right] \right\} \quad (4.115c)$$

$$[\dot{D}] = [1] + \left[\frac{\dot{Y}}{2} \right] [\dot{Z}]. \quad (4.115d)$$

Em se tratando de linhas longas, não é prático procurar determinar as matrizes para as constantes generalizadas em virtude das dificuldades matemáticas que serão encontradas. É preferível usar como modelo a linha artificial trifásica, com elementos $| |$ de 20 a 25 [km] de comprimento, como mostra a Fig. 4.15.

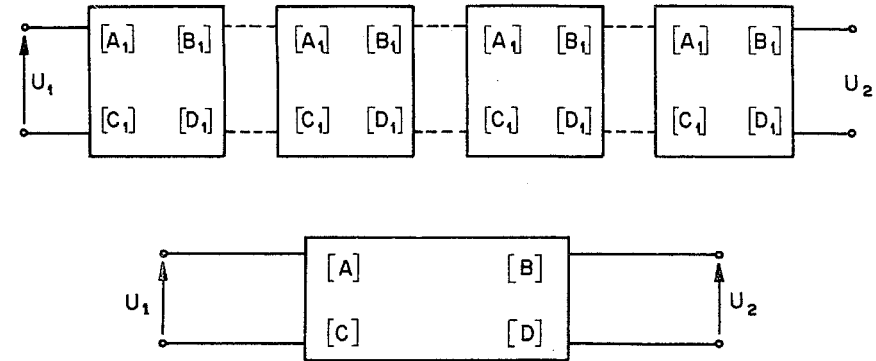


Fig. 4.15 — Modelo de linha trifásica longa.

A matriz do quadripolo trifásico resultante será:

$$\begin{bmatrix} [\dot{A}] & [\dot{B}] \\ [\dot{C}] & [\dot{D}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\dot{A}_1] & [\dot{B}_1] \\ [\dot{C}_1] & [\dot{D}_1] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [\dot{A}_1] & [\dot{B}_1] \\ [\dot{C}_1] & [\dot{D}_1] \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} [\dot{A}_n] & [\dot{B}_n] \\ [\dot{C}_n] & [\dot{D}_n] \end{bmatrix}. \quad (4.116)$$

4.6 — EXERCÍCIOS

1. Uma linha de transmissão trifásica possui os seguintes parâmetros elétricos:

$$r = 0,107 \quad [\text{ohm/km}];$$

$$L = 1,355 \quad [\text{mH/km}];$$

$$C = 0,00845 \quad [\mu\text{F/km}];$$

$$f = 60 \quad [\text{Hz}].$$

Sendo o seu comprimento de 100 [km], fazer sua representação através de seus circuitos nominais. Teremos:

1 — Impedância total

$$\dot{Z} = 100 (0,107 + j1,355 \times 10^{-3} \cdot 2\pi f);$$

$$\dot{Z} = 10,7 + j51,08 = 52,19 e^{j78,17^\circ} \quad [\text{ohm}].$$

2 — Admitância total

$$\dot{Y} = j\omega Cl = j 2\pi f \cdot 0,00845 \cdot 10^{-6} \cdot 100;$$

$$\dot{Y} = j0,3186 \cdot 10^{-3} \text{ [siemens].}$$

Teremos:

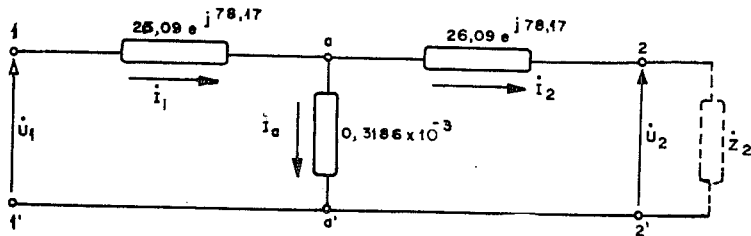


Fig. 4.16 — Circuito Tee nominal.

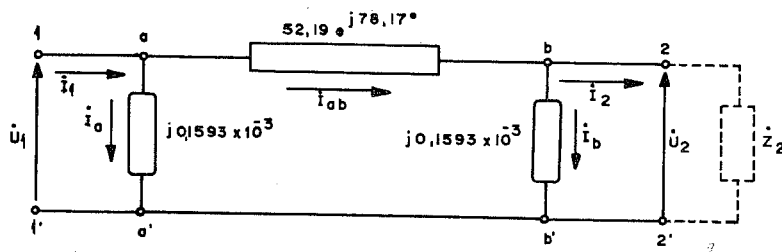


Fig. 4.17 — Circuito pi nominal.

2. Sendo a tensão no barramento receptor igual a 135 [kV], quando a carga no sistema é de 50 MVA sob $\cos\phi = 0,95$ (IND), calcular a tensão no barramento do transmissor, bem como a potência entregue à linha, empregando os métodos *Pi* nominal e *Tee* nominal. Calcular a regulação e o rendimento da transmissão. Comparar os resultados.

I — Método Tee Nominal

Teremos, de acordo com a Eq. (4.18):

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \left(1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{2} \right) + \dot{I}_2 \dot{Z} \left(1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{4} \right) \text{ [V];} \quad (\text{Eq. 4.18})$$

são dados:

$$\dot{U}_2 = \frac{135}{\sqrt{3}} e^{j0^\circ} = 77,942 e^{j0^\circ} \text{ [kV];}$$

$$\dot{N}_2 = \frac{50}{3} (0,95 + j0,3122) = 15,833 + j5,203 \text{ [MVA];}$$

$$\dot{N}_2 = 16,666 e^{j18,2^\circ} \text{ [MVA]} = 16\,666 e^{j18,2^\circ} \text{ [kVA];}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{16,666 e^{-j18,2^\circ}}{77\,942 e^{j0^\circ}} = 213,826 e^{-j18,2^\circ} \text{ [A].}$$

Temos, portanto:

$$\dot{Z}\dot{Y} = 52,19 e^{j78,17^\circ} \cdot 0,3186 \cdot 10^{-3} e^{j90^\circ} = 0,016627 e^{j168,17^\circ};$$

$$\frac{\dot{Z}\dot{Y}}{2} = -0,01675 + j0,00341;$$

$$\frac{\dot{Z}\dot{Y}}{4} = -0,008375 + j0,00170;$$

$$\frac{\dot{Z}\dot{Y}}{4} = -0,004188 + j0,00085;$$

logo,

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= 77\,942 (0,991625 + j0,0017) + \\ &+ 213,826 e^{-j18,2^\circ} \cdot 52,19 e^{j78,17^\circ} (0,995812 + j0,00085) \end{aligned}$$

$$\dot{U}_1 = 82858,47 + j9\,749$$

$$\dot{U}_1 = 83\,430 e^{j6,71^\circ} \text{ [V].}$$

A tensão no barramento no transmissor será:

$$U_1^A = 144\,505 \text{ [V] entre fases;}$$

a regulação da linha será:

$$\text{Reg} = \frac{100 (U_1 - U_2)}{U_2} = \frac{(83\,430 - 77\,942) 100}{77\,942}$$

$$\text{Reg} = 7,04\%.$$

Pela Eq. (4.19), temos:

$$\dot{I}_1 = \dot{U}_2 \dot{Y} + \dot{I}_2 \left(1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{2} \right) \quad [\text{A}]$$

$$\dot{I}_1 = 77\,942 e^{j0} \cdot 0,3186 \cdot 10^{-3} e^{j90^\circ} + 213,826 e^{-j18,2} (0,991625 + j0,0017)$$

$$\dot{I}_1 = 201\,541 - j41\,048$$

$$\dot{I}_1 = 205\,679 e^{-j11,512^\circ} \quad [\text{A}].$$

A potência entregue à linha será:

$$\dot{N}_1 = \dot{U}_1 \dot{I}_1 = 83\,430 e^{j6,71^\circ} \cdot 205\,679 e^{+j11,519}$$

$$\dot{N}_1 = 17\,159,8 e^{j18,229^\circ} \quad [\text{kVA}]$$

ou

$$P_1 = 16\,299 \quad [\text{kW}]$$

$$Q_1 = 5\,365,9 \quad [\text{kVAr}].$$

Para as três fases, teremos:

$$N^3 = 50\,400 \quad [\text{kVA}];$$

$$Q^3 = 16\,098 \quad [\text{kVAr}];$$

$$P^3 = 48\,898 \quad [\text{kW}].$$

II — Método Pi Nominal

Aplicamos as expressões do Item 4.2.3:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \left(1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{2} \right) + \dot{Z} \dot{I}_2 \quad [\text{V}]. \quad (\text{Eq. 4.20})$$

Temos:

$$\dot{U}_1 = 77\,942 e^{j0} (0,991865 + j0,0017) + 52,19 e^{j78,17^\circ} \cdot 213,826 e^{-j18,2^\circ}$$

$$\dot{U}_1 = 82\,901,0 + j9\,789,287 \quad [\text{V}]$$

$$\dot{U}_1 = 83\,476,98 e^{j6,735^\circ} \quad [\text{V}]$$

A tensão entre fases no barramento do transmissor será:

$$U_1^A = 144\,587,61 \quad [\text{V}];$$

a regulação da linha será de:

$$\text{Reg} = \frac{100 (U_1 - U_2)}{U_2} =$$

$$\text{Reg} = 100 \left(\frac{83476,98 - 77\,942}{77\,942} \right) = 7,10\%.$$

Igualmente:

$$\dot{I}_1 = \dot{U}_2 \dot{Y} \left(1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{4} \right) + \dot{I}_2 \left(1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{2} \right) \quad [\text{A}] \quad (\text{Eq. 4.21})$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= 77\,942 e^{j0} \cdot 0,3186 \cdot 10^{-3} e^{j90^\circ} (0,995812 + j0,00085) + \\ &\quad + 213,826 e^{-j18,2} (0,99162 + j0,0017) \end{aligned}$$

$$\dot{I}_1 = 205,68 e^{-j11,54^\circ} \quad [\text{A}].$$

A potência entregue à linha, por fase, será:

$$\dot{N}_1 = \dot{U}_1 \dot{I}_1 = 83\,476,98 e^{j6,735^\circ} \cdot 205,68 e^{+j11,54}$$

$$\dot{N}_1 = 17169,54 e^{j18,275^\circ} \quad [\text{kVA}]$$

$$P_1 = 16\,303,55 \quad [\text{kW}]$$

$$Q_1 = 5\,383,99 \quad [\text{kVAr}]$$

e as potências trifásicas totais serão:

$$N_1^3 = 51\,508,62 \quad [\text{kVA}];$$

$$P_1^3 = 48\,910,65 \quad [\text{kW}];$$

$$Q_1^3 = 16\,151,20 \quad [\text{kVAr}].$$

Comentário

Através dos resultados numéricos obtidos, verificamos que ambos os circuitos podem representar a mesma linha, pois são mínimas as diferenças entre os valores encontrados. Observamos também que a linha necessita de 542,2 [kVAr] do sistema alimentador para o seu funciona-

mento. Está, portanto, operando com carga maior do que a sua potência natural.

3. Determinar o rendimento da transmissão do exercício anterior. Temos:

$$\eta = 100 \left(1 - \frac{P_1 - P_2}{P_1} \right) \%$$

1 — Circuito Tee Nominal

$$\eta = 100 - \left(1 - \frac{48\,898 - 47\,500}{48\,898} \right);$$

$$\eta = 97,14\%$$

2 — Circuito Pi Nominal

$$\eta = 100 \left(1 - \frac{48\,910,65 - 47\,500}{48\,910,65} \right);$$

$$\eta = 97,12\%$$

4. Construir, sem escala, os diagramas vetoriais da linha do Exerc. 2.

Solução

Para cada um dos circuitos equivalentes o diagrama vetorial será diferente. Desenvolveremos, a título de exercício, o diagrama do circuito Pi nominal, deixando para o estudante o desenvolvimento do diagrama do circuito Tee nominal.

O fasor de referência será $\dot{U}_2 = U_2 e^{j0}$. Para a construção do mesmo, iniciamos colocando sobre o papel U_2 e $\dot{I}_2 = I_2 e^{-j\phi_2}$. Observando seu circuito equivalente na Fig. 4.4, desde o receptor, verificamos que no ponto *b* temos uma corrente através da admitância $\frac{\dot{Y}}{2}$:

$$\dot{I}_b = \dot{U}_2 \frac{\dot{Y}}{2} = 77\,942,00 \cdot j0,1513 \cdot 10^{-3} = j12,416 \text{ [A].}$$

Essa corrente, somada vetorialmente à corrente \dot{I}_2 , nos dá a corrente \dot{I}_{ab} através da impedância *Z*:

$$\dot{I}_{ab} = \dot{I}_2 + \dot{U}_2 \frac{\dot{Y}}{2} = 213,826 e^{-j18,2^\circ} + 12,416 e^{j90^\circ}$$

$$\dot{I}_{ab} = 203,129 - j54,369 = 210,279 e^{-j14,985^\circ} \text{ [A].}$$

Essa corrente, ao atravessar a impedância, provoca a queda de tensão, $\dot{Z}\dot{I}_{ab}$, representada pelo triângulo *rst*, que é adicionada vetorialmente a \dot{U}_2 para que obtenhamos:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 + \dot{Z}\dot{I}_{ab} = 77\,942,00 + 52,19 e^{j78,17^\circ} \cdot 210,279 e^{-j14,985^\circ}$$

$$\dot{U}_1 = 82\,892,71 + j9\,794,37 = 83\,469,342 e^{j6,74^\circ} \text{ [V].}$$

No ponto *a*, uma corrente em derivação:

$$\dot{I}_a = \dot{U}_1 \frac{\dot{Y}}{2} = 83\,469,342 e^{j6,74^\circ} \cdot j0,1593 \cdot 10^{-3} = 13,364 e^{j96,74^\circ}$$

$$\dot{I}_a = -1,568 + j13,272 = 13,364 e^{j96,74^\circ} \text{ [A]}$$

atravessa a admitância $\frac{\dot{Y}}{2}$. Essa corrente, somada a \dot{I}_{ab} , nos dá o valor da corrente no transmissor:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{ab} + \dot{U}_1 \frac{\dot{Y}}{2} = 203,129 - j54,369 - 1,568 + j13,272$$

$$\dot{I}_1 = 201,543 - j41,097 = 205,69 e^{-j11,53^\circ} \text{ [A].}$$

A Fig. 4.17 mostra o diagrama vetorial obtido dessa forma. A solução literal do problema, na mesma ordem acima indicada para a obtenção dos valores U_1 e I_1 , nos permitiria chegar às Eqs. (4.20) e (4.21).

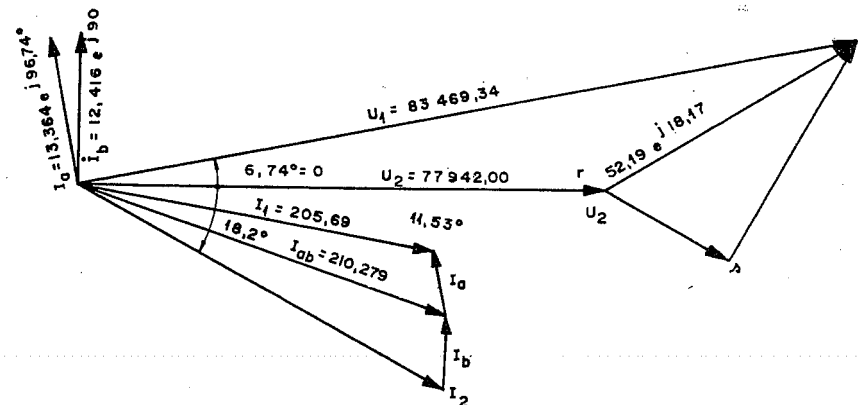


Fig. 4.18 — Diagrama vetorial do circuito Pi da linha do Exerc. 4.

Comentário

Se observarmos os valores relativos das tensões, quedas de tensões e correntes, verificaremos facilmente a inviabilidade prática do uso de escalas neste tipo de diagramas, que, portanto, não se prestam a cálculos gráficos.

5. Se a linha do Exerc. 2 estiver absorvendo uma potência de 50 000 [kVA] sob $\cos \phi_1 = 1$, qual o valor da tensão no receptor e qual a potência complexa da carga, quando a tensão no barramento alimentador for mantida constante e igual a 138 [kV]? Empregar os métodos *Tee* nominal e *Pi* nominal.

6. Qual o valor da tensão em vazio no receptor e a corrente de carga da linha do Exerc. 1, quando a tensão no barramento alimentador for igual a 138 [kV]? Qual a corrente de curto-circuito no receptor, quando a tensão mantida no transmissor igual a 138 [kV]?

Solução

1 — Para determinar a tensão no receptor com a linha em vazio, na Eq. (4.20) fazemos $\dot{I}_2 = 0$, ficando:

$$\dot{U}_{2_0} = \dot{U}_1 \left(\frac{1}{1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{2}} \right)$$

Introduzindo os valores numéricos, obtemos:

$$\dot{U}_{2_0} = 79,670 \left(\frac{1}{(0,991625 + j0,0017)} \right)$$

$$\dot{U}_{2_0} = 80\,343 e^{-j0,098^\circ} \text{ [V].}$$

2 — Empregamos a Eq. (4.21) na linha em vazio; temos $\dot{I}_2 = 0$. A Eq. (4.21) se torna:

$$\dot{I}_{1_0} = \dot{U}_2 \dot{Y} \left(1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{4} \right) \text{ [A].}$$

Introduzindo os valores numéricos:

$$\dot{I}_{1_0} = 79\,670 e^{j0} \cdot 0,3186 \cdot 10^{-3} e^{j0} \cdot (0,995812 + j0,00085),$$

ou seja:

$$\dot{I}_{1_0} = 25,276 e^{j90,05} \text{ [A].}$$

3 — Na Eq. (4.20), se fizermos $\dot{U}_2 = 0$, teremos a corrente de curto-circuito no receptor:

$$\dot{I}_{2_{cc}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{Z}} = \frac{79\,670 e^{j0}}{52,19 e^{j78,17}} = 1\,526,54 e^{-j78,17} \text{ [A].}$$

Comentário

1 — Na linha de 100 [km] de comprimento, o efeito *Ferranti* é muito pequeno, da ordem de 0,84%, apenas.

2 — A corrente de carga também é relativamente baixa com relação à corrente no transmissor quando a linha transmite 50 MW, com 144,587 [kV] no transmissor. De fato, corresponde a 12,3% de seu valor.

3 — A corrente de curto-circuito no receptor é elevada, cerca de 7 (sete) vezes a corrente de operação em carga, com 50 MVA.

4 — Aconselhamos ao estudante repetir o exercício, empregando o circuito *Tee* nominal e comparar os resultados.

7. Calcular a linha do Exerc. 1 como *linha curta* nas condições do Exerc. 2. Comparar e comentar os resultados.

8. Para a linha de transmissão, cujas características estão relacionadas mais abaixo, desejamos conhecer os seguintes elementos:

1 — tensão no transmissor quando, a linha opera com 50%, 100%, 150% da sua potência natural;

2 — rendimento e regulação;

3 — perdas de energia reativa;

4 — tensão em vazio e corrente de carga da linha.

Características da linha:

a — tensão no receptor $U_{\Delta 2} = 218$ [kV];

b — comprimento $l = 180$ [km];

c — parâmetros elétricos: $r = 0,107$ [Ω /km];

$$L = 1,355 \cdot 10^{-3} \text{ [H/km]; } x_L = 0,5$$

$$C = 0,00845 \cdot 10^{-6} \text{ [F/km]; } x_C = 312,907,7$$

d — frequência.

$$f = 60 \text{ [Hz];}$$

Comentar os resultados.

9. Uma linha de transmissão de 138 [kV] radial tem um comprimento de 50 [km]. É alimentada por um barramento de tensão constante e igual a 132 [kV]. Sendo a demanda do sistema receptor igual a 50 MVA sob $\cos \phi_2 = 0,80$, qual a tensão no receptor e a corrente na linha?

São suas características:

$$r = 0,192 \text{ [ohm/km];}$$

$$x_L = 0,492 \text{ [ohm/km].}$$

Solução

$$\hat{Z} = 50 (0,192 + j0,492) = 9,6 + j24,6 \text{ [ohm].}$$

Não lançaremos mão das equações deduzidas no Item 4.4.1 (Eq. 4.96) para resolver este caso, que é bastante simples, por se tratar de linha curta. Retomemos o diagrama vetorial da linha curta — Fig. 4.2 — e vamos desenhá-lo da forma indicada na Fig. 4.18, isto é, tomando I como fasor de referência.

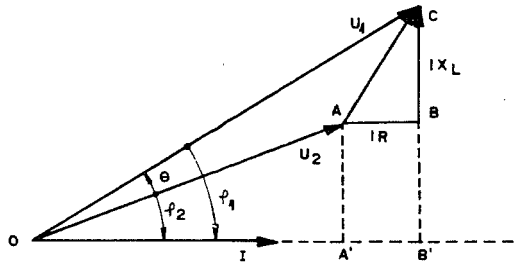


Fig. 4.19 — Linha curta operando com carga.

Do diagrama, obtemos:

$$U_1 \cos \phi_1 = U_2 \cos \phi_2 + IR$$

$$U_1 \sin \phi_1 = U_2 \sin \phi_2 + IX_L.$$

Elevando ambas as expressões ao quadrado e somando-as, obtemos:

$$U_1^2 + 2IU_2(R \cos \phi_2 + X_L \sin \phi_2) + (R^2 + X_L^2)I^2 - U_2^2 = 0;$$

como, por outro lado,

$$I = \frac{P}{U_2 \cos \phi_2} = \frac{Q}{U_2 \sin \phi_2}$$

$$\text{logo, } \cos \phi_2 = \frac{P_2}{IU_2} \text{ e } \sin \phi_2 = \frac{Q_2}{IU_2}$$

que introduzimos na equação acima, para obter:

$$U_1^2 - [U_1^2 - 2(P_2R + Q_2X_L)]U_2^2 + (R^2 + X_L^2) \left(\frac{P_2}{\cos \phi_2} \right)^2 = 0.$$

Chamando

$$U_1^2 - 2(P_2R + Q_2X_L) = A$$

$$(R^2 + X_L^2) \left(\frac{P_2}{\cos \phi_2} \right)^2 = B,$$

a equação se torna:

$$U_2^2 - AU_2^2 + B = 0,$$

cuja solução será:

$$U_2 = \pm \sqrt{\frac{+A \pm \sqrt{A^2 - 4B}}{2}},$$

que, como vemos, é uma equação biquadrada, como era de se esperar

Numericamente, teremos:

$$A = \left(\frac{132}{\sqrt{3}} \right)^2 - \frac{2}{3} (40 \cdot 0,9 + 30 \cdot 24,6) = 5\,060$$

$$B = [(9,6)^2 + (24,6)^2] \left(\frac{40}{0,8 \times 3} \right)^2 = 0,1937 \cdot 10^6$$

$$U_2 = \pm \sqrt{\frac{5\,060 \pm \sqrt{(5\,060)^2 - 4 \cdot 0,1937 \cdot 10^6}}{2}}$$

$$U_2' = 70,862 \text{ [kV]}$$

$$U_2'' = 6,211 \text{ [kV].}$$

Devemos aceitar como válida apenas a raiz maior, positiva.

A tensão entre fases será:

$$U_{\Delta 2} = 122\,737 \text{ [kV].}$$

A corrente na linha será:

$$\dot{I} = \frac{N}{U_2} = \frac{50\,000 e^{-j36,87^\circ}}{70,862 \cdot 3} = 235,20 e^{-j36,87^\circ} \text{ [A].}$$

Para determinar o defasamento entre I e U_1 , faremos:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 + \dot{I}Z = 70\,862,00 + 235,20 e^{-j36,87} \cdot 26,41 e^{j68,68}$$

$$\dot{U}_1 = 76\,210,1 e^{j2,46}$$

O ângulo de potência na linha será $\theta = 2,46^\circ$.

O ângulo do fator de potência no transmissor será:

$$\phi_1 = \phi_2 = \theta = j36,87 + 2,46^\circ = 39,33^\circ$$

10. Uma linha radial de 230 [kV] é alimentada através de um barramento de tensão constante e igual a 223 [kV]. Ela alimenta três cargas, respectivamente de 35, 40 e 42 [MW], cujos fatores de potência são 85%, 80% e 90%, como mostra a Fig. 4.20, na qual estão indicadas as distâncias entre subestações. São as seguintes as características da linha:

$$r = 0,107 \text{ } [\Omega/\text{km}];$$

$$L = 1,355 \cdot 10^{-3} \text{ } [\text{H}/\text{km}];$$

$$C = 0,00845 \cdot 10^{-6} \text{ } [\text{F}/\text{km}];$$

$$f = 60 \text{ } [\text{Hz}].$$

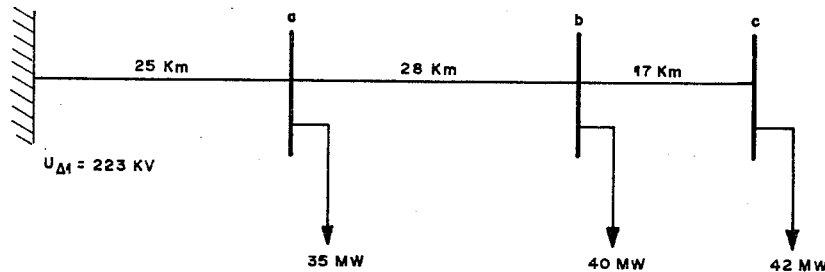


Fig. 4.20 — Linha do Exerc. 10.

Determinar:

- a — tensões em cada um dos barramentos alimentados;
- b — correntes na linha em cada um dos trechos;
- c — perdas de energia em cada um dos trechos;
- d — fator de potência no transmissor.

Comentário

Uma solução rigorosa para este caso só é possível através de processos iterativos, como, por exemplo, aqueles usados em técnicas de estudos de fluxos de carga. Uma forma de solução viável é a seguinte:

a — consideram-se as cargas concentradas em a acrescidas das perdas I^2R nos trechos $a - b$ e $b - c$, calculando-se então a tensão em a ; as perdas são calculadas em função das correntes nos dois trechos, admitindo-se tensão nominal;

b — repete-se o mesmo processo, concentrando as cargas de b e c em b , acrescidas das perdas entre $b - c$, e determina-se o valor da tensão em b , usando como \dot{U}_1 a tensão calculada em a ;

c — com a tensão calculada em b determina-se a tensão em c ;

d — com as tensões assim calculadas, calculam-se as correntes nos dois trechos de linhas e as perdas correspondentes;

e — havendo divergências entre as perdas calculadas e aquelas adotadas, repetem-se os itens a , b , c e d , com as perdas calculadas em d , até que haja razoável convergência.

11. Para que a tensão no barramento c do Exerc. 10 possa ser mantida a 215 [kV], qual deverá ser a tensão no transmissor?

12. Uma linha de transmissão da classe de 230 [kV] tem um comprimento de 362 [km] e entrega no receptor uma potência de 150 [MVA] sob fator de potência de 90% (IND) com a tensão de 200 [kV] entre fases. Frequência 60 [Hz]. Pelo processo exato, determinar \dot{U}_1 , \dot{I}_1 , \dot{N}_1 , bem como o rendimento na transmissão. São dados:

$$r = 0,107 \text{ } [\text{ohm}/\text{km}];$$

$$L = 1,355 \times 10^{-3} \text{ } [\text{H}/\text{km}];$$

$$f = 60 \text{ } [\text{Hz}].$$

Solução

Empregaremos as expressões:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \cosh \gamma l + \dot{I}_1 Z_c \sinh \gamma l \quad (\text{Eq. 4.3})$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 \cosh \gamma l + \frac{\dot{U}_2}{Z_c} \sinh \gamma l \quad (\text{Eq. 4.4})$$

Temos:

$$\dot{Z}_c = \sqrt{\dot{Z}/\dot{Y}} \quad \text{e} \quad \gamma l = \sqrt{\dot{Z}\dot{Y}}$$

$$\dot{z} = 0,107 + jw 1,355 \times 10^{-3} = 0,107 + j0,51 \text{ [ohm/km]}$$

$$\dot{z} = 0,522 e^{j78,2^\circ} \text{ [ohm/km]}$$

$$\dot{y} = 0 + jw \times 0,0085 \times 10^{-6} = 0 + j3,186 \times 10^{-6} \text{ [siemens/km]}$$

$$\dot{y} = 3,186 \times 10^{-6} e^{j90^\circ} \text{ [siemens/km];}$$

logo,

$$\dot{\gamma}l = 362 \sqrt{0,522 e^{j78,2^\circ} \times 3,186 \times 10^{-6} e^{j90^\circ}}$$

$$\dot{\gamma}l = 0,467 e^{j84,1^\circ} = 0,0480 + j0,465$$

e

$$\dot{Z}_c = \sqrt{\frac{\dot{z}}{\dot{y}}} = \sqrt{\frac{0,522 e^{j78,2^\circ}}{3,186 \times 10^{-6} e^{j90^\circ}}} = 404,774 e^{-5,9^\circ}$$

Dos dados do problema:

$$\dot{U}_2 = \frac{200}{\sqrt{3}} e^{j0^\circ} = 115,47 e^{j0^\circ} \text{ [kV]}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{150\,000 e^{-j25,8^\circ}}{\sqrt{3} \cdot 200} = 433 e^{-j25,8^\circ} \text{ [A].}$$

Temos ainda:

$$\cosh \dot{\gamma}l = \cos h(0,0481 + j0,465) = 0,8949 + j0,0215 = 0,895 e^{j1,38^\circ}$$

$$\sinh \dot{\gamma}l = \sinh(0,0481 + j0,465) = 0,0429 + j0,449 = 0,451 e^{j84,5^\circ};$$

logo,

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= 115\,470 e^{j0^\circ} \times 0,895 e^{j1,38^\circ} + \\ &+ 433 e^{-j25,8^\circ} \times 404,774 e^{-5,9^\circ} \times 0,451 e^{j84,5^\circ} \end{aligned}$$

$$\dot{U}_1 = 151\,106,50 + j65\,450,98$$

$$\dot{U}_1 = 164\,672 e^{j23,42^\circ} \text{ [V]}$$

$$U_{\Delta 1} = 285\,220 \text{ [kV].}$$

A regulação da linha é de:

$$\text{Reg} = \frac{100(285\,220 - 200\,000)}{200\,000}$$

$$\text{Reg} = 42,6\%.$$

Temos também:

$$\dot{I}_1 = 433 e^{-j25,8^\circ} \cdot 0,899 e^{+j1,38^\circ} + \frac{115\,200 e^{j0^\circ}}{404,774 e^{-j5,9^\circ}} \cdot 0,451 e^{j84,5^\circ}$$

$$\dot{I}_1 = 387,492 e^{-j24,42^\circ} + 128,356 e^{j90,4^\circ}$$

$$\dot{I}_1 = 351,931 - j31,845 = 353,37 e^{-j5,17^\circ} \text{ [A].}$$

A potência absorvida pela linha será:

$$\dot{N}_1 = \dot{U}_1 \dot{I}_1 = 164\,672 e^{j23,4^\circ} \cdot 353,37 e^{-j5,17^\circ}$$

$$\dot{N}_1 = 58\,190,14 e^{j28,57^\circ} = 51\,104,53 + j27\,828,39.$$

Nas três fases:

$$N_1^3 = 174\,570 \text{ [kVA];}$$

$$P_1^3 = 153\,313,59 \text{ [kW];}$$

$$Q_1^3 = 83\,485,17 \text{ [kVAR],}$$

o rendimento da transmissão é:

$$\eta = 100 \left(1 - \frac{153\,313,59 - 135\,000}{153\,313,59} \right)$$

$$\eta = 88,05\%.$$

Reativo consumido pela linha:

$$\Delta Q = Q_1 - Q_2 = 83\,485,17 - 65\,284,66 = 18\,200,51 \text{ [kVAR].}$$

Comentário

A regulação da linha é elevada demais para fins práticos. Para que possa operar, terá que ser feita alguma compensação (ver Cap. 6) para melhorar a sua regulação. Seu rendimento, considerando o seu consumo de reativo, é aceitável, como é aceitável seu consumo de reativo.

13. Considere novamente a linha do Exerc. 4.6.11:

a — se o fator de potência da linha no receptor for alterado para:

— 100%

— 90% (CAP)

mantendo constante as demais condições;

b — se a tensão no receptor for alterada para 220 [kV], mantendo constante o fator de potência;

c — alterando o fator de potência e a tensão como nos itens a e b, verificar o efeito dessas alterações no funcionamento da linha: tensão no transmissor, regulação e rendimento.

14. Para a linha do exercício anterior:

a — determinar o circuito *Pi* equivalente, representando as impedâncias e admitâncias em valores *por unidade*, usando como bases trifásicas:

base kVA: 1 000 000 [kVA];

base V: 230 [kV];

base I: $\frac{1\,000\,000}{\sqrt{3} \cdot 230} = 2\,510$ [A];

base Z: $\frac{230\,000}{\sqrt{3} \cdot 2\,510} = 52,905$ [ohm];

b — admitindo que se deseje realizar um modelo elétrico da referida linha, calcular os valores das impedâncias e admitâncias que serão usados no modelo, cujas bases são:

base tensão: 100 [V];

base corrente: 1 [A];

c — calcular os valores de *L* e *C* necessários ao modelo a ser usado com fonte de 400 [Hz].

a — *Circuito Pi Equivalente*

Teremos, pela Eq. (4.28):

$$\dot{Z} = \dot{Z} \frac{\sinh \gamma l}{\gamma l}$$

$$\dot{Z} = 188,964 e^{j78,2} \cdot \frac{0,451 e^{j84,5}}{0,467 e^{j84,1}}$$

$$\dot{Z} = 182,490 e^{j78,6^\circ} = 36,070 + j178,89 \text{ [ohm]}$$

$$\text{pu } \dot{Z} = 0,6818 + j3,3813 = \text{pu } 3,4494 e^{j78,6}$$

Temos igualmente:

$$\frac{\dot{Y}}{2} \frac{\cosh \gamma l - 1}{\sinh \gamma l} = \frac{1}{404,774 e^{-j5,9}} \cdot \frac{(0,8949 + j0,0215) - 1}{0,451 e^{j84,5}}$$

$$\frac{\dot{Y}}{2} = 0,588 \cdot 10^{-3} e^{j90,00} \text{ [ohm]}$$

$$\text{pu } \frac{\dot{Y}}{2} = 31,09 \cdot 10^{-3} e^{j90} = j31,09 \cdot 10^{-3}$$

O circuito equivalente é o da Fig. 4.21.

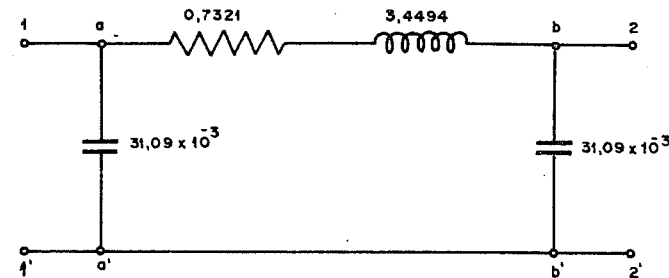


Fig. 4.21 — Circuito Pi equivalente de uma linha.

b — Para o modelo elétrico temos:

base V = 100 [V]

base I = 1 [A]

base Z = 100 [Ω].

Os valores *por unidade* no protótipo e no modelo devem ser os mesmos, logo os valores reais do modelo serão:

$$R' = 0,6818 \cdot 100 = 68,18 \text{ [ohm]}$$

$$X'_L = 3,3813 \cdot 100 = 338,13 \text{ [ohm]}$$

$$\frac{Y'}{2} = 31,09 \cdot 10^{-3} \times \frac{1}{100} = 31,09 \cdot 10^{-5} \text{ [siemens].}$$

c — Como o modelo funcionará com 400 [Hz], temos:

$$X'_L = 2\pi fL \quad \therefore L = \frac{X'_L}{2\pi f} = \frac{338,13}{2\pi \cdot 400} = 0,13454 \text{ [H]}$$

$$\frac{Y'}{2} = 2\pi fC \quad \therefore C = \frac{Y'}{2\pi f} = \frac{31,09 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 400} = 0,01237 \cdot 10^{-4} \text{ [F].}$$

Comentário

Este será um modelo unipolar de uma linha longa do tipo daqueles que são usados nos analisadores de rede de corrente alternada para estudos de linhas em regime permanente. O uso de frequências mais elevadas é necessário para se reduzir o tamanho físico dos componentes L e C .

15. Uma linha de transmissão de 380/420 [kV] tem um comprimento de 570 [km], operando com dois circuitos em paralelo, com a frequência de 60 [Hz]. A impedância característica da linha (considerando os dois circuitos operando em paralelo) é igual a:

$$118,4 e^{-j2,335^\circ}$$

e a sua função de propagação $\gamma l = 0,745 e^{j87,633^\circ}$. Pelo processo exato, determinar:

a — tensão e corrente no transmissor quando a linha opera com uma potência no receptor igual a 1 200 000 [kVA] sob $\cos \phi = 0,95$ (IND), sendo a tensão no transmissor de 400 [kV], entre fases;

b — qual a tensão, corrente e potência monofásica no receptor, quando no transmissor vigoram as seguintes condições:

$$U_1 = 222 \text{ [kV] entre fase e neutro;}$$

$$\dot{I}_1 = 1\,700 e^{j12,64^\circ} \text{ [A].}$$

16. Qual a tensão em vazio no receptor e qual a potência de carga quando a linha do Exerc. 4.6.15 é alimentada de um barramento cuja tensão é de 420 [kV] entre fases?

17. Qual a corrente em curto-circuito no receptor e no transmissor da linha do Exerc. 15, quando a tensão no transmissor for de 380 [kV] entre fases e qual a potência complexa trifásica absorvida?

18. Construir um modelo elétrico da linha acima, para operar em 400 [Hz], com 100 [V] e 1 [A] como tensões e correntes-base.

19. Uma linha de transmissão trifásica de 345 [kV], de 500 [km] de comprimento, operando com a frequência de 60 [Hz], é alimentada por um barramento de tensão 340 [kV]. Seus parâmetros são:

$$r = 0,08 \text{ [ohm/km]}$$

$$L = 1,336 \times 10^{-3} \text{ [H/km]}$$

$$C = 8,6 \cdot 10^{-3} \text{ [\mu F/km]}$$

$$g = 3,75 \cdot 10^{-8} \text{ [siemens/km].}$$

Para uma potência entregue no receptor de 300 000 [kW] e $\cos \phi = 1$, determinar:

- corrente em módulo e argumento no receptor;
- tensão e corrente, em módulo e argumento, no transmissor;
- ângulo de potência da linha;
- rendimento da linha;
- queda de tensão.

20. Calcular as constantes generalizadas para a linha do Exerc. 1.

I — Circuito *Tee* Nominal

$$\dot{A} = 1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{2} = 1 + 52,19 e^{j78,17^\circ} \cdot 0,3186 \cdot 10^{-3} e^{j90^\circ} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\dot{A} = 0,9919625 + j0,00170 = 0,991964 e^{j0,0982^\circ}$$

$$\dot{B} = \dot{Z} \left(1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{4} \right) = 52,19 e^{j78,17^\circ} (1 - 0,004188 + j0,00085)$$

$$\dot{B} = 52,19 e^{j78,16^\circ} (0,995812 + j0,00085)$$

$$\dot{B} = 51,9714 e^{j78,12^\circ} \text{ [ohm]}$$

$$\dot{C} = \dot{Y} = 0,3186 \cdot 10^{-3} e^{j90^\circ} \text{ [siemens]}$$

$$\dot{D} = \dot{A}$$

II — Circuito Pi Nominal

$$\dot{A} = 1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{2} = 1 + 52,19 e^{j78,17} \cdot 0,3186 \cdot 10^{-3} e^{j90}$$

$$\dot{A} = 0,9919625 + j0,00170 = 0,991964 e^{j0,0982^\circ}$$

$$\dot{B} = \dot{Z} = 52,19 e^{j78,12^\circ}$$

$$\dot{C} = \dot{Y} \left(1 + \frac{\dot{Z}\dot{Y}}{4} \right) = 0,3186 \cdot 10^{-3} e^{j90} (1 - 0,004182 + j0,00085)$$

$$\dot{C} = 0,3173 \cdot 10^{-4} e^{j90,049^\circ} \text{ [siemens]}$$

$$\dot{D} = \dot{A}.$$

21. Quais as constantes generalizadas da linha do Exerc. 9?

Solução

$$\dot{A} = 1; \dot{B} = \dot{Z} = 9,6 + j24,6 \text{ [ohm]}$$

$$\dot{C} = 0; \dot{D} = 1.$$

22. Determinar as constantes generalizadas da linha do Exerc. 12.

Solução

$$\dot{A} = \cosh \gamma l = 0,895 e^{j1,38}$$

$$\dot{B} = \dot{Z}_c \sinh \gamma l = 404,774 e^{-j5,9^\circ} \cdot 0,451 e^{j84,5} = 182,553 e^{j78,6} \text{ [ohm]}$$

$$\dot{C} = \frac{1}{\dot{Z}_c} \sinh \gamma l = \frac{0,451 e^{j84,5}}{404,774 e^{-j5,9}} = 1,114 \cdot 10^{-3} e^{j90,4} \text{ [siemens]}$$

$$\dot{D} = \dot{A}.$$

23. Verificar se é possível alimentar uma carga de 40 [MVA] sob $\cos = 0,85$ (IND) através de uma linha de transmissão de 132 [kV], cujas características são:

$$\dot{A} = \dot{D} = 0,816 e^{j4,35}$$

$$\dot{B} = 227,2 e^{j72,3} \text{ [ohm]}$$

$$\dot{C} = 15,7 \cdot 10^{-4} e^{j91,40} \text{ [siemens].}$$

Ela é alimentada através de um transformador trifásico de 50 [MVA], 11/132 [kV], cuja reatância de dispersão é de 12%. Junto ao receptor, um transformador de mesma potência e reatância de 10% 132/13,2 [kV] abaixa a tensão. A tensão no barramento alimentador é mantida constante e igual a 11,5 [kV].

a — em caso de possibilidade, determinar o valor de U_2 ;

b — verificada a impossibilidade de transmissão, assinalar as prováveis causas e sugerir soluções.

Destacar os valores das constantes \dot{A} , \dot{B} , \dot{C} e \dot{D} do sistema assim formado.

24. Uma linha de transmissão de 380/420 [kV] tem um comprimento total de 570 [km]. A uma distância de 250 [km] do receptor existe uma subestação de manobras, onde se encontra instalado um reator indutivo trifásico, conectado em estrela, cuja potência é de 100 [MVar], sob 380[kV] entre fases.

Sendo

$$\dot{Z}_c = 118,4 e^{-j2,335} \text{ [ohm]}$$

e

$$\gamma l = 0,745 e^{j87,633^\circ} \text{ [1/km]},$$

calcular o valor das constantes A , B , C e D do sistema assim formado.

25. Qual deve ser o valor da tensão U_1 e da potência complexa no transmissor, quando o sistema acima entrega no receptor 750 [MVA] sob $\cos \phi_2 = 0,95$ (IND) sob 380 [kV] entre fases?

26. Uma linha de transmissão de interligação de sistema, da classe de 380/420 [kV], possui as seguintes constantes generalizadas:

$$\dot{A} = \dot{D} = 0,7363 e^{j1,7^\circ}$$

$$\dot{B} = 160,76 e^{j86,70^\circ}$$

$$\dot{C} = 0,002861 e^{j90,4^\circ}.$$

A tensão entre fases no barramento receptor deve ser mantida a 380 [kV], enquanto que aquela do transmissor é mantida constante e igual a 400 [kV]. A fim de que o ângulo de potência não exceda $\theta = 28^\circ$, quais as potências transmissíveis?

Solução

Aplicamos as Eqs. (4.90) ou (4.91):

$$\dot{N}_2 = U_2 \left[\left(\frac{U_1}{B} e^{j(\beta_B - \theta)} - \frac{A U_2}{B} e^{j(\beta_B - \beta_A)} \right) \right] \text{ [kVA]} \quad (\text{Eq. 4.90})$$

São dados:

$$U_1 = \frac{400\,000}{\sqrt{3}}; \quad U_2 = \frac{380\,000}{\sqrt{3}}; \quad \theta = 28^\circ$$

logo,

$$A = 0,7363; \quad B = 160,76; \quad \beta_B = 86,7^\circ; \quad \beta_A = 1,7^\circ;$$

$$\dot{N}_2 = \frac{380}{\sqrt{3}} \left[\frac{400}{\sqrt{3} \cdot 160,76} e^{j58,9} - \frac{0,7363 \cdot 380}{\sqrt{3} \cdot 160,76} e^{j85^\circ} \right]$$

$$\dot{N}_2 = 219,393 [1,41655 e^{j58,9} - 1,00485 e^{j85^\circ}]$$

$$\dot{N}_2 = 152,824 e^{j13,97^\circ} \text{ [MVA]} \quad \therefore \cos \phi_2 = 0,9511 \text{ (IND)}$$

ou

$$P'_2 = 144,523 \text{ [MW] por fase}$$

$$Q'_2 = 49,680 \text{ [MVar] por fase}$$

ou

$$P_2^3 = 433,569 \text{ [MW] trifásicos}$$

$$Q_2^3 = 149,040 \text{ [MVar] trifásicos.}$$

27. O que aconteceria, na linha do exercício anterior, se a tensão em 2 (receptor) fosse elevada a 420 [kV] entre fases, permanecendo em 1 (transmissor) a mesma tensão de 400 [kV]? Demonstrar.

28. Qual deverá ser a tensão no barramento 2 (receptor) para que a linha do Exerc. 26 transporte 500 [MVA] sob $\cos \phi_2 = 0,95$ (IND), mantendo-se em 1 (transmissor) a tensão de 420 [kV]?

Aplicaremos a equação:

$$U_2^4 + U_2^2 \cdot \frac{2B}{A} \left[P_2 \cos(\beta_B - \beta_A) + Q_2 \sin(\beta_B - \beta_A) - \frac{U_1^2}{2AB} \right] + \frac{P_2^2 + Q_2^2}{A^2} B^2 = 0. \quad (\text{Eq. 4.96})$$

Temos:

$$A = 0,7363$$

$$B = 160,76$$

4.6 - EXERCÍCIOS

$$\beta_B = 86,7^\circ$$

$$\beta_A = 1,7^\circ$$

$$P_2 = 1/3 \cdot 500\,000 \cdot 0,95 = 158\,334,0 \text{ [kW]}$$

$$Q_2 = 1/3 \cdot 500\,000 \cdot 0,31225 = 52\,046,67 \text{ [kVAr]}$$

$$\dot{U}_1 = \frac{420}{\sqrt{3}} = 242,5 \text{ [kV].}$$

Substituindo os valores na equação acima, teremos:

$$U_2^4 - 7,97947 \cdot 10^4 U_2^2 + 13,242020 \cdot 10^4 = 0;$$

logo,

$$U_2 = \pm \sqrt{\frac{7,98 \cdot 10^4 \pm \sqrt{(7,98)^2 \cdot 10^8 - 4 \cdot 13,24 \cdot 10^8}}{2}}$$

A solução desta equação fornece quatro raízes, porém uma única possui valores aceitáveis:

$$U'_2 = 237\,183 \text{ [V]}$$

$$U''_2 = 153,4242 \text{ [V]}$$

ou no barramento,

$$U'_{\Delta 2} = 410\,813 \text{ [V]}$$

$$U''_{\Delta 2} = 265\,738 \text{ [V].}$$

Comentário

Como era previsto, encontramos duas raízes positivas. Somente a maior tem significado prático.

29. Qual será a potência complexa transmissível se a tensão no barramento do receptor for mantida igual àquela do receptor e igual a 400 [kV] entre fases na linha do Exerc. 19?

30. Uma linha de transmissão trifásica a circuito duplo opera com uma carga de 1 000 [MVA] $\cos \phi_2 = 0,8$ (IND), alimentada por um barramento de 450 [kV]. Qual o valor da tensão no receptor?

Dados:

$$\hat{A} = 0,7363 e^{j1,7^\circ}$$

$$\hat{B} = 80,39 e^{j86,7^\circ}$$

$$\hat{C} = 0,00572 e^{j90,4^\circ}$$

31. Mostrar que a Eq. (4.96), aplicada a uma linha curta, é equivalente à equação deduzida no Exerc. 9, para o mesmo tipo de linha.

32. Qual o valor da tensão em vazio no receptor da linha descrita no Exerc. 30 e qual o valor da corrente de curto-circuito permanente da mesma, para um curto-circuito metálico no barramento do receptor?

33. Uma linha de transmissão de 735 [kV] tem um comprimento de 100 [km] e serve de interligação entre dois grandes sistemas que mantêm, nos pontos de interligação, tensões constantes equilibradas e iguais a 735 [kV]. Admitindo que a linha esteja operando com 3 448 [MW] no receptor, determinar o vetor das potências no receptor. Determinar igualmente o vetor das correntes no receptor e as suas componentes simétricas. Admitir os cabos pára-raios isolados. Foram dadas (ver Caps. 7 e 8):

a — Matriz das impedâncias (linha trifásica equivalente sem cabos pára-raios):

$$\left. \begin{aligned} Z_{11} &= 0,0051264 + j0,3069234 \\ Z_{12} &= 0,0045902 + j0,0982764 = Z_{21} \\ Z_{13} &= 0,0050558 + j0,0603318 = Z_{31} \\ Z_{22} &= 0,0041399 + j0,2944889 \\ Z_{23} &= 0,0045902 + j0,0982764 = Z_{32} \\ Z_{33} &= 0,0051264 + j0,3069234 \end{aligned} \right\} \text{ [ohm/km]}$$

b — Matriz das admitâncias

$$Y_{11} = j4,219 \cdot 10^{-6} = Y_{33}$$

$$Y_{12} = -j0,784 \cdot 10^{-6} = Y_{21}$$

$$Y_{13} = -j0,247 \cdot 10^{-6} = Y_{31}$$

$$Y_{22} = j4,350 \cdot 10^{-6}$$

$$Y_{23} = -j0,784 \cdot 10^{-6} = Y_{32}$$

Seguindo o processo delineado no Item 4.5, foram calculadas as matrizes das constantes generalizadas dos quadripolos representativos de 25 [km] de linha (circuitos II nominais) e do quadriplô equivalente em computador digital; com estes, através das equações das potências adaptadas ao sistema trifásico, foram determinados os seguintes valores no receptor:

Grandezas no receptor	Fase 1	Fase 2	Fase 3
Potências ativas [MW]	1074,38°	1282,80°	1091,03°
Potências reativas [MVAR]	-188,31°	-39,68°	123,26°
Correntes nas fases [A]	2570,39/ <u>+9,94°</u>	3024,40/ <u>-118,30°</u>	2587,40/ <u>113,55°</u>
Correntes seqüência positiva [A]	2709,85/ <u>1,74°</u>	2709,85/ <u>-118,26°</u>	2709,85/ <u>121,74°</u>
Correntes seqüência negativa	369,52/ <u>22,63°</u>	369,52/ <u>-117,37°</u>	369,52/ <u>+2,63°</u>
Correntes seqüência nula [A]	55,07/ <u>65,94°</u>	55,07/ <u>65,94°</u>	55,07/ <u>65,94°</u>

Observação: Os resultados acima mostram o grau de desequilíbrio provocado pela ausência de transposições; em 100 km da linha, é bastante pequeno, com correntes de seqüência nula da ordem de 2% da corrente na linha.

4.7 — BIBLIOGRAFIA

- 1 — VIDMAR, M. — *Die Gestalt der Elektrischen Freileitung*. Verlag Birkhäuser, Basileia, Suíça, 1952.
- 2 — BIERMANS, J. — *Energieübertragung auf Grosse Entfernungen*. Verlag G. Braun, Karlsruhe, 1949.
- 3 — STEVENSON, W. D. — *Elements of Power System Analysis*. McGraw-Hill — Kogakusha, Tóquio, 1962. 2.ª edição.
- 4 — JOHNSON, W. C. — *Transmission Lines and Networks*. McGraw-Hill — Kogakusha, Tóquio, 1950.
- 5 — WADDICOR, H. — *The Principles of Electric Power Transmission*. Chapman e Hall, Londres, 1964. 5.ª edição.
- 6 — GUILLE, A. E. e PATERSON, W. — *Electrical Power Systems*. Oliver & Boyd, Edinburg, 1969. Vol. 1.

- 7 — REZA, F. M. e SEELY, S. — *Modern Network Analysis*. McGraw-Hill — Kogakusha, Tóquio, 1959.
- 8 — NETUSHIL, A. V. e STRAJOV, S. V. — *Principios de Electrotecnia*. Editorial Cartago, Buenos Aires, 1959. Vol. 2.
- 9 — CENTRAL STATION ENGINEERS — *Electrical Transmission and Distribution Reference Book*. Ed. da Westinghouse Electric Corporation, East Pittsburgh, 1950. 4.^a edição.
- 10 — KING, R. W. P. — *Transmission Line Theory*. Dover Publications, Inc., Nova Iorque, 1965.

5

Processos Gráficos de Cálculo das Linhas de Transmissão

5.1 — INTRODUÇÃO

Os processos gráficos para a solução de problemas relacionados com linhas de transmissão impuseram-se desde os primórdios da técnica, tanto por sua relativa simplicidade como também por proporcionarem o meio menos trabalhoso para a análise de um grande número de condições de funcionamento de uma linha, como em geral é desejável. Uma vez preparado o gráfico para uma linha, este servirá sempre para ela, desde que suas características não sejam alteradas. Muitos desses processos permitem, inclusive, incluir o efeito de transformadores e reatores, como também o rápido dimensionamento destes últimos.

Grande parte dos processos gráficos aventados e utilizados foram gradativamente caindo em desuso à medida que novos e mais práticos foram aparecendo.

A generalização do emprego dos computadores digitais na solução de problemas técnicos, principalmente quando um programa pode ser usado em estudos repetitivos, como é o caso nas linhas de transmissão, trouxe uma tendência ao abandono também dos métodos gráficos mais laboriosos. Os diagramas *Perrine-Baum* [8], largamente empregados, principalmente na Europa, estão entre estes.

Neste trabalho, limitaremos nossos estudos somente a um processo gráfico capaz de resolver as equações gerais das linhas de transmissão e aos diagramas circulares das potências e perdas, hoje ainda bastante usados dada sua simplicidade, bem como a uma modificação dos mesmos, devido a R. D. Goodrich Jr. [10]. São recomendáveis para a aferição de cálculos analíticos.

5.2 — DIAGRAMA D'ESCANGLON DAS CORRENTES E TENSÕES

Aplica-se às linhas homogêneas. Permite determinar graficamente a variação das tensões e correntes ao longo das linhas através de elegante construção gráfica, baseada nas equações fundamentais dessas linhas. Johnson [1] apresenta o mesmo diagrama sob a denominação de *Crank Diagram* e Vidmar [2], sob o nome de *Diagrama de Koselj*. Seu interesse é primordialmente didático, servindo, no entanto, para resolver também problemas práticos.

Retomemos as Eqs. (3.51) e (3.52), colocando-as sob a seguinte forma:

$$\dot{U}_x = \dot{A}_1 e^{\dot{\gamma}x} + \dot{A}_2 e^{-\dot{\gamma}x} \quad [\text{V}] \quad (\text{Eq. 3.51a})$$

$$\dot{Z}_c \dot{I}_x = \dot{A}_1 e^{\dot{\gamma}x} - \dot{A}_2 e^{-\dot{\gamma}x} \quad [\text{A}], \quad (\text{Eq. 3.52a})$$

sendo \dot{A}_1 e \dot{A}_2 , como vimos:

$$\dot{A}_1 = \frac{\dot{U}_2 + \dot{I}_2 \dot{Z}_c}{2} \quad [\text{V}]$$

$$\dot{A}_2 = \frac{\dot{U}_2 - \dot{I}_2 \dot{Z}_c}{2} \quad [\text{V}].$$

A — Linha sem perdas em carga — Lembramos que a função de propagação é um número complexo, de que a parte real, a constante de atenuação, representa as perdas de energia. Numa linha ideal temos $\alpha = 0$ e $\dot{\gamma} = j\beta$. Nessas condições, também $\dot{Z}_c = Z_o$, que é um número real, e o argumento do produto $\dot{I}_2 Z_o$ é o mesmo de \dot{I}_2 .

Nessas condições, as Eqs. (3.51a) e (3.52a) poderão ser escritas:

$$\dot{U}_x = \dot{A}_1 e^{j\beta x} + \dot{A}_2 e^{-j\beta x} \quad [\text{V}]$$

$$\dot{Z}_o \dot{I}_x = \dot{A}_1 e^{j\beta x} - \dot{A}_2 e^{-j\beta x} \quad [\text{A}];$$

dividindo ambas por $e^{j\beta x}$, teremos:

$$\dot{U}_x e^{-j\beta x} = \dot{A}_1 + \dot{A}_2 e^{-j2\beta x} \quad (5.1)$$

$$\dot{Z}_o \dot{I}_x e^{-j\beta x} = \dot{A}_1 - \dot{A}_2 e^{-j2\beta x} \quad (5.2)$$

A construção gráfica é a seguinte (ver Fig. 5.1):

a — Tracemos os fasores \dot{U}_2 (segmento OA) e $Z_o \dot{I}_2$ (segmento OB) e liguemos os pontos BA , marcando em seu centro o ponto M . Teremos então $BM = AM$. Examinemos o triângulo OAB :

$$\dot{U}_2 = \vec{BA} + Z_o \dot{I}_2$$

ou

$$\vec{BA} = \dot{U}_2 - Z_o \dot{I}_2;$$

portanto:

$$\vec{BM} = \frac{1}{2} (\dot{U}_2 - Z_o \dot{I}_2) = \dot{A}_2 \quad (5.3)$$

b — Se por O e M passarmos a linha, OC de forma que

$$\vec{OC} = \dot{U}_2 + Z_o \dot{I}_2, \text{ logo } \vec{OM} = \vec{MC} = 1/2 (\dot{U}_2 + Z_o \dot{I}_2) = \dot{A}_1.$$

c — Com centro em M e raio $\vec{AM} = \vec{MB}$, tracemos o círculo d'Escanglon.

d — Tracemos um outro diâmetro $A'B'$ escolhido de forma que o ângulo $AMA' = -2\beta x$. Será então:

$$\vec{OA}' = \dot{A}_1 + \dot{A}_2 e^{-j2\beta x} = \dot{U}_x e^{-j\beta x}$$

$$\vec{OB}' = \dot{A}_1 - \dot{A}_2 e^{-j2\beta x} = Z_o \dot{I}_x e^{-j\beta x}$$

e — Dando aos fasores \vec{OA}' e \vec{OB}' um giro $+\beta x$, encontraremos os pontos A'' e B'' , de forma que:

$$OA'' = \dot{U}_x \quad (5.4)$$

e

$$OB'' = Z_o \dot{I}_x, \quad (5.5)$$

ficando perfeitamente determinados os valores de ϕ_x e θ .

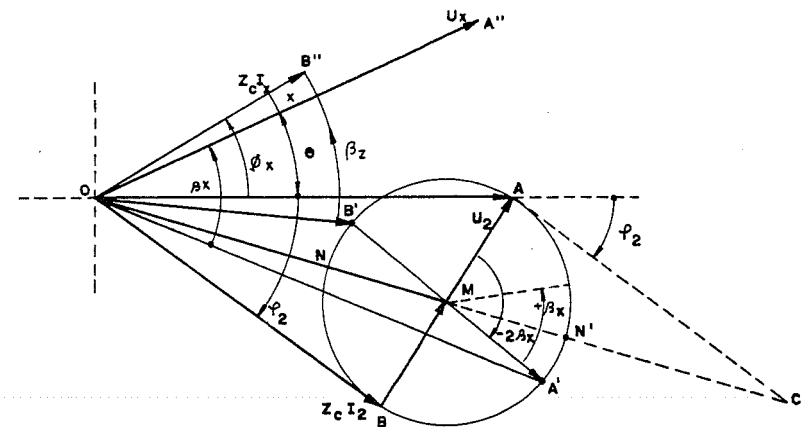


Fig. 5.1 — Diagrama d'Escanglon da linha ideal.

Se desejarmos traçar o diagrama de andamento das tensões e correntes em função do comprimento da linha, expresso em frações do comprimento da onda, procederemos da maneira que segue.

Seja determinar as tensões e correntes, em n pontos ao longo da linha, igualmente espaçados de λ/n [km] uns dos outros; como $\lambda = 2\pi/\beta$, no diagrama teremos:

$$2\beta x = 2\beta \cdot \frac{2\pi}{\beta} = 4\pi.$$

Logo, para representar um comprimento de onda λ [km] será necessário fazer A_2 descrever um ângulo igual a $4\pi = 720^\circ$. Uma volta completa, saindo de A e retornando a A , representa, pois, um comprimento $x = \lambda/2$. O ponto B representa, portanto, $x = \lambda/4$.

Sendo n o número de frações para as quais desejamos conhecer as tensões ou correntes, λ/n será representado por um ângulo

$$2\beta x = 2\beta x \cdot 2\pi/\beta n = 4\pi/n.$$

O valor máximo da tensão ocorre para $2\beta x = M\hat{A}N'$, coincidindo com o valor mínimo da corrente, $Z_c \hat{I}_2 = ON$. O valor mínimo da tensão será para $2\beta x = M\hat{A}N$, isto é, quando A' coincidir com N . A corrente será máxima, então.

B — Linha real com carga — O processo de construção do diagrama é essencialmente o mesmo. As equações de partida (3.51a) e (3.52a) devem, porém, considerar a atenuação da linha devida às suas perdas, e serão escritas:

$$\hat{U}_x e^{-\gamma x} = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 e^{-2\gamma x} \quad (5.6)$$

$$\hat{Z}_c \hat{I}_x e^{-\gamma x} = \hat{A}_1 - \hat{A}_2 e^{-2\gamma x} \quad (5.7)$$

Neste caso, o produto $\hat{Z}_c \hat{I}_2$ terá argumento próprio, diferente daquele de \hat{I}_2 o qual deverá ser usado no diagrama. Traçamos então os fasores U_2 e $I_2 Z_c$, com o ângulo $(\phi_2 \pm \delta)$ entre ambos, e traçamos o círculo d'Escanglon da forma anteriormente descrita (Fig. 5.2).

Para um comprimento de linha x [km] devemos determinar o ângulo $M\hat{A}A'_1$ de maneira que as perdas sejam incluídas, o que é possível através da expressão:

$$\hat{A}_2 e^{-2\gamma x} = \hat{A}_2 e^{-2(\alpha + j\beta)x} = \hat{A}_2 e^{-2\alpha x} e^{-j2\beta x}.$$

A partir de A , medimos em sentido anti-horário o ângulo $2\beta x$. Como MA_1' representa, em escala, o fasor \hat{A}_2 , a distância MA' representará na mesma escala, o valor de $\hat{A}_2 e^{-2\alpha x}$. Portanto, $OA' = \hat{U}_x e^{-\gamma x}$.

Se MB representa $-\hat{A}_2$, MB_1 representará $-\hat{A}_2 e^{+\beta x}$, donde concluímos que OB' representa $\hat{Z}_c \hat{I}_x e^{-\gamma x}$.

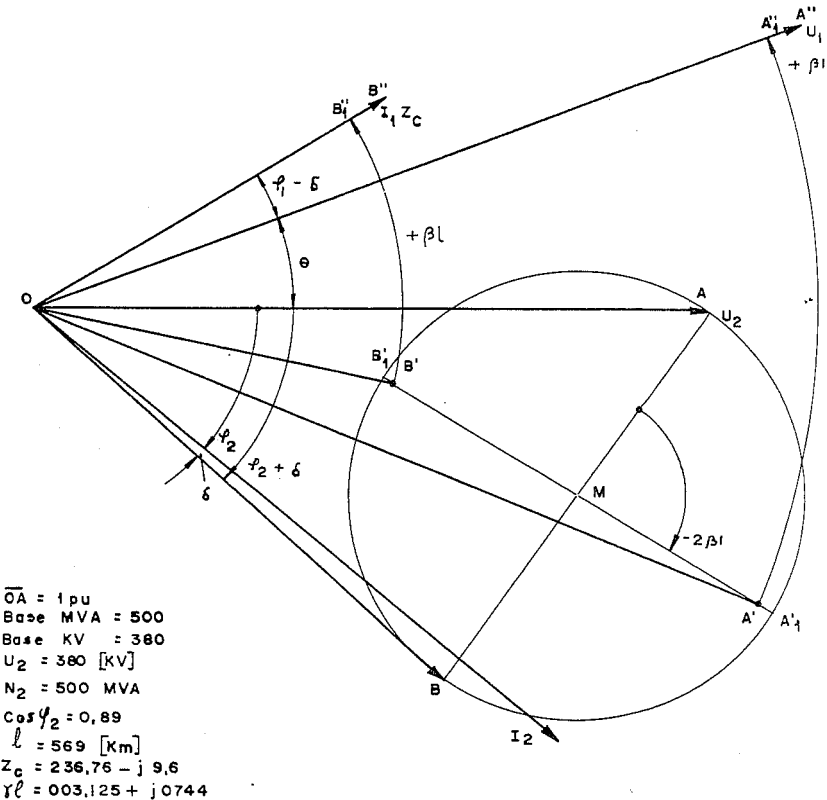


Fig. 5.2 — Diagrama d'Escanglon para a linha real.

Os valores de \hat{U}_x e $\hat{Z}_c \hat{I}_x$ são obtidos imprimindo-se aos vetores OA' e OB' a rotação $+\beta x$ e multiplicando-os simultaneamente por $e^{\alpha x}$.

O diagrama d'Escanglon se presta também para a análise das linhas homogêneas operando em vazio e em curto-circuito.

C — Linha real sem carga — Para operação sem carga, temos:

$$\hat{I}_2 = 0;$$

logo, das Eqs. (3.51) e (3.52) obteremos:

$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \frac{\hat{U}_2}{2} \quad (5.8)$$

e as equações (5.3) e (5.4) se tornarão:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{U}_2}{2} + \frac{\dot{U}_2}{2} e^{-j\gamma x} &= \dot{U}_x e^{-j\gamma x} \\ \frac{\dot{U}_2}{2} - \frac{\dot{U}_2}{2} e^{-j2\gamma x} &= \dot{Z}_c \dot{I}_x e^{-j\gamma x}. \end{aligned} \quad (5.9)$$

O centro M estará sobre $OA = \dot{U}_{20}$ e o círculo passará por O e por A . Traçando $A'B'_1$, fazendo o ângulo $-2\beta x$ com \dot{U}_2 , marcaremos:

$$MA_1 = \dot{U}_2 e^{-\alpha x} \quad \text{e} \quad MB_1 = \frac{\dot{U}_2}{2} e^{-\alpha x}$$

OA_1 será então $\dot{U}_x e^{-j\beta x}$ e OB_1 será $\dot{Z}_c \dot{I}_x e^{-j\beta x}$.

Dando a OA_1 e a OB_1 um giro $+\beta x$, encontraremos, se multiplicarmos seus módulos por $e^{\alpha x}$ (ver Fig. 5.3):

$$OA''_1 = \dot{U}_{x0} \quad \text{e} \quad OB''_1 = \dot{Z}_c \dot{I}_x.$$

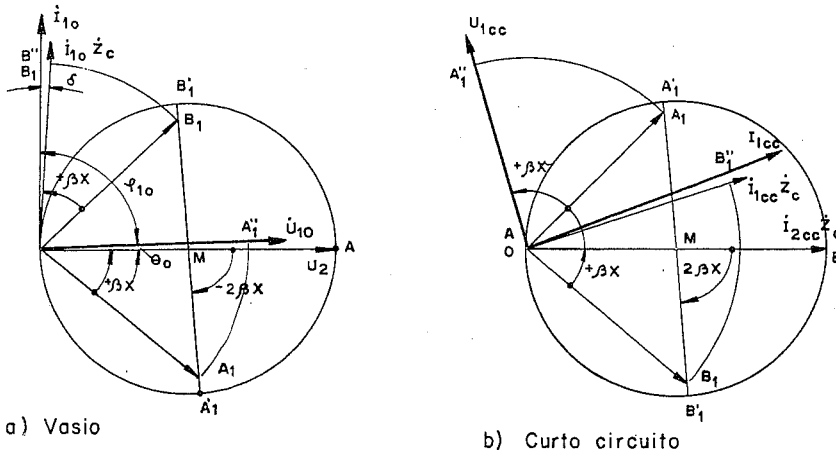


Fig. 5.3 — Diagrama d'Escanglon em vazio e curto-circuito.

D — Linha real em curto-circuito — Operando em curto-circuito junto ao receptor, será $\dot{U}_2 = 0$, logo (ver Fig. 5.3b);

$$\dot{A}_1 = \dot{A}_2 = -\frac{\dot{I}_2 \dot{Z}_c}{2} \quad (5.10)$$

As equações se tornam:

$$-\frac{\dot{I}_2 \dot{Z}_c}{2} - \frac{\dot{I}_2 \dot{Z}_c}{2} e^{-j2\gamma x} = \dot{U}_{x_{cc}} e^{-j\gamma x} \quad (5.11)$$

$$-\frac{\dot{I}_2 \dot{Z}_c}{2} + \frac{\dot{I}_2 \dot{Z}_c}{2} e^{-j2\gamma x} = \dot{I}_{2_{cc}} \dot{Z}_c e^{-j\gamma x}. \quad (5.12)$$

O ponto A coincide com O , portanto:

$$OM = A_1 = \frac{\dot{I}_{2_{cc}} \dot{Z}_c}{2}$$

e

$$BM = A_2 = -\frac{\dot{I}_{2_{cc}} \dot{Z}_c}{2}.$$

Nesse caso, $AB_1 = \dot{I}_{2_{cc}} \dot{Z}_c e^{-j\gamma x}$ e $AA_1 = \dot{U}_{1_{cc}} e^{-j\gamma x}$;

logo,

$$OA''_1 = \dot{U}_{1_{cc}} \quad \text{e} \quad OB''_1 = \dot{I}_{1_{cc}} \dot{Z}_c.$$

5.3 — DIAGRAMAS CIRCULARES

É o nome genérico dado a diversos tipos de diagramas que foram propostos para resolver problemas relacionados com linhas de transmissão e mesmo com quadripolos em geral.

Destacam-se os *Diagramas Circulares das Potências*, que passaremos a examinar. São de construção relativamente simples, proporcionando ao mesmo tempo excelente visão de conjunto para a sua consulta.

Sua construção se baseia nas equações gerais dos quadripolos, podendo ocorrer sob as condições existentes no receptor, no transmissor e mesmo mistas, através da interligação dos círculos no receptor e no transmissor.

5.3.1 — Diagramas Circulares das Potências

No Cap. 4 foram deduzidas as seguintes equações das potências para quadripolos, aplicáveis às linhas de transmissão:

$$\dot{N}_1 = P_1 + jQ_1 = \frac{U_1^2 \cdot D}{B} e^{j(\beta_B - \beta_D)} - \frac{U_1 U_2}{B} e^{j(\beta_B + \theta)} \quad [\text{VA}] \quad (\text{Eq. 4.98})$$

$$\dot{N}_2 = P_2 + jQ_2 = \frac{U_2^2 A}{B} e^{j(\beta_B - \beta_A)} + \frac{U_1 U_2}{B} e^{j(\beta_B - \theta)} \quad [\text{VA}],$$

que procuraremos representar graficamente. Verificamos que, em ambas as extremidades da linha, a potência complexa pode ser representada por duas componentes. Uma vez que as partes reais desses complexos representam as potências ativas P e suas partes imaginárias as suas potências reativas Q , é possível representar no plano complexo $P + jQ$ as potências complexas N_1 e N_2 , como também as suas duas componentes.

Se considerarmos que freqüentemente as linhas de transmissão são operadas com ambas as tensões U_1 e U_2 constantes, a única variável que resta do lado direito das Eqs. (4.90) e (4.98) é, evidentemente, θ , o ângulo relativo entre as tensões U_1 e U_2 conhecido como ângulo de potência. Isso significa que os valores representados pelos primeiros termos dos segundos membros das equações permanecem constantes em módulo e fase, enquanto que os segundos termos, mesmo mantendo constantes os seus módulos, podem variar de fase. Nessas condições, as extremidades dos vetores representados pelos segundos termos do segundo membro podem descrever círculos de raios constantes, tendo como centros as extremidades dos vetores representados pelos primeiros membros.

5.3.1.1 — Diagrama do Transmissor

Para a Eq. (4.98) teremos:

$$\frac{U_1^2 D}{B} [\cos(\beta_B - \beta_D) + j \operatorname{sen}(\beta_B - \beta_D)],$$

que, no plano complexo $P + jQ$, será representado pelas coordenadas (ver Fig. 5.4):

$$x_1 = \frac{U_1^2 D}{B} \cos(\beta_B - \beta_D) \quad (5.13)$$

$$y_1 = \frac{U_1^2 D}{B} \operatorname{sen}(\beta_B - \beta_D) \quad (5.14)$$

e pelo módulo

$$\frac{U_1^2 D}{B}, \quad (5.15)$$

ou seja, pelo vetor C_1O , cujo argumento é invariável e cujo módulo depende só de U_1 .

O segundo termo do segundo membro será representado pelo vetor de módulo:

$$r_1 = \frac{U_1 U_2}{B} = C_1 S_1. \quad (5.16)$$

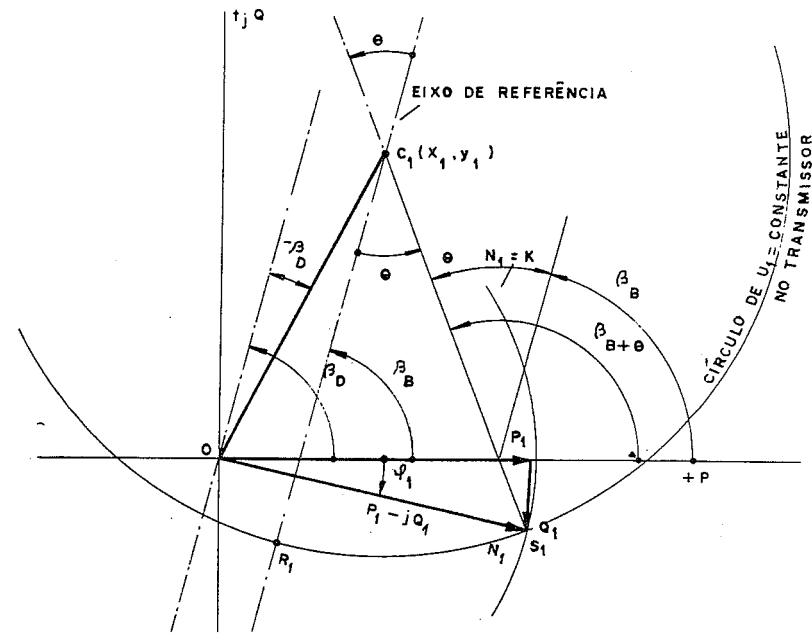


Fig. 5.4 — Diagrama circular das potências no transmissor, para $U_2 = k$.

Seu argumento ($\beta_B + \theta$) é variável, estando, pois, livre para girar em torno de $C_1(x_1, y_1)$, descrevendo um círculo de raio constante r_1 , representando as relações $U_1 \cdot U_2$ constantes.

A Eq. (4.98) ficará satisfeita se completarmos o triângulo OC_1S_1 através do vetor N_1 . S_1 pode deslizar sobre o círculo de raio r_1 , que representa o lugar geométrico das potências N_1 para $U_1 \cdot U_2 = \text{constantes}$, sendo seu argumento ϕ_1 medido com relação ao eixo $+P$.

O lugar geométrico dos módulos das potências N_1 constantes é o círculo de centro em O e raio N_1 . Para cada valor de N_1 sobre este círculo corresponde um valor do produto $U_1 \cdot U_2$.

5.3.1.2 — Diagrama no Receptor

A Eq. (4.90) poderá ser representada da forma que segue. O primeiro termo (ver Fig. 5.5):

$$- \frac{U_2^2 A}{B} [\cos(\beta_B - \beta_A) + j \operatorname{sen}(\beta_B - \beta_A)]$$

define as coordenadas de C_2 (extremidade do vetor):

$$x_2 = -\frac{U_2^2 A}{B} \cos(\beta_B - \beta_A) \quad (5.17)$$

$$y_2 = \frac{U_2^2 A}{B} \operatorname{sen}(\beta_B - \beta_A) \quad (5.18)$$

e o módulo do vetor:

$$\frac{U_2^2 A}{B} = \overline{CO}_2. \quad (5.19)$$

O segundo termo do segundo membro é representado pelo vetor de raio:

$$r_2 = \frac{U_1 U_2}{B} \quad (5.20)$$

de argumento variável. Com centro em $C_2(x_2, y_2)$ e raio r_2 , pode-se traçar o círculo de $U_1 \cdot U_2 = \text{constantes}$ no receptor. O círculo de $N_2 = \text{constante}$ é traçado com centro em O .

5.3.1.3 — Diagrama Completo

Para a construção dos diagramas completos ou conjugados das potências, o procedimento é o seguinte (Figs. 5.4, 5.5 e 5.6):

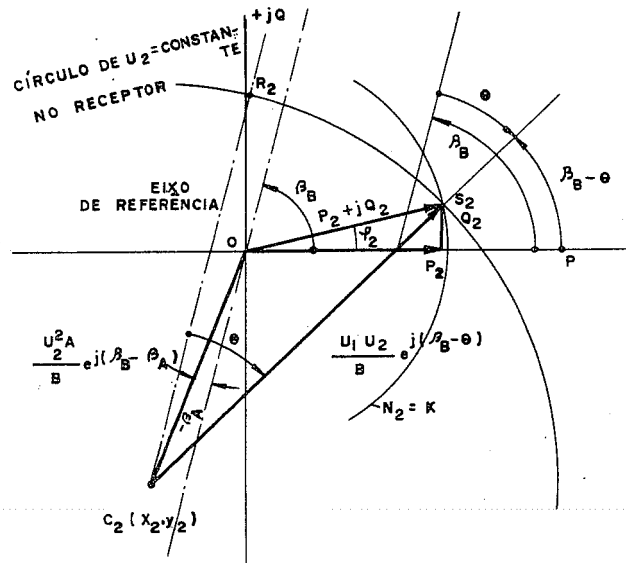


Fig. 5.5 — Diagrama circular das potências no receptor para $U_2 = k$.

a — Calculam-se as coordenadas $C_1(x_1, y_1)$ e $C_2(x_2, y_2)$ pelas Eqs. (5.13), (5.14), (5.17) e (5.18) e locando-as no plano $P \cdot jQ$. Em seguida, ligam-se os pontos C_1 e C_2 com a origem O . Os vetores OC_1 e OC_2 representam, respectivamente:

$$\frac{U_1^2 D}{B} e^{j(\beta_B - \beta_D)}$$

e

$$\frac{U_2^2 A}{B} e^{j(\beta_B - \beta_A)}$$

b — Se, pela origem O , traçarmos um eixo fazendo um ângulo β_B com o eixo real $+P$, veremos que, entre esse eixo e OC_1 , haverá um ângulo β_D . Entre esse mesmo eixo e OC_2 , aparecerá então o ângulo β_A confirmando os argumentos desses vetores.

c — Com os raios $r_1 = U_1 U_2 / B$ e $r_2 = U_1 U_2 / B$ e com centros em C_1 e C_2 , respectivamente, traçamos os círculos dos produtos $U_1 \cdot U_2$ constantes no transmissor e no receptor. Esses círculos representam os lugares geo-

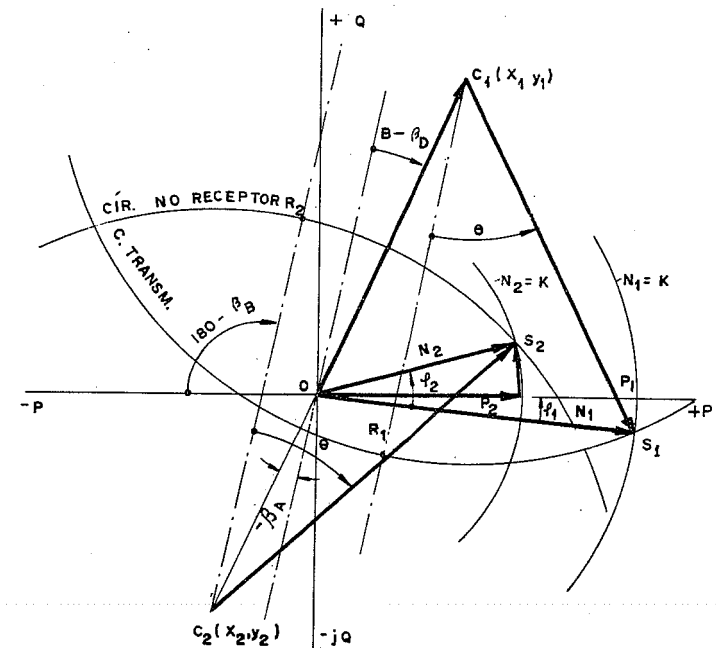


Fig. 5.6 — Diagrama circular das potências conjugado para $U_2 = k$.

métricos das potências aparentes N_1 e N_2 para U_1 e U_2 constantes. Qualquer um de seus pontos poderá representar um ponto de operação da linha para essas potências aparentes. Com centro em O , podemos traçar os círculos para N_1 e N_2 constantes.

d — É preciso que haja, no entanto, correspondência entre os pontos de operação do círculo do receptor e aqueles do círculo do transmissor. Se, por exemplo, traçarmos por O um vetor fazendo um ângulo ϕ_2 com o eixo dos P , encontraremos sobre o círculo C_2 o ponto de operação S_2 . OS_2 representa, em escala, o valor de N_2 para o fator de potência $\cos\phi_2$ especificado. O vetor C_2S_2 representa o termo:

$$\frac{U_1 U_2}{B} e^{j(\beta_B - \theta)}$$

da Eq. (4.90) para ϕ_2 , U_1 e U_2 predeterminados. Se por C_2 passarmos um eixo chamado eixo de referência, fazendo o ângulo β_B com o eixo dos P , o vetor C_2S_2 fará com o mesmo o ângulo θ , como é fácil de se verificar. Esse eixo, ao cortar o círculo C_2 em R_2 , limita entre R_2 e S_2 o arco de círculo correspondente a θ .

Ora, o ângulo θ é o elemento variável comum a ambas as equações. Portanto, se por C_1 também for traçado um eixo de referência, que cortar esse círculo em R_1 , medindo a partir de R_1 o mesmo arco de círculo correspondente a θ encontraremos o ponto S_1 . O vetor C_1S_1 fará com o eixo de referência o ângulo θ , representando o termo:

$$\frac{U_1 U_2}{B} e^{j(\beta_B + \theta)}$$

da Eq. (4.98). S_1 será, pois, o ponto de operação, no círculo do transmissor, correspondente a S_2 no receptor. OS_1 representa a potência aparente no transmissor, necessária para entregar no receptor a potência aparente N_2 sob $\cos\phi_2$.

Como já descrevemos, o diagrama circular das potências tem seu emprego limitado a valores de U_1 e U_2 constantes e prefixados.

Poderemos, no entanto, completá-lo, alterando os valores de U_1 e U_2 individual ou simultaneamente.

A — Diagrama circular das potências para U_2 variável e $U_1 = k$

a — No círculo receptor — Variando U_2 e mantendo constante U_1 , para cada valor de U_2 haverá um novo centro C_2 e um novo valor para o raio r_2 (ver Fig. 5.7), conforme se verifica pelas Eqs. (5.19) e (5.20). Será possível traçar uma família de círculos não concêntricos.

b — No círculo do transmissor — Conforme se verifica pelas Eqs. (5.15) e (5.16), somente os raios dos círculos C_1 serão alterados. Uma família de círculos concêntricos poderá ser traçada, uma para cada valor de U_2 .

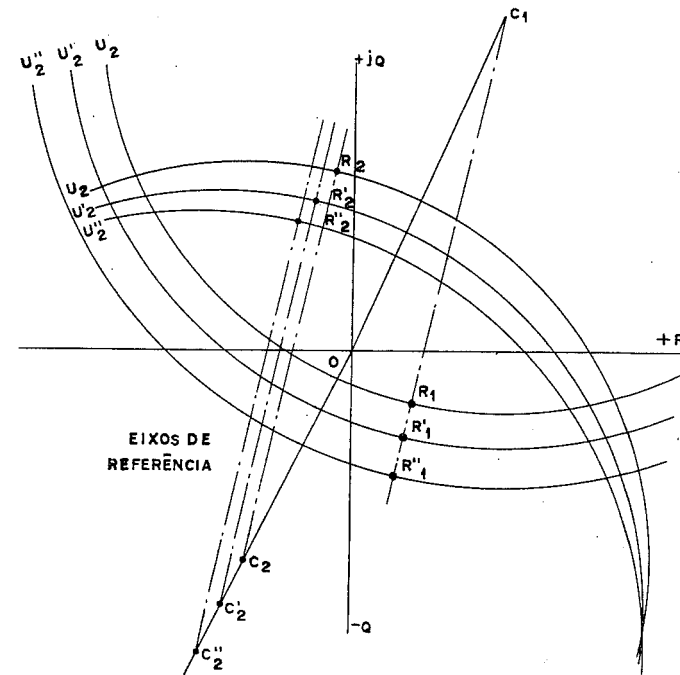


Fig. 5.7 — Diagramas circulares das potências com $U_2 =$ variável.

B — Diagrama circular das potências para U_1 variável e $U_2 = k$

a — No círculo do receptor — Variando U_1 e mantendo U_2 constante, as Eqs. (5.17) e (5.18) se mantêm inalteradas. O raio, definido pela Eq. (5.20), sofrerá alterações, apresentando um valor para cada valor de U_2 . Poderá ser então traçada uma família de círculos com centro em C_2 (ver Fig. 5.8).

b — No círculo do transmissor — Ao variarmos U_1 , conforme se verifica pelas Eqs. (5.13) e (5.14), encontraremos para cada valor de U_1 um centro C_1 diferente, enquanto que, para cada valor de U_1 , também haverá um raio r_1 diferente.

C — Diagrama circular das potências com U_1 e U_2 variáveis

a — No círculo do receptor — Os centros C_2 terão uma nova posição para cada valor de U_2 , enquanto que os valores dos raios r_2 variarão tanto para a variação de U_2 como também de U_1 . Para cada um dos centros C_2 poderá, então, haver uma família de círculos.

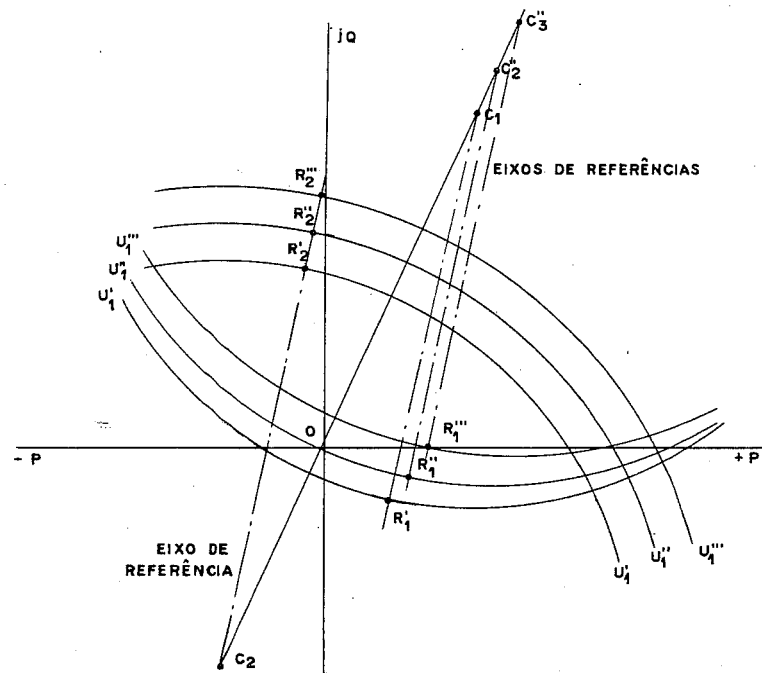


Fig. 5.8 — Diagrama circular das potências com $U_2 = \text{variável}$.

b — No círculo do transmissor — Os centros C_1 variarão de posição, para cada valor de U_1 , enquanto que os valores de r_1 variam tanto com U_1 como também com U_2 . Para cada centro C_1 , poderá, portanto, haver uma família de círculos, como valores variáveis.

Não é preciso muita imaginação para se perceber que o diagrama construído para este último caso se torna demasiadamente complicado, dado o número muito grande de círculos intervenientes.

A construção dos diagramas circulares das potências é realizável com valores em grandeza real, porém, também nesse caso, devem-se preferir valores por unidade.

Escolhem-se como grandezas-base:

a — uma tensão-base U_B [kV], que tanto poderá ser na fase ou entre fases, de preferência a tensão nominal do sistema;

b — uma impedância-base Z_B [ohm], que é, por conveniência, escolhida igual a B . As bases para as potências serão escolhidas de acordo;

c — base $N = \frac{(\text{base } U)^2}{B} = N_B$;

quando a base $U = U_B$ for a tensão entre fases, N_B será potência-base trifásica e o diagrama representará as potências trifásicas.

A fim de construir o diagrama em termos de grandezas por unidade, dividimos as Eqs. (4.90) e (4.98) pela base da potência, ficando:

a — Círculo do transmissor

$$|x_1| = \frac{1}{U_B^2} \cdot \frac{AU_1^2}{B} \cos(\beta_B - \beta_D) = A \frac{U_1^2}{U_B^2} \cos(\beta_B - \beta_D) \quad \text{pu} \quad (5.21)$$

$$|y_1| = \frac{1}{U_B^2} \cdot \frac{AU_1^2}{B} \sin(\beta_B - \beta_D) = A \frac{U_1^2}{U_B^2} \sin(\beta_B - \beta_D) \quad \text{pu} \quad (5.22)$$

$$|r_1| = \frac{1}{U_B^2} \cdot \frac{U_1 U_2}{B} = \frac{U_1 U_2}{U_B} \quad \text{pu.} \quad (5.23)$$

b — Círculo do receptor

$$|x_2| = -\frac{1}{U_B^2} \cdot \frac{AU_1^2}{B} \cos(\beta_B - \beta_A) = -A \frac{U_2^2}{U_B^2} \cos(\beta_B - \beta_A) \quad \text{pu} \quad (5.24)$$

$$|y_2| = -\frac{1}{U_B^2} \cdot \frac{AU_2^2}{B} \sin(\beta_B - \beta_A) = A \frac{U_2^2}{U_B^2} \sin(\beta_B - \beta_A) \quad (5.25)$$

ou

$$|r_2| = \frac{1}{U_B^2} \cdot \frac{U_1 U_2}{B} = \frac{U_1 U_2}{U_B} \quad \text{pu.} \quad (5.26)$$

Uma simplificação de notação, a esta altura, é bastante conveniente. Empregamos:

$$\frac{U_1}{U_B} = 1 \quad \text{pu} \quad U_1 = |U_1|$$

$$\frac{U_2}{U_B} = 1 \quad \text{pu} \quad U_2 = |U_2|. \quad (5.27)$$

As coordenadas e raios dos centros dos círculos serão então definidos por:

a — Círculo do transmissor

$$|x_1| = D |U_1|^2 \cos(\beta_B - \beta_D) \quad (5.13a)$$

$$|y_1| = D |U_1|^2 \text{sen}(\beta_B - \beta_D) \quad (5.14a)$$

$$|r_1| = |U_1| |U_2| \quad (5.16a)$$

b — Círculo do receptor

$$|x_2| = -A |U_2|^2 \cos(\beta_B - \beta_A) \quad (5.17a)$$

$$|y_2| = -A |U_2|^2 \text{sen}(\beta_B - \beta_A) \quad (5.18a)$$

$$|r_2| = |U_1| |U_2|. \quad (5.20a)$$

Os diagramas circulares das potências na forma analisada, que poderíamos chamar de clássica, pecam por falta de simplicidade quando se deseja a variação simultânea das tensões no início e no fim da linha, e deveriam limitar-se à análise de umas poucas situações. Essa desvantagem levou R. D. Goodrich Jr. a idealizar sua modificação, dando-lhe um caráter de universalidade.

5.3.2 — Diagrama Universal das Potências [9,10]

O diagrama universal é construído com valores *por unidade*, obedecendo em princípio, às mesmas regras gerais, empregando, porém, uma única família de círculos concêntricos.

Se construímos um diagrama circular para o receptor de acordo com as Eqs. (5.13a), (5.14a) e (5.16a) para vários valores de $|U_1|$ e um valor fixo $|U_2|$, obteremos os círculos concêntricos, como na Fig. 5.9, estando a origem das coordenadas em O . Se escolhermos um novo valor para $|U_2|$, isto é, $|U'_2|$, e escolhermos vários valores de $|U_1|$, porém de forma que os produtos $|U_1| |U'_2|$ sejam os mesmos que aqueles empregados para obter a primeira família de círculos, obteremos nova família de círculos concêntricos, cujo centro estará agora em C'_2 . A origem das coordenadas continua, no entanto, em O .

Seja $|U_2|$ o primeiro valor estabelecido para a tensão no receptor e $|U_1|_1, |U_1|_2$ e $|U_1|_3$ etc. os valores variáveis de $|U_1|$. Teremos o centro C_2 em (Fig. 5.9a):

$$x_2 = -A |U_2|^2 \cos(\beta_B - \beta_A)$$

$$y_2 = -A |U_2|^2 \text{sen}(\beta_B - \beta_A)$$

e os raios dos círculos serão:

$$r_2^1 = |U_2| |U_1|_1; r_2^2 = |U_2| |U_1|_2$$

$$r_2^3 = |U_2| |U_1|_3 \text{ etc.}$$

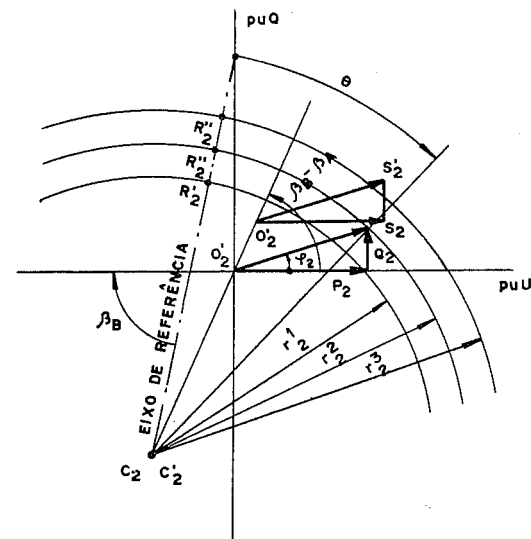
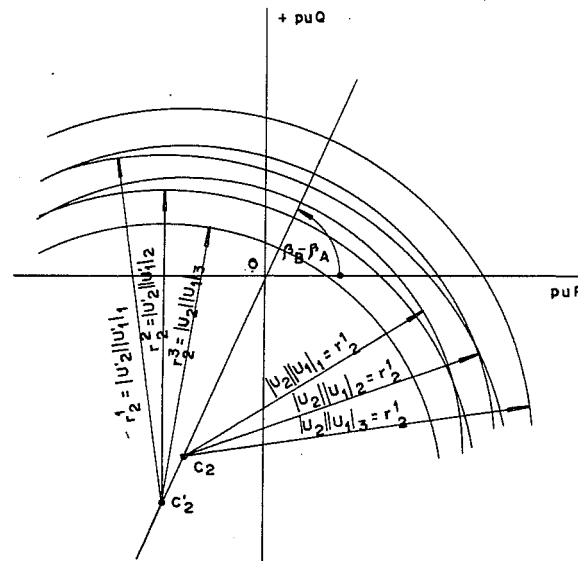


Fig. 5.9 — Construção do diagrama universal das potências no receptor.

Seja $|U'_2|$ o novo valor escolhido para $|U_2|$ e $|U'_1|_1, |U'_1|_2, |U'_1|_3$ os novos valores escolhidos para $|U_1|_3$, porém de forma que:

$$\begin{aligned} |U_2| |U_1|_1 &= |U'_2| |U'_1|_1 = r_1^1 \\ |U_2| |U_1|_2 &= |U'_2| |U'_1|_2 = r_1^2 \\ |U_2| |U_1|_3 &= |U'_2| |U'_1|_3 = r_1^3 \end{aligned}$$

As coordenadas do centro C'_2 do círculo serão:

$$\begin{aligned} x'_2 &= -A |U'_2|^2 \cos(\beta_B - \beta_A) \\ y'_2 &= -A |U'_2|^2 \cos(\beta_B - \beta_A). \end{aligned}$$

Com isso obtivemos duas famílias de círculos de raios iguais, dois a dois, porém com centros C_2 e C'_2 diferentes com uma origem de coordenadas O_2 comum.

Se fizermos o centro C'_2 deslizar sobre o vetor O_2C_2 , até coincidir com C_2 (Fig. 5.9b), observaremos o seguinte:

1 — os círculos de mesmos raios $|U_1| |U_2|$ coincidirão, restando uma única família de círculos, com centro em C_2 ;

2 — haverá um deslocamento também da origem do sistema de coordenadas de O para O' (somente para os círculos que tenham centro em C'). Enquanto que o triângulo das potências para a primeira situação (centro C_2) será traçado a partir de O_2 , na segunda (centro C'_2) deverá ser desenhado a partir de O'_2 .

Se fizermos o deslocamento de todos os pontos C_2' para a origem O_2 do sistema P e jQ , o eixo O_2C_2 se deslocará inteiramente para o primeiro quadrante. Todos os círculos do receptor terão um único centro C_2 , coincidente com a origem de P e jQ , e, para cada valor de $|U_2|$, teremos o ponto O_2' , chamado *centro de operação do receptor*, a partir do qual construiremos o triângulo das potências no receptor.

Observamos ainda o seguinte na Fig. 5.10:

— o eixo dos centros de operação C_2O_2 faz com o eixo $+P$ um ângulo $(\beta_B - \beta_A)^\circ$;

— o eixo de referência, fazendo o ângulo β_B com o eixo $+P$, faz com o eixo que liga C_2 com o *ponto de operação* S_2 o ângulo de potência θ .

Com o diagrama assim preparado, podemos resolver problemas variando simultaneamente $|U_1|$ e $|U_2|$, empregando apenas uma família de círculos no receptor.

O mesmo tratamento poderá ser dispensado ao círculo no transmissor. É de toda conveniência, no entanto, que os círculos no transmissor sejam traçados com mesmos valores dos produtos $|U_2| |U_1|$. Os centros C_1 , C'_1 , C''_1 etc. poderão ser escolhidos para valores arbitrários de $|U_1|$. Ao efetuarmos seus deslocamentos ao longo do eixo OC_1 , obteremos então

os centros de operação do transmissor O_1 , O'_1 etc., e uma única família de círculos com origem em C_1 . Os centros de operação passaram ao 3.º quadrante, como mostram as Figs. 5.11a e 5.11b.

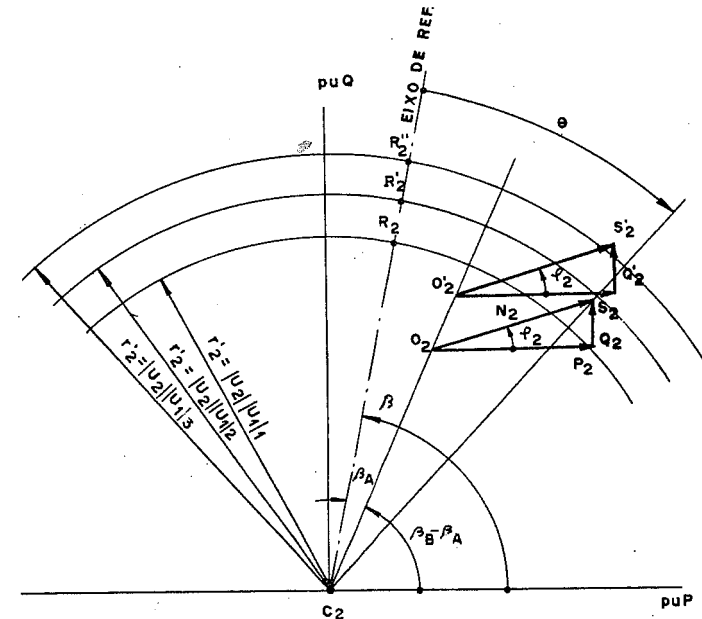


Fig. 5.10 — Diagrama universal das potências no receptor.

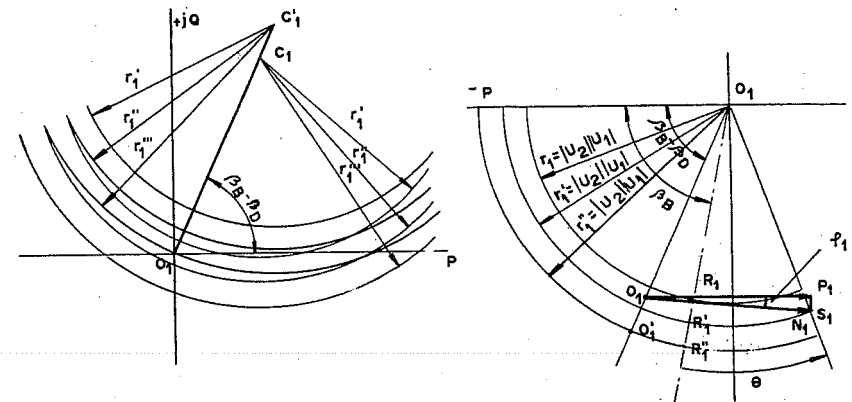


Fig. 5.11 — Construção do diagrama universal das potências no transmissor.

Se associarmos os diagramas universais do transmissor e do receptor, obteremos a Fig. 5.12. Haverá apenas uma família de círculos concêntricos, cada qual com um raio:

$$r_i = |U_1^a| |U_2^a|.$$

O eixo de referência é único, passando pela origem C , enquanto que os eixos CO_1 e CO_2 dos centros de operação, no caso dos quadripolos simétricos como as linhas de transmissão, estão também alinhados.

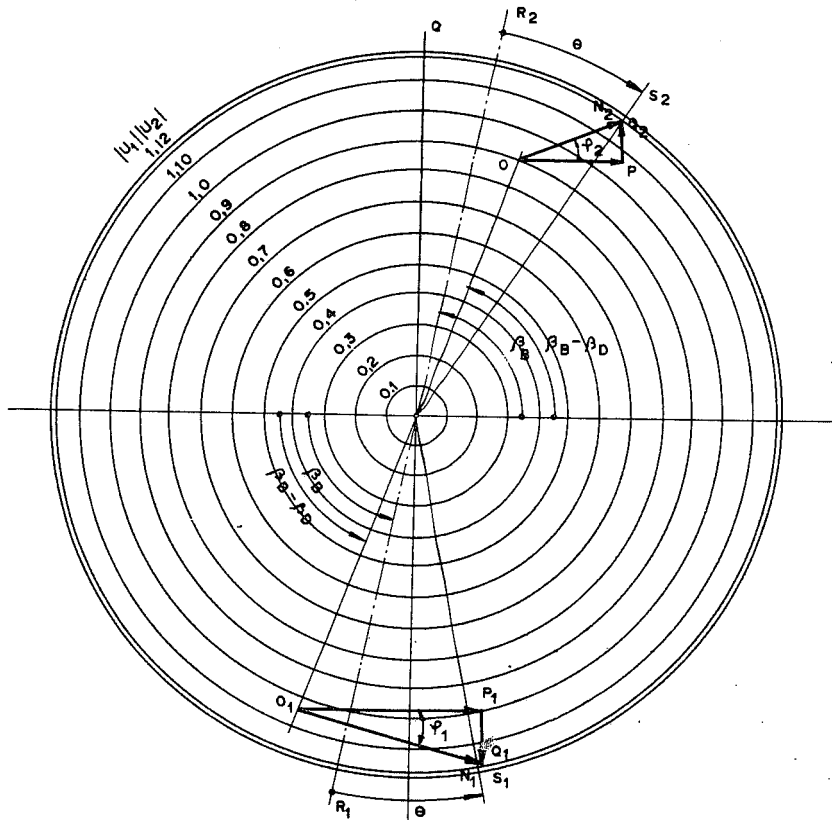


Fig. 5.12 — Diagrama universal das potências conjugado.

Para uma tensão $|U_2^a|$ no receptor e $|U_1^a|$ no transmissor teremos os centros de operação O_2 e O_1 , respectivamente. Sendo ϕ_2 o ângulo do fator de potência no receptor, a potência no receptor será definida por O_2S_2 , estando S_2 sobre o círculo de raio $|U_1^a| |U_2^a|$. Suas projeções sobre os eixos P e jQ nos dão os valores de P_2 e Q_2 . O ângulo de potência será medido pelo arco $R_2S_2 = R_1S_1$.

Para determinar o triângulo das potências no transmissor, devemos proceder do seguinte modo:

a — marcamos o centro de operação O_1 . A partir do eixo de referência, marcamos o ângulo de potência θ , traçamos o eixo CS_1 , estando o ponto de operação do transmissor na intersecção desse eixo e o círculo de raio $|U_1^a| |U_2^a|$;

b — ligando O_1 e S_1 , teremos em pu o valor de N_1 , cujas projeções sobre os eixos P e Q definem P_1 e Q_1 . O ângulo ϕ_1 fica determinado entre O_1S_1 e o eixo das potências reais.

Finalmente, se rebatermos o 3.º e 4.º quadrantes sobre o 1.º e o 2.º quadrantes, os semicírculos se sobreporão, enquanto que os eixos de referência e dos centros de operação do transmissor irão para o 2.º quadrante, como na Fig. 5.13.

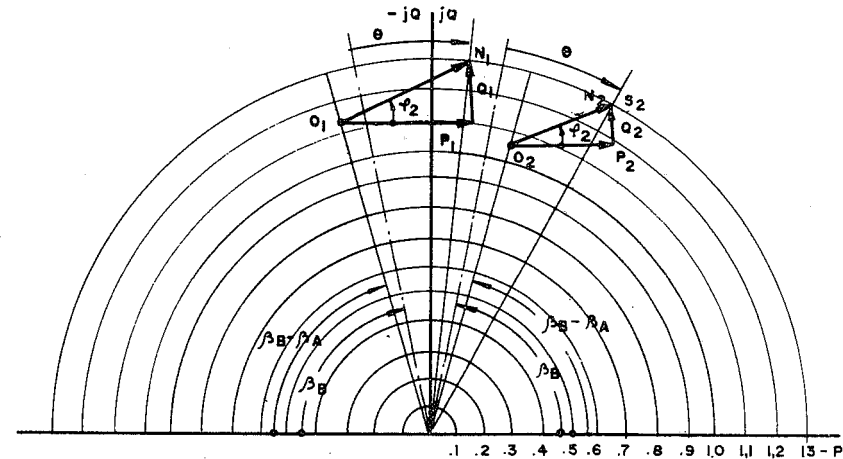


Fig. 5.13 — Diagrama universal das potências.

Os eixos de referência agora são simétricos com relação ao eixo Q , e assim também o serão os eixos dos centros de operação quando $A = D$, como nas linhas de transmissão.

A fim de se empregar o diagrama assim descrito, cuja vantagem principal reside no fato de que a base do diagrama pode ser comum a qualquer linha ou quadripolo na sua simplicidade e clareza, deve-se observar, no entanto, a necessidade de se inverter a convenção de sinal da potência reativa (positiva para potência reativa indutiva) para as potências reativas do transmissor, em virtude do rebatimento do 3.º sobre o 2.º quadrante.

O diagrama poderá ser completado com raios a partir de C , de grau em grau, para facilitar a locação dos eixos de referência e eixos dos centros de operação, bem como para a leitura direta dos ângulos θ . Nos Estados

Unidos, diagramas-base assim preparados podem ser adquiridos prontos, postos à venda por seu autor.

5.3.3 — Diagramas Circulares das Perdas

Para a determinação das perdas de energia na transmissão em um número grande de condições, este diagrama é bastante útil. Ele é associado aos diagramas circulares das soluções gráficas.

A Eq. (4.107) pode também ser representada graficamente, considerando-se U_1 e U_2 constantes. A única variável será o ângulo de potência θ . Os dois primeiros termos do segundo membro são constantes, logo, podem ser representados por um ponto C no eixo das ordenadas, enquanto que o terceiro termo terá, para cada valor de θ , um novo valor:

$$2 \frac{U_1 U_2}{B} \cos \beta_B,$$

representado por um segmento cuja extremidade descreve um arco de círculo com centro C (Fig. 5.14). As perdas de potência serão obtidas pela projeção dos pontos N do círculo sobre o eixo das ordenadas.

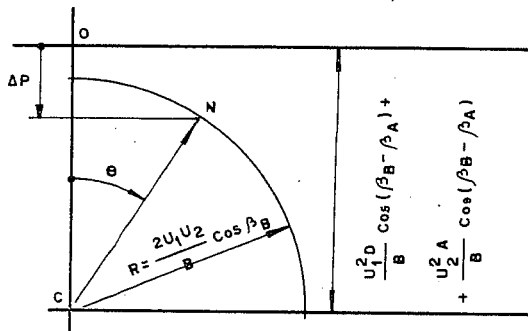


Fig. 5.14 — Diagrama de perdas para U_1 e U_2 constantes.

A Eq. (4.107) pode também ser representada nos próprios diagramas circulares das potências, desde que uma das tensões (U_2 , por exemplo) seja mantida constante.

Sob que condições de operação ΔP será mínimo?

Se considerarmos U_2 constante, ΔP_{\min} será função de duas variáveis: θ e U_1 . O valor mínimo será encontrado se as duas condições abaixo forem satisfeitas:

$$\frac{\delta(\Delta P)}{\delta \theta} = 2 \frac{U_1 U_2}{B} \cos \beta_B \sin \theta = 0$$

$$\frac{\delta(\Delta P)}{\delta U_1} = 2U_1 \frac{D}{B} \cos(\beta_B - \beta_D) - U_2 \frac{1}{B} \cos \beta_B \cos \theta = 0;$$

resolvendo simultaneamente, teremos:

$$\theta = 0 \text{ e } U_1 = \frac{U_2}{D \cos(\beta_B - \beta_D)} \cos \beta_B. \quad (5.28)$$

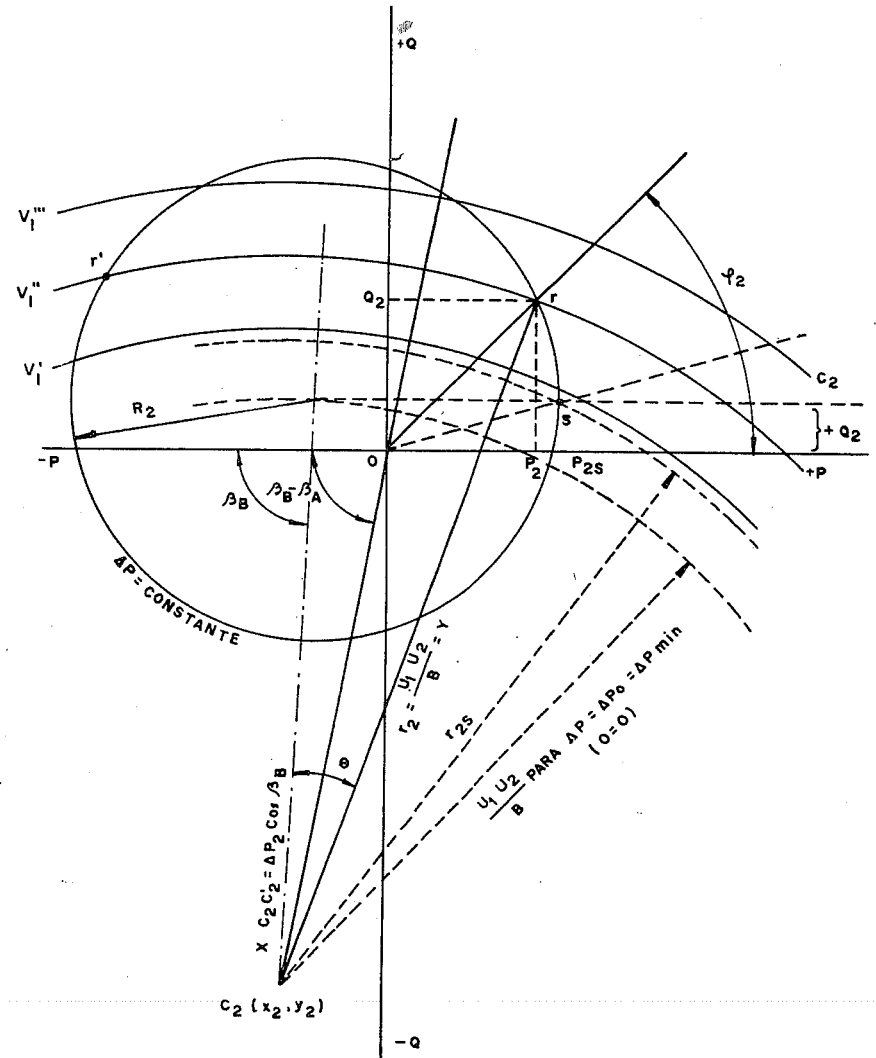


Fig. 5.15 — Círculos de perdas constantes nos diagramas de potência.

Verificamos que as perdas mínimas ocorrem para:

$$1 - \theta = 0;$$

2 — quando a relação dos módulos das tensões for tal que:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{D \cos(\beta_B - \beta_D)}{\cos \beta_B} = D.$$

Podemos calcular as perdas mínimas, introduzindo os termos da Eq. (5.28) na Eq. (4.107), obtendo:

$$\Delta P_o = \frac{U_2^2 A}{B} \cos(\beta_B - \beta_A) - \frac{U_2^2 \cos^2 \beta_B}{BD \cos(\beta_B - \beta_D)}; \quad (5.29)$$

designemos:

$$\Delta P_2 = \frac{U_2^2}{BD \cos(\beta_B - \beta_D)}. \quad (5.30)$$

Teremos, dividindo a Eq. (5.29) pela Eq. (5.30):

$$\frac{\Delta P_o}{\Delta P_2} = AD \cos(\beta_B - \beta_D) \cos(\beta_B - \beta_A) - \cos^2 \beta_B \quad (5.31a)$$

ou

$$\Delta P_o = \Delta P_2 [AD \cos(\beta_B - \beta_D) \cos(\beta_B - \beta_A) - \cos^2 \beta_B]. \quad (5.31b)$$

A Eq. (4.107) também pode ser representada no diagrama circular das potências. Para tanto, calculemos $\Delta P_2(\Delta P - \Delta P_o)$, em que ΔP representa as perdas em determinado regime de operação, usando as Eqs. (4.107), (5.29) e (5.31):

$$\begin{aligned} \Delta P_2(\Delta P - \Delta P_o) &= \left[\frac{U_2^2 \cos \beta_B}{BD \cos(\beta_B - \beta_D)} \right]^2 + \left(\frac{U_1 U_2}{B} \right)^2 - \\ &- 2 \left[\frac{U_1 U_2}{B} \right] \left[\frac{U_2^2 \cos \beta_B}{BD \cos(\beta_B - \beta_D)} \right] \cos \theta, \end{aligned}$$

que é uma equação do tipo

$$R^2 = X^2 + Y^2 - 2XY \cos \theta,$$

ou seja, a equação de um círculo em coordenadas polares, que, neste caso, são o eixo de referência e os raios que fazem o ângulo θ com o referido eixo. Temos então:

a — centros dos círculos de perdas:

$$C_2 C_2' = X = \frac{U_2^2 \cos \beta_B}{BD \cos(\beta_B - \beta_D)} = \Delta P_2 \cos \beta_B; \quad (5.32a)$$

b — ponto de operação da linha para U_2 e ΔP_2 constantes e valor determinado de U_1 :

$$C_2 r = Y = \frac{U_1 U_2}{B}; \quad (5.32b)$$

c — raio do círculo das perdas, com centro em C_2' :

$$R = \sqrt{\Delta P_2(\Delta P - \Delta P_o)}. \quad (5.32c)$$

Os pontos sobre o círculo das perdas são lugares geométricos para $\Delta P = \text{constante}$, com $U_2 = \text{constante}$. Representam P_2 e Q_2 para valores constantes de U_2 e ΔP .

Pontos como o ponto r , na intersecção dos círculos R com os círculos $U_1 U_2 / B$, fornecem valores para P_2 e Q_2 para valores fixos de U_1 , U_2 e ΔP . Pontos como r' dão a mesma informação quando o fluxo das potências é invertido.

Para a construção do diagrama, convém colocar as expressões nas seguintes formas:

$$R_2 = \Delta P_2 \sqrt{\frac{\Delta P}{\Delta P_2} - \frac{\Delta P_o}{\Delta P_2}} \quad (5.32d)$$

$$\frac{\Delta P_o}{\Delta P_2} = AD \cos(\beta_B - \beta_D) \cos(\beta_B - \beta_A) - \cos^2 \beta_B \quad (5.31a)$$

$$\Delta P_2 = \frac{U_2^2}{BD \cos(\beta_B - \beta_D)} \quad (5.30)$$

$$C_2 C_2' = \Delta P_2 \cos \beta_B. \quad (5.32a)$$

A forma prática de traçar o diagrama circular das perdas no receptor é a seguinte:

1 — construímos o diagrama circular das potências clássicas para $U_2 = k$ e $U_1 = \text{variável}$, traçando quantos círculos, com centro em C_2 , quantos forem considerados convenientes;

2 — empregando a Eq. (5.30), calculamos o valor de ΔP_2 ;

3 — calculamos o valor de $\frac{\Delta P_o}{\Delta P_2}$ pela Eq. (5.31a);

4 — sobre o eixo de referência marcamos $C_2C'_2$, calculando essa distância pela Eq. (5.32a);

5 — admitimos uma série de valores para ΔP , dentro do campo provável de variação das perdas (por exemplo: $0,01 P_2$; $0,05 P_2$; $0,10 P_2$ etc.), calculando os valores correspondentes de R_2 pela Eq. (5.32c);

6 — com centro em C'_2 , traçamos os círculos de perdas com raios calculados no item anterior;

7 — a partir de O traçamos as linhas de carga para os diversos fatores de potência considerados;

8 — na intersecção de uma linha de carga e um círculo de tensões (ponto de operação) passa também em círculo de perdas constantes, o que determina as perdas naquele ponto de operação — ponto r .

Cabem as observações que se seguem.

Por construção, temos:

$$OC_2 = \frac{AU^2}{B} \quad \text{e} \quad C_2C'_2 = \frac{U^2 \cos \beta_B}{D \cos(\beta_B - \beta_D)}$$

a — Nas linhas longas encontraremos:

$$OC_2 < C_2C'_2;$$

portanto, o ponto C'_2 ficará acima do eixo das potências reais, de um valor $+Q_2$, como mostra a Fig. 5.15. A linha $+Q_2 = \text{constante}$ ($C'_2C'_2$) corta os círculos P em pontos como o ponto s , que, projetado sobre o eixo das potências, indica a potência ativa máxima (P_{2s}) que se pode transmitir, com um valor determinado de perdas ΔP . O raio OS define o valor da potência dessa transmissão ($\cos \phi_{2s}$) e o círculo r_{2s} , que passa por s , o valor de $U_1 U_2 / B$ necessário a essa condição, como também mostra a Fig. 5.16.

b — Linhas curtas — Na linha curta $\hat{A} = \hat{D} = 1 e^{j\theta}$, o eixo OC_2 e o eixo $C_2C'_2$ se confundem. A Eq. (5.30), por sua vez, se transforma em:

$$\Delta P_2 = \frac{U_2^2}{B \cos \beta_B} \quad (5.30a)$$

e como:

$$C_2C'_2 = \Delta P_2 \cos \beta_B = \frac{U_2^2}{B},$$

teremos

$$C_2C'_2 = C_2O.$$

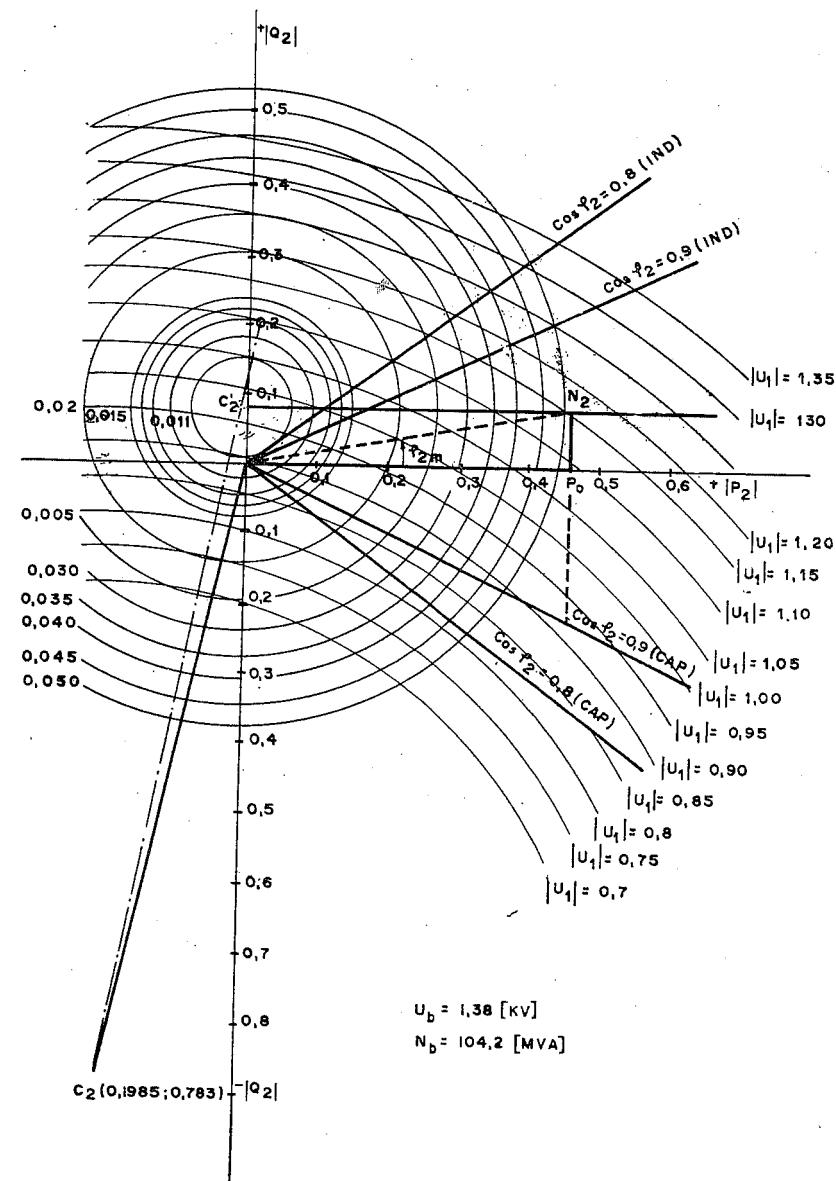


Fig. 5.16 — Diagrama circular de perdas para $U_2 = k$ de uma linha longa (Exerc. 10).

Nessas condições, o centro dos círculos de perdas C'_2 coincide com o centro O do sistema, como na Fig. 5.17.

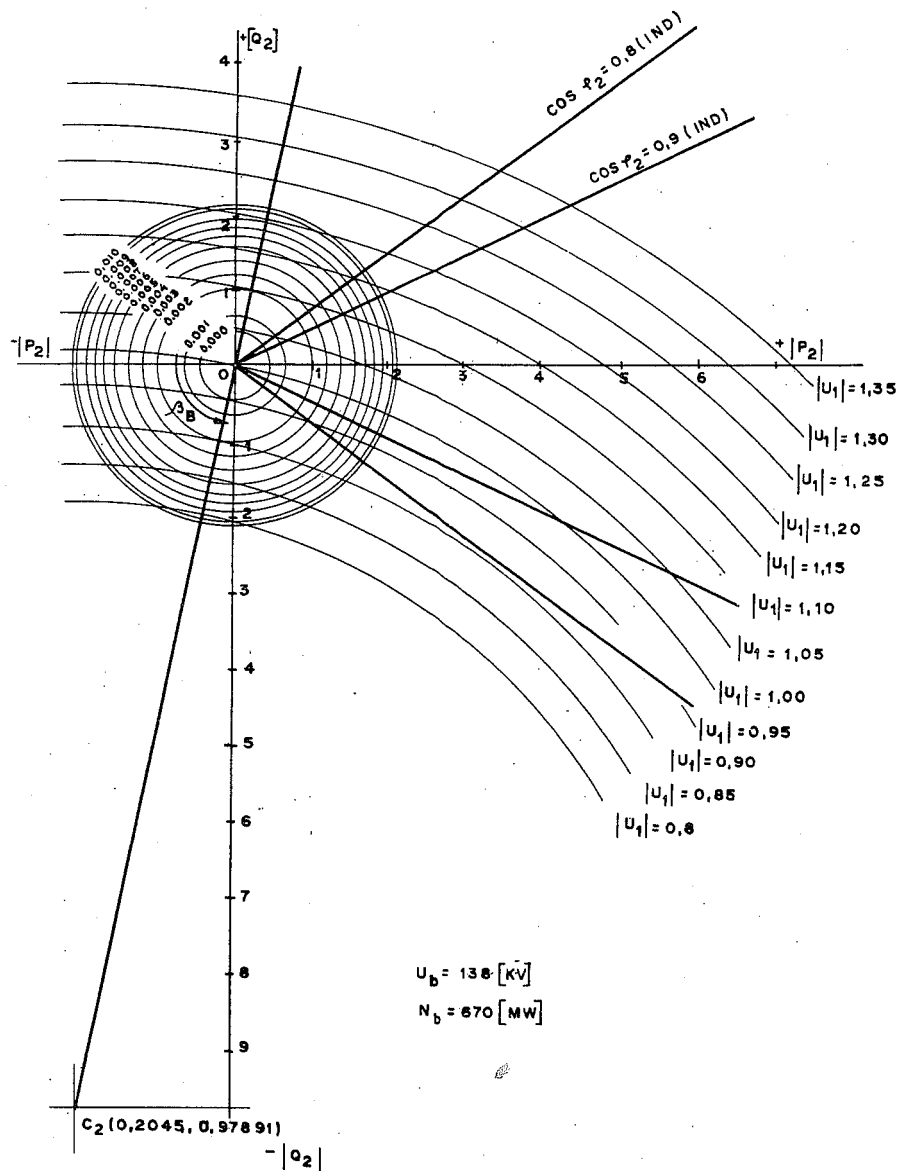


Fig. 5.17 — Diagrama circular de perdas para $U_2 = k$ de uma linha curta (Exerc. 11).

Por um procedimento semelhante, no qual é considerado constante, um círculo de perdas ΔP constante no diagrama do transmissor pode ser obtido. As equações de construção são as seguintes:

5.4 — EXERCÍCIOS

$$\Delta P_1 = \frac{U_1^2}{BA \cos(\beta_B - \beta_A)} \quad (5.33)$$

$$\frac{\Delta P_o}{\Delta P_1} = AD \cos(\beta_B - \beta_A) \cos(\beta_B - \beta_D) - \cos^2 \beta_B \quad (5.34)$$

$$R_1 = \Delta P_1 \sqrt{\Delta P / \Delta P_1 - \Delta P_o / \Delta P_1} \quad (5.35)$$

$$C_1 C'_1 = \Delta P_1 \cos \beta_B. \quad (5.36)$$

Os pontos de intersecção entre o círculo do transmissor e os círculos de raio $U_1 U_2 / B$ indicam as potências P_1 e Q_1 para U_1 , U_2 , ΔP_1 constantes; sua construção obedece ao mesmo método exposto para o receptor.

5.3.4 — Outros Processos Gráficos

Além dos processos já mencionados e descritos, existem ainda outros que procuram resolver os mesmos problemas. Dentre estes, vale a pena mencionar:

Diagrama ou carta de Smith [3, 7] — Divulgado em 1944 por H. P. Smith, recebeu de imediato largo emprego por parte dos engenheiros de telecomunicações para a solução de problemas em linhas de transmissão de telecomunicações, principalmente em virtude de sua universalidade, pois não é necessário o preparo de um diagrama para cada linha. De fato, pode ser adquirido pronto. Daí o nome mais apropriado que lhe foi dado pelo próprio Autor, *calculador melhorado de linhas de transmissão*. Seu emprego pode, facilmente, estender-se à solução de problemas relacionados com linhas de transmissão de energia elétrica, com um grau de precisão igual ou superior ao dos demais processos gráficos.

5.4 — EXERCÍCIOS

1. Uma linha de transmissão trifásica, operando em 60 [Hz] e 380 [kV] no receptor, possui as seguintes características:

$$l = 569 \text{ [km];}$$

$$\dot{Z}_c = 236,76 - j9,6 \text{ [ohm];}$$

$$\dot{\gamma} l = 0,03125 + j0,744.$$

Através do diagrama d'Escanglon, determinar:

a — tensão e corrente no transmissor para operação com carga, sendo: $N_2 = 500$ [MVA]; $\cos \phi_2 = 0,8$ (IND);

b — tensão e corrente no transmissor para operação em vazio;

c — tensão e corrente no transmissor, em operação em curto-circuito, com corrente de curto-circuito igual a 1 pu;

d — conferir os resultados com aqueles obtidos analiticamente.

Solução (ver Figs. 5.2, 5.3a e 5.3b)

Escolhemos como bases:

Base MVA = 500 [MVA];

Base kV = 380 [kV].

A corrente será:

$$I_B = \frac{500\,000}{\sqrt{3} \cdot 380} = 762 \text{ [A];}$$

base de impedância:

$$Z_B = \frac{380\,000}{\sqrt{3} \cdot 762} = 288 \text{ [ohm].}$$

Para a construção do diagrama usaremos:

$$\text{pu } \dot{U}_2 = 1 e^{j0}; \quad \text{pu } I_2 = 1 e^{-j36,8}$$

e

$$\text{pu } \dot{Z}_c = \frac{236,8}{288} e^{-j2,335} = 0,823;$$

ainda:

$$\alpha x = 0,03125 \text{ [néper]} \quad e^{\alpha x} = 1,03175 \\ e^{-2\alpha x} = 0,93942$$

$$\beta x = 0,744 \text{ rad} \quad 2\beta x = 1,488 \text{ rad} = 85,2^\circ;$$

efetuando as construções indicadas no Item 5.2, encontraremos:

a — em carga

$$\text{pu } U_1 = 1,18;$$

logo,

$$U_1 = \frac{380}{\sqrt{3}} \cdot 1,18 = 259 \text{ [kV]}$$

$$\text{pu } I_1 Z_c = 0,577;$$

portanto,

$$\dot{I}_1 \dot{Z}_c = 0,577 \cdot \frac{380\,000}{\sqrt{3}} = 126,8 e^{j31,5^\circ} \text{ [kV]}$$

$$\dot{I}_1 = \frac{126\,800 e^{j31,5^\circ}}{236,8 e^{-j2,335}} = 533 e^{j33,835} \text{ [A];}$$

logo,

$$\phi_1 = 33,835^\circ \text{ e } \cos \phi_1 = 0,831 \\ \theta = 22^\circ 20';$$

b — em vazio

$$\text{pu } U_{10} = 0,738 \quad U_{10} = 162 \text{ [kV]}$$

$$U_{10} = 162 e^{j2^\circ} \text{ [kV]}$$

$$\text{pu } I_{10} Z_c = 0,673$$

$$I_{10} Z_c = 147\,800 \text{ [V]}$$

$$I_{10} = \frac{147\,800}{236,8} = 623 \text{ [A]}$$

$$\dot{I}_{10} = 623 e^{j90^\circ} \text{ [A];}$$

c — em curto-circuito

$$\text{pu } I_1 Z_c = 0,61 \quad \dots \quad I_1 Z_c = 0,61 \cdot \frac{380\,000}{\sqrt{3}} = 134\,000 \text{ [V]}$$

$$I_1 = \frac{134\,000}{236,8} = 576 \text{ [A]}$$

$$I_1 = 576 e^{j21,940^\circ}$$

$$U_{1cc} = 123\,000 \text{ [V]}$$

$$\dot{U}_{1cc} = 123 e^{j105,7^\circ}; \quad \cos \phi_1 = 0,0988 \text{ (IND).}$$

Comentário

Os resultados obtidos nos cálculos analíticos são os seguintes:

a — em carga: $\dot{U}_1 = 260 e^{j21,85^\circ} \text{ [kV]}$

$$\dot{I}_1 = 550 e^{j33,63^\circ} \text{ [A];}$$

$$b \text{ — em vazio: } \dot{U}_{10} = 161,5 e^{j1,5^\circ} \text{ [kV]}$$

$$\dot{I}_{10} = 634 e^{j90,2^\circ} \text{ [A];}$$

$$c \text{ — em curto-circuito: } \dot{U}_{1cc} = 123 e^{j106} \text{ [kV]}$$

$$\dot{I}_{1cc} = 576 e^{j222^\circ} \text{ [A],}$$

o que indica um razoável grau de precisão.

2. Através dos diagramas d'Escanglon, determinar U_1 , I_1 , U_{10} , I_{10} , U_{1cc} e I_{1cc} , ϕ_1 , ϕ_{10} , ϕ_{1cc} , θ e θ_0 para uma linha homogênea com as seguintes características:

$$r = 0,109 \text{ [ohm/km]}$$

$$g = 0$$

$$l = 480 \text{ [km]}$$

$$x_L = 0,391 \text{ [ohm/km]}$$

$$b = 2,92 \cdot 10^{-6} \text{ [siemens/km],}$$

sendo no receptor a tensão de 215 [kV] entre fases e a potência recebida de 40 [MW], sob $\cos\phi_2 = 0,85$.

3. Construir um diagrama circular das potências no receptor para uma linha de transmissão, de circuito duplo, com as seguintes constantes:

$$\dot{A} = 0,7363 e^{j1,65^\circ}$$

$$\dot{B} = 80,38 e^{j86,715^\circ}$$

$$\dot{C} = 0,0063 e^{j90,385^\circ}$$

$$\dot{D} = A;$$

sendo a tensão no receptor constante e igual a 380 [kV] entre fases, determinar:

a — tensão U_1 e os ângulos de potência θ , quando a linha opera com a carga de 1000 [MVA], $\cos\phi_2 = 0,8$ (IND);

b — idem, porém com $\cos\phi_2 = 0,9$ (IND);

c — idem, porém com $\cos\phi_2 = 1,0$.

Solução

O diagrama circular das potências correspondentes pode ser construído tanto para valores em verdadeira grandeza como para valores *por unidade*. Escolhemos valores *por unidade*.

Seja:

$$[U_B] = 400 \text{ [kV];}$$

logo,

$$N_B = \frac{(U_B)^2}{B} = \frac{(4 \cdot 10^5)^2}{80,38} = 1990 \text{ [MW].}$$

Teremos:

$$U_2 = \frac{U_2}{U_B} = \frac{380}{400} = 0,95 \text{ pu.}$$

As coordenadas do centro de operação no receptor são:

$$\begin{aligned} x_2 &= -A [U_2]^2 \cos(\beta_B - \beta_A) = \\ &= 0,7363 [0,95]^2 \cos(86,715 - 1,65) \end{aligned}$$

$$x_2 = -0,0561$$

$$\begin{aligned} y_2 &= -A [U_2]^2 \sin(\beta_B - \beta_A) = \\ &= 0,7363 [0,95]^2 \sin(86,715 - 1,65) \end{aligned}$$

$$y_2 = -0,662.$$

Com os dados acima construímos o diagrama circular das potências (clássico), conforme mostra a Fig. 5.18, marcando o centro C_2 dos círculos para $[U_1]$ $[U_2]$. Traçamos igualmente por C_2 o eixo de referência, fazendo o ângulo $86,715^\circ$ com o eixo dos P .

Com centro em O , traçamos os raios correspondentes aos $\cos\phi_2 = 0,8$ e $\cos\phi_2 = 0,9$.

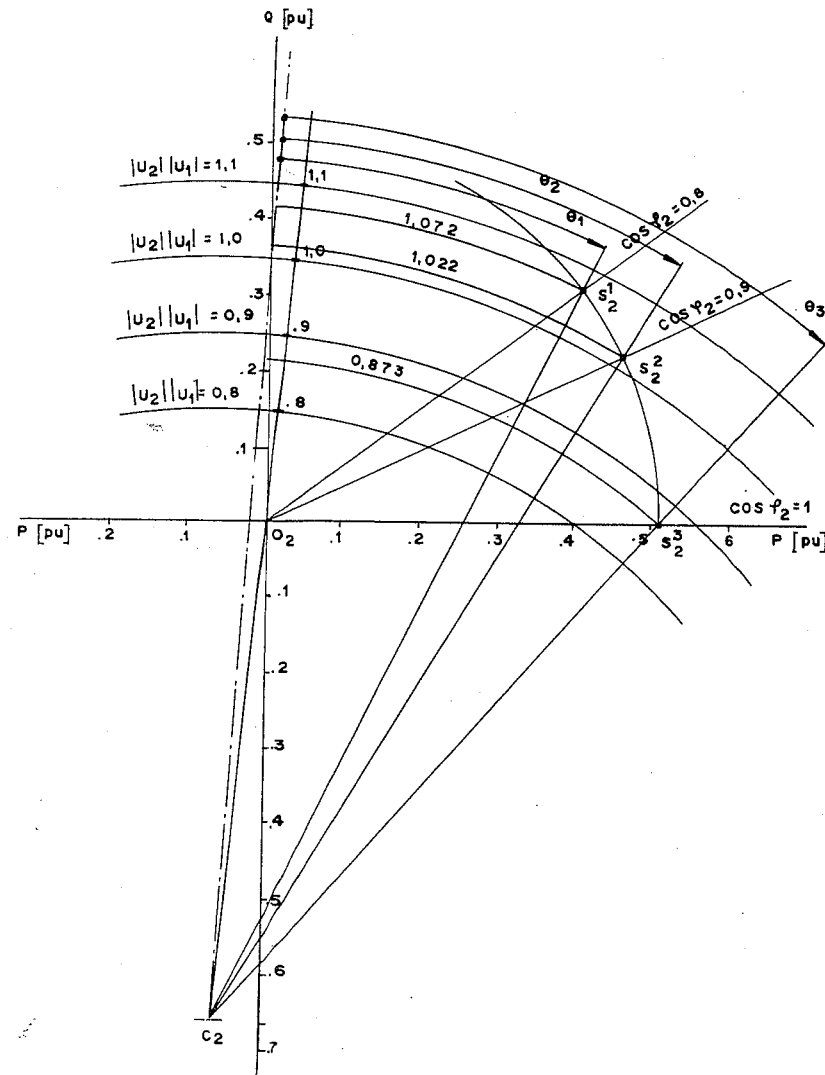


Fig. 5.18 — Solução do Exerc. 3.

Sobre os eixos dos fatores de potência marcamos:

$$|N_2| = \frac{N_2}{N_B} = \frac{1\,000}{1\,990} = 0,51 \text{ pu}$$

para encontrar os pontos de operação S_1 , S_2 e S_3 , cujas projeções sobre os eixos P e jQ nos dão os valores em pu P_2 , P_2' e P_3' , bem como Q_2' , Q_2'' e Q_2''' .

4. Uma linha de transmissão possui os seguintes parâmetros:

$$\dot{A} = 0,895 + j0,2 = 0,895 e^{j1,28^\circ}$$

$$\dot{B} = 35,8 + j177,8 = 181,37 e^{j78,6^\circ}$$

$$\dot{C} = 0,00111 e^{j90,47^\circ}$$

Sendo de 220 [kV] a tensão no receptor e no transmissor, construir os diagramas circulares das potências para a mesma.

Empregando esses diagramas, admitindo uma potência no receptor de 100 [MW] e $\cos \phi = 0,9$, determinar ϕ_1 , θ , P_1 e Q_1 . Empregar sistema por unidades.

5. Quais as potências N_1 , P_1 e Q_1 , bem como os fatores de potência no transmissor da linha do problema anterior, calculadas pelo diagrama circular (clássico) das potências?

Solução

Para sua construção, empregaremos as mesmas bases de tensão e impedância. Para $U_2 = k$, teremos três centros de operação, C_1' , C_1'' e C_1''' , e três famílias de arcos de círculo de raios diferentes. As coordenadas dos centros serão (ver Fig. 5.19):

$$C_1' \begin{cases} x_1' = D [U_1']^2 \cos(\beta_B - \beta_D) = \\ = 0,7363 [1,130]^2 \cos(86,715-1,65) = 0,0814 \\ y_1' = D [U_1']^2 \sin(\beta_B - \beta_D) = \\ = 0,7363 [1,130]^2 \sin(86,715-1,65) = 0,935 \end{cases}$$

$$C_1'' \begin{cases} x_1'' = D [U_1'']^2 \cos(\beta_B - \beta_D) = \\ = 0,7363 [1,078]^2 \cos(86,715-1,65) = 0,074 \\ y_1'' = D [U_1'']^2 \sin(\beta_B - \beta_D) = \\ = 0,7363 [1,078]^2 \sin(86,715-1,65) = 0,853 \end{cases}$$

$$C_1''' \begin{cases} x_1''' = D [U_1''']^2 \cos(\beta_B - \beta_D) = \\ = 0,7363 [0,92]^2 \cos(86,715-1,65) = 0,0538 \\ y_1''' = D [U_1''']^2 \sin(\beta_B - \beta_D) = \\ = 0,7363 [0,92]^2 \sin(86,715-1,65) = 0,622 \end{cases}$$

Os pontos de operação das três condições de carga devem estar sobre os círculos:

$$r_1^1 = |U_1^2| |U_2| = 1,072;$$

$$r_1^2 = |U_1^2| |U_2| = 1,022;$$

$$r_1^3 = |U_1^3| |U_2| = 0,873.$$

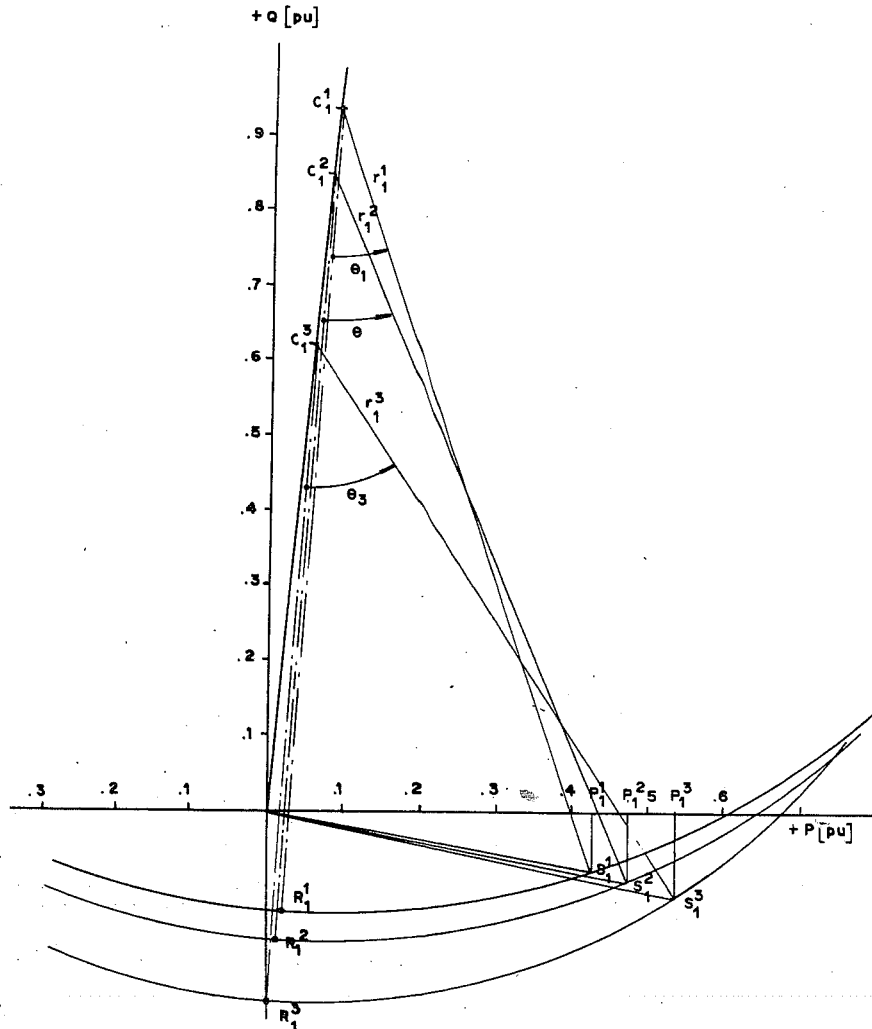


Fig. 5.19 — Solução do Exerc. 5.

No diagrama da Fig. 5.19 lemos os seguintes valores.

$$N_1^1 = 0,430 \quad \dots \quad N_1^1 = 0,430 \cdot 1\,990 = 855 \text{ [MVA]}$$

$$|N_1^1| = 0,485 \quad \dots \quad N_1^1 = 0,485 \cdot 1\,990 = 970 \text{ [MVA]}$$

$$|N_1^2| = 0,485 \quad \dots \quad N_1^2 = 0,548 \cdot 1\,990 = 1\,090 \text{ [MVA]}$$

$$|N_1^3| = 0,548 \quad \dots \quad N_1^3 = 0,548 \cdot 1\,990 = 1\,090 \text{ [MVA]}$$

$$|P_1^1| = 0,423 \quad \dots \quad P_1^1 = 0,423 \cdot 1\,990 = 842 \text{ [MW]}$$

$$|P_2^2| = 0,477 \quad \dots \quad P_1^2 = 0,477 \cdot 1\,990 = 950 \text{ [MW]}$$

$$|P_2^3| = 0,535 \quad \dots \quad P_1^3 = 0,535 \cdot 1\,990 = 1\,062 \text{ [MW]}$$

$$\cos \phi_1^1 = 0,985 \text{ (cap)}; \cos \phi_1^2 = 0,980 \text{ (cap)} \text{ e } \cos \phi_1^3 = 0,975 \text{ (cap)}$$

$$|Q_1^1| = 0,08 \quad \dots \quad Q_1^1 = 0,08 \cdot 1\,990 = 159,0 \text{ [MVar]}$$

$$|Q_1^2| = 0,09 \quad \dots \quad Q_1^2 = 0,09 \cdot 1\,990 = 179,0 \text{ [MVar]}$$

$$|Q_1^3| = 0,113 \quad \dots \quad Q_1^3 = 0,113 \cdot 1\,990 = 225,0 \text{ [MVar]}$$

6. Resolver os Probs. 4 e 5 simultaneamente pelo diagrama universal das potências.

Solução (ver Fig. 5.20)

LEME ENGENHARIA
CDI
John Daniel B. Strickland

Traçados os eixos de referência com os ângulos β_B e os eixos dos centros de operação com os ângulos $\beta_B - \beta_A$, o centro de operação O_2 no círculo do receptor para $|U_2| = k$ será:

$$CO_2 = |U_2|^2 A = (0,95)^2 \cdot 0,7362 = 0,664.$$

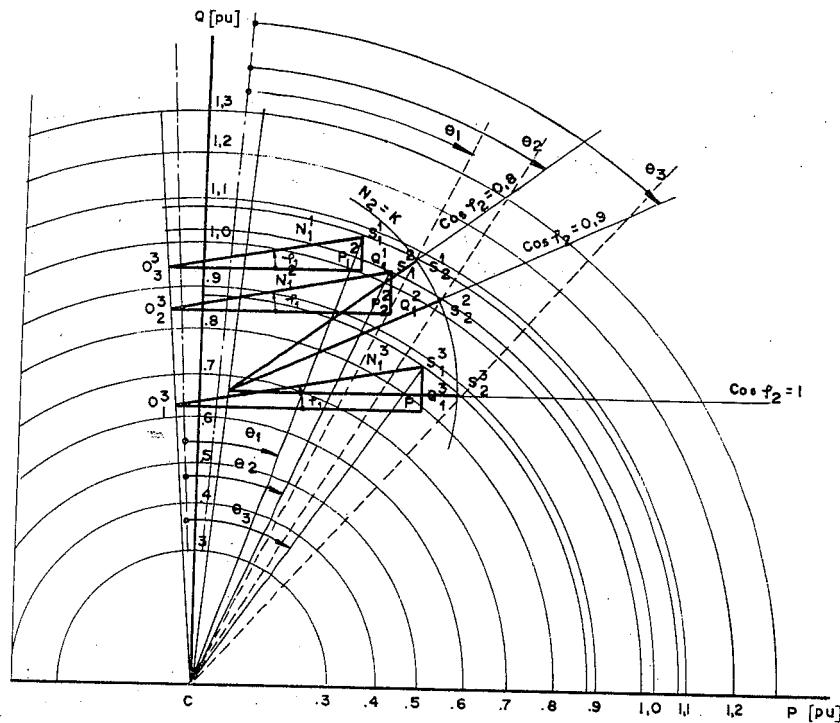


Fig. 5.20 — Solução do Exerc. 6.

Traçamos os eixos dos fatores de potência $\cos\phi_1^1$, $\cos\phi_2^2$ e $\cos\phi_3^3$ e sobre estes marcamos, a partir de C :

$$\text{pu } N_2 = \frac{1\,000}{1\,990} = 0,51 \text{ pu}$$

encontrando os pontos S_1^1 , S_2^2 e S_3^3 , que estão sobre os círculos de raios:

$$r_1^1 = 1,08; \quad r_2^2 = 1,030 \quad \text{e} \quad r_3^3 = 0,88$$

$$|U_1^1| = \frac{1,075}{0,95} = 1,132$$

$$|U_2^2| = \frac{1,020}{0,95} = 1,072$$

e

$$|U_1^3| = \frac{0,874}{0,95} = 0,92;$$

logo,

$$U_1^1 = 450 \text{ [kV]}; \quad U_2^2 = 432 \text{ [kV]} \quad \text{e} \quad U_1^3 = 371 \text{ [kV]}.$$

Os centros de operação no receptor serão locados de acordo com:

$$CO_1^1 = A |U_1^1|^2 = 0,7363 |1,132|^2 = 0,945$$

$$CO_2^2 = A |U_2^2|^2 = 0,7363 |1,072|^2 = 0,848$$

$$CO_1^3 = A |U_1^3|^2 = 0,7363 |0,92|^2 = 0,624.$$

Traçamos por C os ângulos θ_1 , θ_2 e θ_3 , localizando os pontos de operação no transmissor. S_1 , S_1^2 , S_1^3 , sobre os círculos que passam respectivamente por S_2 , S_2^2 e S_2^3 . Ligando O_1^1 e S_1^1 , encontraremos N_1 ; ligando O_1^2 e S_2^2 , teremos N_1^2 , e ligando O_1^3 e S_1^3 , encontraremos N_1^3 .

$$|N_1^1| = 0,430 \text{ pu} \quad \dots \quad N_1^1 = 0,430 \cdot 1\,990 = 855 \text{ [MVA]}$$

$$|N_1^2| = 0,490 \text{ pu} \quad \dots \quad N_1^2 = 0,490 \cdot 1\,990 = 975 \text{ [MVA]}$$

$$|N_1^3| = 0,550 \text{ pu} \quad \dots \quad N_1^3 = 0,550 \cdot 1\,990 = 1\,092 \text{ [MVA]}.$$

Igualmente:

$$|P_1^1| = 0,425 \text{ pu} \quad \dots \quad P_1^1 = 0,425 \cdot 1\,990 = 845 \text{ [MW]}$$

$$|P_1^2| = 0,480 \text{ pu} \quad \dots \quad P_1^2 = 0,480 \cdot 1\,990 = 955 \text{ [MW]}$$

$$|P_1^3| = 0,538 \text{ pu} \quad \dots \quad P_1^3 = 0,538 \cdot 1\,990 = 1\,070 \text{ [MW]}$$

$$\cos\phi_1^1 = 0,987$$

$$\cos\phi_1^2 = 0,980$$

$$\cos\phi_1^3 = 0,977$$

$$|Q_1^1| = 0,08 \text{ pu (cap)} \quad \dots \quad Q_1^1 = 0,08 \cdot 1\,990 = 159 \text{ [MVAR]}$$

$$|Q_1^2| = 0,09 \text{ pu (cap)} \quad \dots \quad Q_1^2 = 0,09 \cdot 1\,990 = 179 \text{ [MVAR]}$$

$$|Q_1^3| = 1,10 \text{ pu (cap)} \quad \dots \quad Q_1^3 = 1,10 \cdot 1\,990 = 219 \text{ [MVAR]}$$

$$\theta_1 = 22^\circ$$

$$\theta_2 = 26,3^\circ$$

$$\theta_3 = 37,4^\circ.$$

7. Uma linha de transmissão radical opera com a tensão de 138 [kV] no barramento do transmissor, constante. Suas constantes são:

$$\dot{A} = 0,9696 e^{j0,5^\circ}$$

e

$$\dot{B} = 52,88 e^{j74,79^\circ}$$

Quais os valores das tensões no receptor e quais as potências, ângulos de potência e fatores de potência no transmissor para as demandas de $N_2 = 25$ [MVA] — $\cos\phi_2 = 0,95$? E para:

$$N_2 = 50$$
 [MVA] — $\cos\phi_2 = 0,85$

$$N_2 = 100$$
 [MVA] — $\cos\phi_2 = 0,90$.

Empregar primeiramente os diagramas circulares das potências e conferir os resultados pelo universal das potências. (Ver ref. [10].)

8. Uma linha possui as seguintes constantes:

$$\dot{A} = 0,85 + j0,03$$

e

$$\dot{B} = 28,0 + j270.$$

A tensão no receptor é mantido em 230 [kV] e a tensão no transmissor em 210 [kV]. Qual a potência ativa e o fator de potência que podem ser recebidos no receptor nessas condições? $\theta = 28^\circ$.

9. Se a linha acima fosse operada com 230 [kV] no receptor, qual a potência ativa que poderia ser recebida pelo receptor?

10. A linha de transmissão do Exerc. 4 será operada com a tensão constante no receptor igual a 138 [kV], com diversos fatores de potência no receptor. Deseja-se saber:

a — a variação do valor da tensão no transmissor, em função da potência ativa da carga, com esses fatores de potência;

b — a variação das perdas na transmissão, em função da potência ativa do receptor para os fatores de potência especificados.

Solução

Uma análise desse tipo muito bem poderia ser realizada analiticamente, como também por qualquer dos processos gráficos apresentados. Reco-

mandamos ao estudante que o faça à guisa de treinamento, comparando os resultados com aqueles que obteremos no presente exercício.

O emprego de grandezas *por unidades* facilita os cálculos e a escolha das escalas.

Empregando como bases:

$$U_B = 138$$
 [kV]

$$Z_B = B = 182,5$$
 [ohm],

teremos:

$$N_B = \frac{U_2^2}{B} = \frac{(138)^2 \cdot 10^6}{182,5} = 104,2$$
 [MW].

Com o emprego do diagrama universal das potências poderemos resolver o problema, determinando não só as variações da tensão, como também as perdas, estabelecendo as potências no transmissor. A fim de ilustrar o emprego do diagrama circular de perdas, empregamos o diagrama circular das potências no receptor, sobrepondo a este o primeiro (Fig. 5.16).

As coordenadas do centro dos círculos do receptor serão:

$$\begin{aligned} |x_2| &= -|U_2|^2 A \cos(\beta_B - \beta_A) = \\ &= -|1|^2 \cdot 0,895 \cdot \cos 77,2^\circ = 0,1985 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |y_2| &= -|U_2|^2 A \sin(\beta_B - \beta_A) = \\ &= -|1|^2 \cdot 0,895 \cdot \sin 77,2^\circ = 0,873 \end{aligned}$$

$$|OC_2| = |U_2|^2 A = |1|^2 \cdot 0,895 = 0,895.$$

Os raios dos círculos no receptor serão:

$$|r_2| = |U_1| |U_2| = |U_1| \text{ para } |U_2| = 1 = \text{constante.}$$

Traçaremos uma família de círculos para:

$$r_2 = 0,75; 0,80; 0,85; 0,90; 0,95; 1,00; 1,05; 1,10; 1,15; 1,20; 1,25 \text{ pu.}$$

Traçaremos os lugares geométricos das potências aparentes de mesmo fator de potência na forma das retas que irradiam de O , para $\cos\phi_2 = 0,80; 0,85; 0,90; 0,95$ indutivos e capacitivos, bem como para $\cos\phi_2 = 1,00$, que coincide com o eixo das potências ativas. Suas intersecções com os círculos das potências no receptor definem as potências aparentes transmissíveis sob cada um dos fatores de potências e relações de tensões.

No diagrama circular das potências, obtemos os valores de $|P_2|$ em função de $|U_1| |U_2|$ e $\cos\phi_2$, que levamos ao gráfico da Fig. 6.4. O dia-

grama de perdas será sobreposto ao primeiro. Para sua construção empregaremos igualmente o sistema *por unidades*. Teremos:

$$|R_2| = |\Delta P_2| \frac{|\Delta P|}{|\Delta P_2|} - \frac{|\Delta P_o|}{|\Delta P_2|},$$

sendo:

$$\frac{|\Delta P_o|}{|\Delta P_2|} = \frac{\Delta P_o}{\Delta P_2} = AD \cos(\beta_B - \beta_A) \cos(\beta_B - \beta_D) - \cos^2 \beta_B.$$

5.5 — BIBLIOGRAFIA

- 1 — JOHNSON, WALTER C. — *Transmission Lines and Networks*. McGraw-Hill — Kōgakusha, Tóquio. Reimpressão da edição de 1950.
- 2 — WIDMAR, MILAN — *Die Gestalt der Elektrischen Freileitung*. Verlag Birkhauser, Basileia, 1952.
- 3 — KING, RONALD N. P. — *Transmission Line Theory*. Dover Publications, Inc., Nova Iorque, 1965.
- 4 — GUILLE, A. E. e PATERSON, W. — *Electric Power Systems*. Oliver e Boyd, Edinburg, 1969. Vol. 1.
- 5 — ZABORSZKY, J. e RITTENHOUSE, J. W. — *Electric Power Transmission*. The Rensselaer Bookstores, Troy, Nova Iorque, 1969. Vol. 1.
- 6 — POLONJADOFF, M. — *The Escanglon Diagram for Voltage and Current along Transmission Line*. IEEE, Spectrum, fev. 1971.
- 7 — CHAPMAN, R. A. — *Transmission Line*. McGraw-Hill, Nova Iorque, 1968, série Schaum's.
- 8 — DALLA VERDE, A. — *Le Grandi Linee di Transmisione d'Energia*. — *Calcolazione Electrica*. Cesare Tamburine, Milano, 1947.
- 9 — STEVENSON, W. D. — *Elements of Power System Analysis*. McGraw-Hill — Kōgakusha, Tóquio. Reimpressão da edição de 1962.
- 10 — GOODRICH, TR., R. W. — *A Universal Power Circle Diagram*. AIEE — Transactions, Nova Iorque, 1951. Vol. 70, Parte III, págs. 2 042 a 2 049.

6

Operação das Linhas ou Regime Permanente

6.1 — INTRODUÇÃO

Nos capítulos anteriores, após um estudo qualitativo dos fenômenos relacionados com o transporte da energia elétrica, procuramos armar-nos do necessário ferramental matemático para podermos realizar estudos quantitativos do desempenho das linhas de transmissão como elementos dos sistemas elétricos.

Neste capítulo, preocupar-nos-emos com seu desempenho em operação em regime permanente, dentro dos vários esquemas básicos em que são encntradas nos sistemas elétricos comerciais. Estudaremos também as influências das características dos sistemas alimentados, bem como de sua adaptação a um desempenho desejado através da alteração de seus parâmetros elétricos, ou compensação.

6.2 — MODO DE OPERAÇÃO DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO

Dentro dos sistemas elétricos, de acordo com a função específica que lhes é reservada como elemento básico para o transporte de energia elétrica, as linhas de transmissão podem ser operadas em vários esquemas básicos distintos. Estes, bem como as características do transporte de energia em cada um deles, serão examinados a seguir.

Os receptores das linhas de transmissão constituem-se normalmente de sistemas elétricos que podem compor-se de:

- a — sistemas de cargas passivas;
- b — sistemas que, além de cargas passivas, contêm fontes de energia com capacidade igual ou maior do que a do sistema alimentador.

Entendemos por cargas passivas os sistemas elétricos que não possuem fontes de energia ou outras máquinas síncronas de capacidade comparável à das centrais do sistema alimentador. Compõem-se de um grande número de pequenas e médias cargas, como lâmpadas, motores, aparelhos domésticos e industriais etc. Suas demandas variam com as tensões aplicadas e sua representação, por intermédio de impedâncias de valor constante, é apenas aproximadamente correta. Uma redução de 10% no valor da tensão alimentadora em um sistema que pudesse ser representado por meio de uma impedância fixa Z [ohm] traria uma redução na demanda da ordem de 19%, com fator de potência constante. Experiências realizadas em sistemas reais [3], no entanto, mostraram que essa mesma redução de tensão provoca uma redução pouco menor na demanda de potência ativa e uma redução maior na demanda de potência reativa. O mesmo pode ser dito com relação a sua representação através de potências ativas e reativas constantes, pois estas variam igualmente em função das tensões aplicadas. Uma representação correta das cargas deverá basear-se em suas características $N = f(U)$, que somente poderiam ser determinadas experimentalmente em um sistema, e seriam válidas somente para esse mesmo sistema, enquanto se mantivessem as condições para as quais foram determinadas. De uma ou de outra maneira, a representação das cargas é, pois, apenas aproximada.

6.2.1 — Linha Entre Central Geradora e Carga Passiva

É uma das formas clássicas de operação das linhas para efeito de estudos. Na prática, encontra-se, geralmente, apenas em sistemas em estágios iniciais de desenvolvimento. No Brasil, constitui uma notável exceção o sistema da CHESF, no qual, neste momento, a partir da Usina Hidroelétrica de Paulo Afonso, linhas com centenas de quilômetros de comprimento demandam as zonas de consumo do Nordeste brasileiro (Fig. 6.1).

Neste tipo de transmissão, cabe à central alimentadora a manutenção da frequência do sistema. Às linhas de transmissão cabe o transporte da energia ativa produzida na central alimentadora, cuja capacidade limita o valor da potência ativa disponível no transmissor da linha. Ela deverá ser suficiente para atender às demandas do sistema receptor, cuja capacidade de absorção de energia é limitada por suas características peculiares, como também para suprir as perdas de energia ativa na transmissão.

Em sistemas pequenos, geralmente, também cabe à central geradora o suprimento de energia reativa necessária ao sistema alimentado e à linha de transmissão. Nos sistemas maiores, a energia reativa necessária ao sistema alimentado é, em geral, produzida junto ao mesmo, evitando-se seu transporte através das linhas, pois este, além de perdas adicionais de energia, pode ainda trazer problemas de regulação de tensão. Esse fato é claramente visível na Fig. 6.2, na qual estão reproduzidas as curvas de regulação de uma linha de 138 [kV]. Estas nos mostram que, por exemplo,

é possível transmitir 0,2-670 [MW], ou seja, 134 [MW] com uma queda de tensão de 5% sob $\cos \phi_2 = 1$, enquanto que, com $\cos \phi_2 = 0,8$ (IND), com a mesma queda de tensão podemos transmitir apenas $0,05 \cdot 670 = 33,5$ [MW]. Seria igualmente possível transmitir cerca de $0,57 \cdot 670 = 382$ [MW], com os mesmos 5% de queda de tensão, desde que o fator de potência do receptor fosse alterado para 90% (capacitivo).

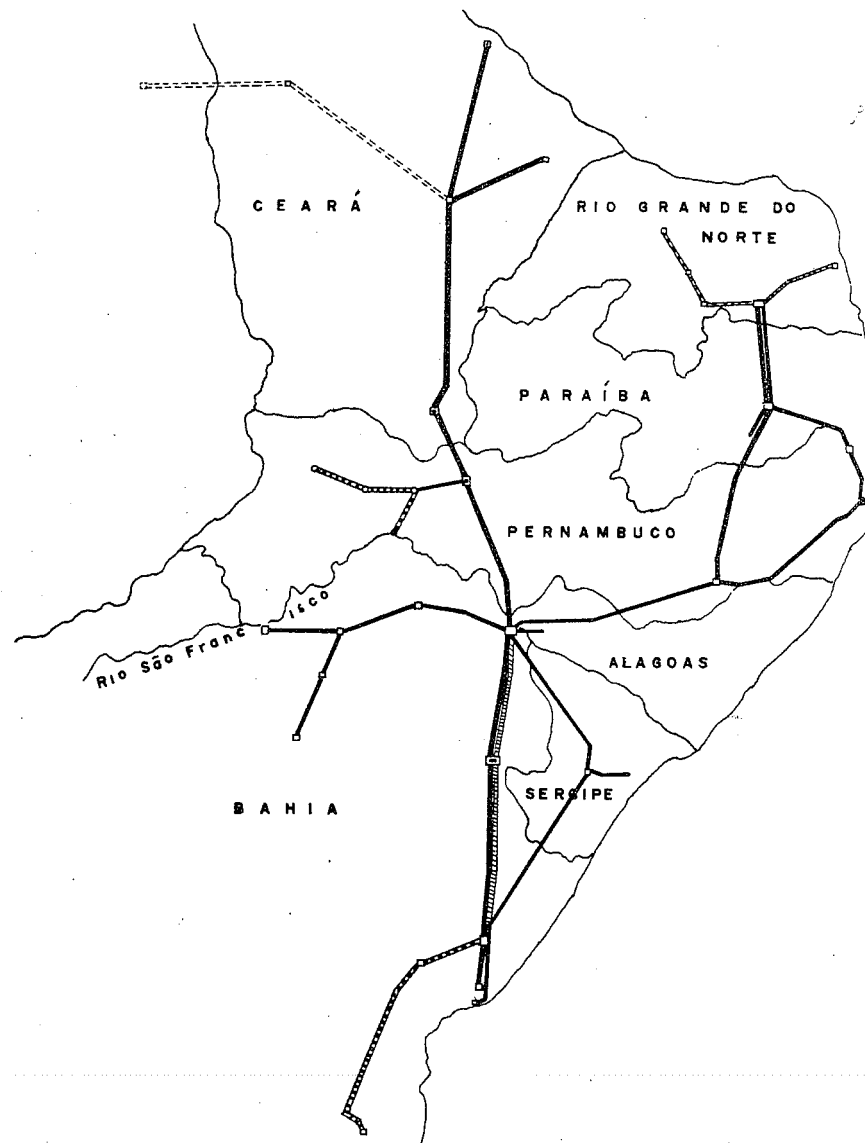
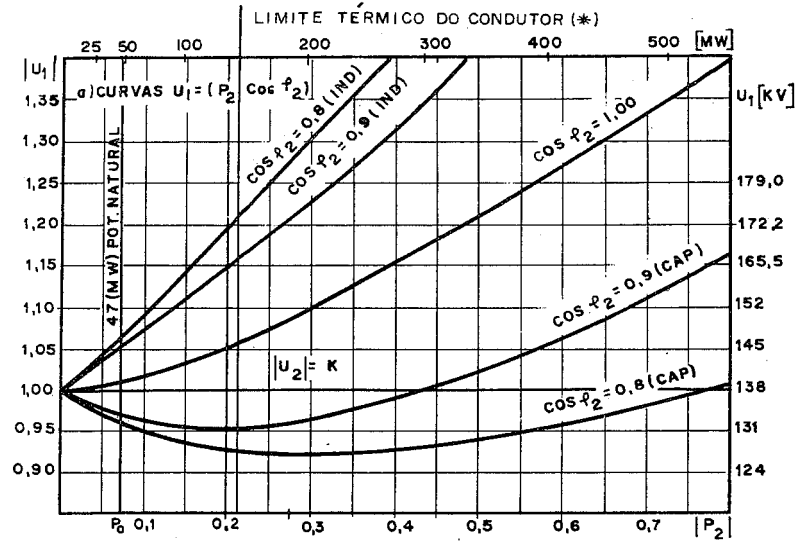


Fig. 6.1 — Sistema da Cia. Hidroelétrica de São Francisco (CHESF).



(*) Elevação de temperatura de 50°C acima de 25°C, ao sol, sem vento. Ver Item 6.6

Fig. 6.2 — Variação das tensões no transmissor para tensão constante no receptor de uma linha curta.

A Fig. 6.3 mostra para a mesma linha curta, as curvas representativas das perdas de energia ativa nas mesmas condições anteriores de trans-

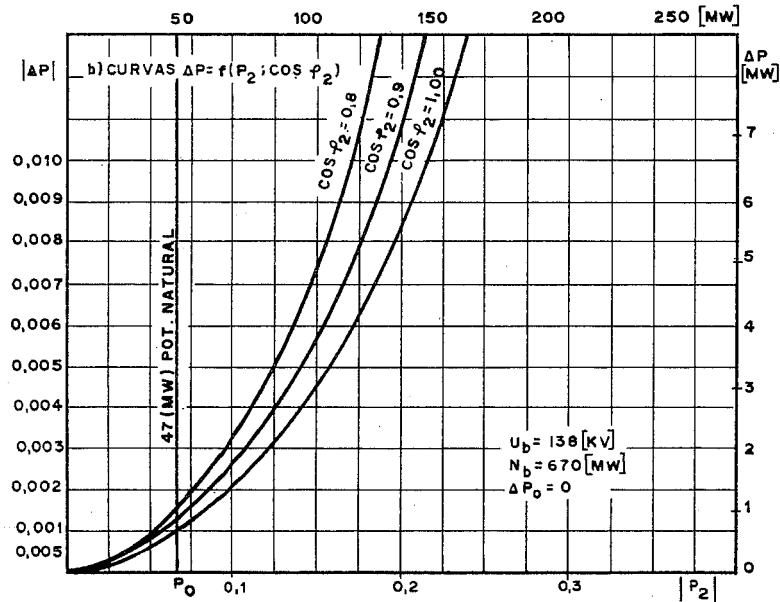


Fig. 6.3 — Variação das perdas em função da variação da energia reativa no receptor de uma linha curta.

missão. Verifica-se claramente o aumento das perdas com o aumento de energia reativa entregue ao transmissor.

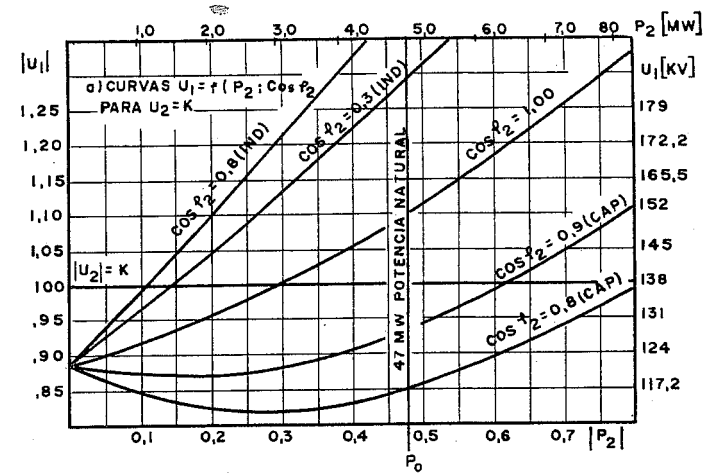


Fig. 6.4 — Variação da tensão no transmissor para tensão constante no receptor de uma linha longa.

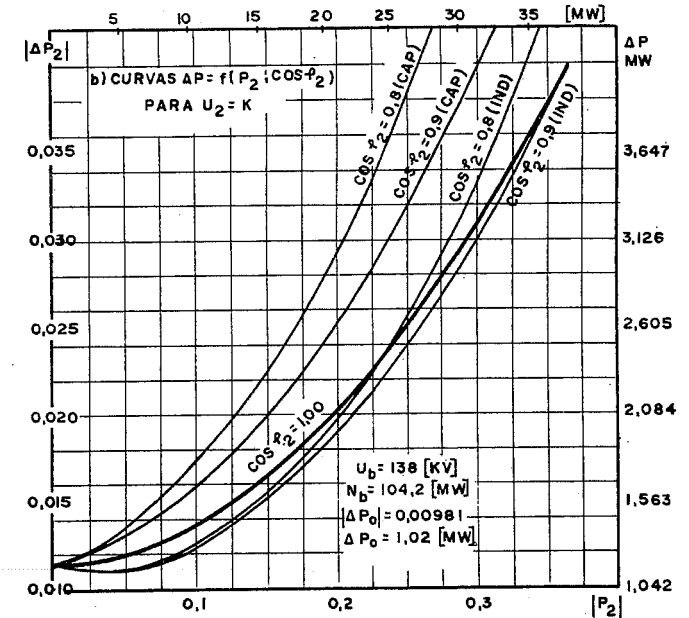


Fig. 6.5 — Variação das perdas em função da variação da energia reativa no receptor de uma linha longa.

A influência das características da linha pode ser verificada pelas Figs. 6.4 e 6.5, nas quais estão representadas as curvas de variação de tensão e perdas para a mesma linha de 138 [kV], porém com comprimento cerca de 6,5 vezes maior do que a linha curta. Verificamos que o efeito Ferranti é considerável: provoca uma elevação da tensão em vazio da ordem de 11%. A potência ativa transmissível com $\cos \phi = 1$ e queda de tensão de 5% é da ordem de $0,3 \cdot 104,2 = 31,25$ [MW], e, com $\cos \phi_2 = 0,8$ (IND), de apenas $0,11 \cdot 104,2 = 11,5$ [MW]. Mesmo sob $\cos \phi_2 = 0,9$ (CAP), só é possível transmitir $0,6 \cdot 104,2 = 62,52$ [MW].

A Fig. 6.5, que mostra a variação das perdas na linha longa, dá uma idéia de como elas crescem com o crescimento da energia reativa entregue no receptor.

Essas considerações nos conduzem a algumas conclusões interessantes:

a — dentro das limitações impostas pela capacidade da central alimentadora, o fluxo das potências ativas é controlado pelas demandas do sistema alimentado, devendo as máquinas primárias ajustar-se a essa demanda, de forma a manter constante a frequência do sistema. Os geradores, por sua vez, devem ajustar-se para manter a tensão constante, em um ponto do sistema;

b — o fluxo das potências reativas através das linhas é um parâmetro fundamental em seu desempenho, seja sob o aspecto técnico (regulação da tensão), seja sob o ponto de vista econômico (rendimento da transmissão). Quanto mais longa for a linha, maiores serão os problemas decorrentes;

c — nas linhas longas, a regulação de tensão e as perdas de potência são, em geral, os fatores limitantes em sua capacidade de transmissão, enquanto que, nas linhas curtas, o aquecimento dos condutores, causado pela corrente transportada, pode ser o fator limitante principal (ver Item 6.6).

6.2.1.1 — Operação Com Tensão Constante no Transmissor

Admitamos que a central que alimenta o sistema mantenha tensão constante junto ao transmissor, ou que o sistema seja alimentado por um barramento de um grande sistema, capaz de aí manter a tensão constante, como pode ocorrer em casos de linhas radiais de subtransmissão. Conforme vimos no Cap. 4, a equação $U_1 = f(N_2, U_1)$ admite quatro raízes. Esse fator é reconhecível na Fig. 6.6, que apresenta as curvas de regulação de uma linha longa operada nessas condições.

Observamos:

1 — para cada valor de fator de potência no receptor há um limite máximo de potência ativa transmissível, definido pelo ponto em que a equação apresenta uma única raiz real. Potências ativas maiores não podem ser entregues no transmissor — as raízes serão todas imaginárias;

2 — para valores de potências ativas menores, encontraremos sempre duas raízes reais e positivas, correspondentes a dois valores de U_2 . A raiz maior é aquela que possui real significado, pois atende a ambas as possibilidades no transmissor; central ou barramento com tensão fixa. A raiz menor somente seria possível no caso da alimentação por uma central elétrica, que permitisse a regulação do fluxo da energia ativa para a linha mediante atuação sobre suas máquinas primárias. Se a demanda no receptor for constante, como foi admitida na hipótese com que a equação $U_2 = f(N_2, U_1)$ foi deduzida, qualquer aumento da potência só poderá ser absorvido pelas perdas na linha na forma de I^2R . Como a resistência da linha permanece constante, haverá um aumento no valor da corrente, que por sua vez irá provocar uma maior queda de tensão, conduzindo ao valor menor de U_2 . Essa raiz representa, portanto, uma condição inviável de operação e deve ser descartada, porque as potências das cargas dependem das tensões, diminuindo quando estas diminuem e aumentando quando estas aumentam. Um aumento da potência ativa no transmissor se manifestaria com um aumento na frequência, cuja magnitude seria função da sensibilidade dos equipamentos alimentados a essa variação. Haverá, certamente, variações nas demandas de potências ativas, como também de potências reativas;

3 — também neste caso, a regulação da linha, como o seu rendimento, dependem grandemente do valor da potência reativa no receptor, ou seja, do fator de potência do sistema alimentado.

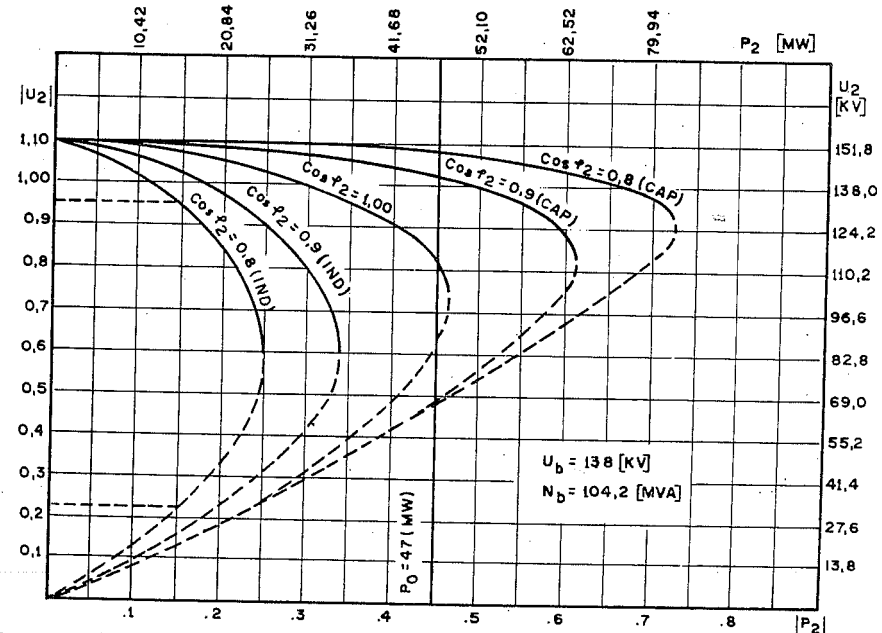


Fig. 6.6 — Curvas de regulação de uma linha longa operada com $U_1 =$ constante alimentando uma carga passiva.

6.2.2 — Linha de Transmissão Ligando uma Central Geradora a um Grande Sistema

É uma condição de operação freqüentemente encontrada nos níveis mais altos dos sistemas de energia elétrica. É o caso das centrais hidroelétricas, hoje cada vez mais distantes e de potências maiores, que alimentam grandes sistemas de energia, contendo outras centrais.

Análises preliminares de linhas funcionando nessas condições são feitas, em geral, com algumas hipóteses simplificativas. São as seguintes:

a — o sistema alimentado pela linha é considerado *infinitamente grande*, ou seja, sua capacidade de receber ou fornecer energia ativa e reativa é infinitamente grande no receptor da linha;

b — a freqüência no barramento de interligação é absolutamente constante;

c — a tensão no barramento do receptor da linha (ponto de interligação) também é rigorosamente constante.

Essas condições dificilmente serão encontradas em sistemas reais, que, no entanto, podem apresentar condições bastante próximas às ideais. As conclusões que obtemos em um estudo assim feito são, portanto, válidas. Uma vez definidos os principais parâmetros dessas linhas, são as mesmas integradas nos modelos dos sistemas e seu desempenho é estudado pelas técnicas de estudos de fluxo de carga (*Load Flow*) e de estabilidade dos sistemas.

De acordo com as hipóteses iniciais, a central elétrica que alimenta a linha de transmissão não terá influência alguma sobre a freqüência de todo o sistema, como também não exercerá controle algum sobre a tensão do mesmo. Da mesma forma, em virtude da constância da freqüência e da tensão, o sistema alimentado não exerce influência sobre a quantidade de energia transmitida pela linha. Esta dependerá exclusivamente do modo de operação da central elétrica junto ao transmissor da linha.

a — Os geradores fornecem às linhas potências ativas de valores iguais à potência fornecida à sua máquina primária (turbinas) menos as perdas de geração e de transformação. A linha de transmissão terá que transportar essas potências ao sistema infinito (que tem capacidade para absorvê-las). O valor da potência ativa transportada pode ser influenciado somente pelos reguladores de abertura das turbinas da central alimentadora, fixados valores para U_1 e U_2 (ver Fig. 6.7).

b — Outrossim, como a tensão no barramento do receptor é mantida constante pelo sistema maior, a regulação da tensão da central elétrica no transmissor da linha poderá ser empregada para regular o fluxo de potências reativas da linha. Para cada valor de U_1 haverá, forçosamente, um valor correspondente de Q_2 (ver Fig. 6.8).

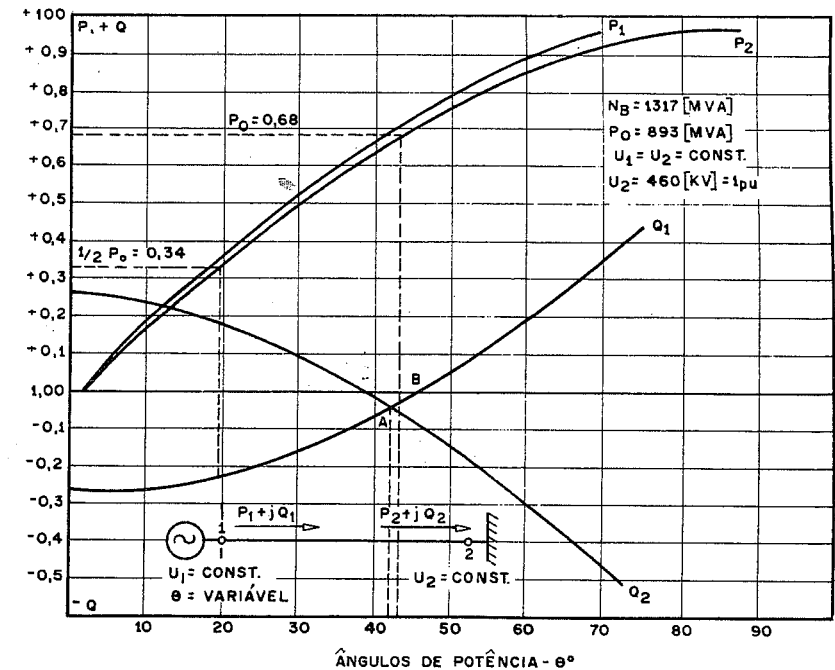


Fig. 6.7 — Variação das potências ativas e reativas em função dos ângulos de potência, com $U_1 = U_2 = pu 1,0 = constante$.

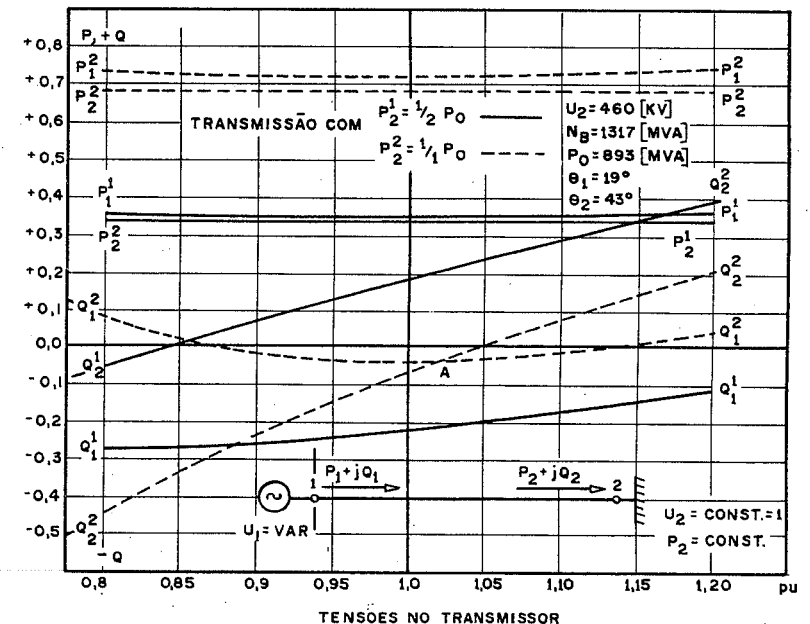


Fig. 6.8 — Variação das potências reativas, em função das tensões no transmissor, com tensão e potência ativa constante no receptor.

Imaginemos um sistema do tipo descrito, em que, na central, mantemos uma tensão U_1 constante, enquanto que o sistema manterá a tensão U_2 constante. Se atuarmos sobre o regulador de velocidade da turbina, aumentando a admissão de água (ou vapor), estaremos fornecendo ao gerador uma potência ativa maior, que se manifestará sob a forma de um aumento no conjugado motor. Este fará com que o rotor do gerador se adiante eletricamente, com relação à sua posição anterior (ele não poderá sofrer aumento de rotação porque estará amarrado sincronicamente ao sistema). Isso significa que a tensão terminal do gerador, que será também a tensão do transmissor, ficará adiantada em fase. O ângulo de potência crescerá à medida que a admissão for aumentada. O crescimento da potência ativa continuará enquanto for possível aumentar a vazão (ou vapor) das turbinas. Cessando esta, o sistema se equilibrará em torno de um valor de θ , correspondente à energia ativa entregue no receptor.

Com um ângulo de potência mínimo e igual a β_A , a potência ativa P_1 destina-se a suprir as perdas em vazio da linha, que, em virtude de sua corrente de carga, se transformou em um importante gerador de reativo. Aquela deverá ser absorvida em partes aproximadamente iguais pelo transmissor e pelo receptor (Q_{10} e Q_{20}). O receptor, sendo infinito, não tem maiores problemas em absorvê-la, enquanto que essa carga reativa pode representar um real problema para os geradores, sujeitos que são aos fenômenos de auto-excitação (ver textos sobre geradores síncronos).

Com o aumento das potências ativas no transmissor, há igualmente um aumento da energia ativa entregue no receptor, sendo seu balanço efetuado com as perdas na transmissão, principalmente aquelas devidas ao efeito Joule. As potências reativas em ambos os terminais decrescem progressivamente em módulo, tornando-se nulas para, em seguida, inverterem o seu sinal. No ponto em que as características $Q_1 = f(\theta)$ e $Q_2 = f(\theta)$ se cruzam, a linha recebe do sistema receptor uma certa potência reativa que ela transfere ao transmissor (ponto A da Fig. 6.8). Esse ponto corresponde à transmissão com potência característica, ou seja, com um ângulo θ_c menor do que θ_A do ângulo correspondente à sua potência natural θ_o . A linha não requer reativo para seu funcionamento, como vimos no Cap. 3. A partir desse ponto, com o aumento nas potências ativas os reativos fornecidos pelo receptor cobrem inicialmente as necessidades da linha, que ainda transfere parte desse reativo aos geradores, para em seguida absorvê-los integralmente (ponto B da Fig. 6.8). Desse ponto em diante, todo o reativo fornecido pelo transmissor e pelo receptor se destina à manutenção dos campos elétricos e magnéticos da linha.

Se os aumentos das potências ativas forem realizados suave e gradativamente, a potência ativa no receptor assim também crescerá até $\theta = \beta_B$ (ver Cap. 4), que corresponde ao ponto, de máxima potência no receptor. A partir desse ponto, as potências reativas recebidas pela linha junto ao receptor continuarão aumentando e as perdas por elas provocadas serão

maiores que os acréscimos de potência ativa no transmissor. A potência ativa no receptor decrescerá, portanto.

O sistema descrito é um sistema oscilante em torno de θ . Assim, se a variação da potência ativa ocorrer bruscamente, poderão aparecer oscilações, no valor de θ , suficientemente grandes para que seja ultrapassado o limite de estabilidade do sistema, quebrando-se o sincronismo entre a central e a rede. Daí ser usual a adoção de um valor máximo conservador para o ângulo θ das linhas de transmissão que operam da forma descrita, ou seja, limita-se o valor da potência ativa transmitida para que o valor de $\theta_{máx}$ não seja ultrapassado. Para as linhas longas esse valor se situa, como foi mencionado, em torno de 30° , como informação preliminar.

A determinação dos limites de estabilidade dinâmica, em sistemas de energia elétrica, será tanto mais complexo quanto maior for o número de centrais interligadas por linhas de transmissão, operando em paralelo. Seu estudo, que foge à finalidade deste texto, requer, em geral, recursos modernos de processamento matemático, como computadores digitais, ou simulação analógica em modelos eletromecânicos.

Imaginemos agora que a admissão das turbinas seja mantida constante, de forma que a potência ativa no receptor seja igual à metade da potência natural da linha. Enquanto que no receptor é mantida constante a tensão $U_2 = 1$ pu, façamos variar a tensão no transmissor entre 0,8 e 1,2 pu. Vejamos a influência dessa variação de tensão sobre os fluxos dos reativos, com base na Fig. 6.8.

Observamos:

1 — a potência reativa no transmissor é negativa, ou seja, flui da linha para as máquinas e, na faixa de variação das tensões, sofre um decréscimo da ordem de $3/5$ do valor que possui com o menor valor de U_1 ;

2 — no receptor observamos que, para valores baixos de U_1 , há um fluxo de reativo do receptor para a linha, que esta transfere ao transmissor, pois o reativo que a linha gera com a potência ativa transmitida é insuficiente para manter as tensões terminais. Com o aumento da tensão U_1 nos geradores, o reativo gerado não somente se torna suficiente para atender aos geradores, como também para fornecer ao sistema receptor, em quantidades crescentes.

Aumentando-se a potência ativa para um valor igual ao da potência natural da linha, observamos:

1 — variação relativamente pequena das potências reativas no transmissor na faixa de variação das tensões, sendo positiva com valores extremos e negativa com valores médios;

2 — considerável variação da potência reativa no receptor, que é negativa com valores baixos de U_1 , com os quais a linha não tem condição de manter seus campos, e com valores positivos com valores altos de U_1 , quando a linha, além de auto-suficiente, ainda pode fornecer reativos do sistema receptor, parte dos quais por transferência desde o transmissor.

O ponto de equilíbrio ocorre com um valor de U_1 para o qual a linha transfere para o transmissor o reativo recebido no receptor (ponto A na Fig. 6.8), quando a linha não gera e não absorve reativo.

6.2.3 — Linha de Interligação de Sistemas

Neste caso, a central é substituída por um novo sistema, de características semelhantes às do sistema alimentado. As tensões, nos pontos de interligação, podem ser consideradas constantes e ambos os sistemas possuem características de sistemas infinitos. Ambos podem absorver ou fornecer energia ativa e reativa e a linha poderá transportar energia em ambos os sentidos.

O fluxo das potências ativas poderá ser controlado através de um controle diferenciado das gerações em cada um dos sistemas interligados. O sistema fornecedor atuará sobre as máquinas primárias, em uma ou em várias de suas centrais, aumentando a sua potência, enquanto que o sistema receptor manterá sua geração constante, durante um aumento de sua própria demanda ou, em caso de demanda constante, reduzirá a geração própria.

O fluxo das potências reativas será controlado através do controle das tensões nos transmissores e receptores. Esse controle poderá ser realizado de várias maneiras, como, por exemplo, através de transformadores reguladores de tensão junto aos terminais da linha.

Uma vez que a geração de energia reativa próxima aos locais de uso é mais econômica do que sua geração remota e conseqüente transporte por linhas de transmissão, esse tipo de linha deve operar, como em geral o faz, com fator de potência unitário no receptor.

6.2.4 — Linha de Interligação Entre Dois Pontos de um Mesmo Sistema

São linhas que normalmente se destinam a aumentar a segurança e a flexibilidade de operação de um sistema, facilitando a circulação das potências e melhorando a sua regulação geral. Através de criteriosa escolha dessas interligações, pode-se conseguir o fluxo ótimo das potências. O projeto de uma linha de interligação deve ser precedido de um estudo geral do sistema (estudo de fluxos de carga) que estabeleça as condições de operação da linha mais conveniente, como também os pontos mais indicados a serem interligados. Nesse tipo de linha, as tensões nos pontos de interligação variam de acordo com as condições de carga no sistema e os ângulos de potência são função do próprio sistema. Transformadores reguladores de tensão e de fase podem ser empregados para regular os fluxos de potências ativas e reativas nessas linhas.

6.3 — MEIOS DE CONTROLAR TENSÕES E ÂNGULOS DE UMA LINHA. COMPENSAÇÃO DAS LINHAS

Conforme vimos nos itens anteriores, o transporte de energia através de uma linha de transmissão depende da diferença em módulo e fase, das tensões no transmissor e no receptor. Depende, outrossim, das características das linhas e das cargas alimentadas. Atuando sobre qualquer desses elementos, alteraremos suas condições de funcionamento. Nas linhas de transmissão ou subtransmissão radiais, que alimentam cargas passivas, é, em geral, relativamente simples a regulação das tensões, dentro de limites razoáveis. Assim, por exemplo, se uma linha é alimentada por uma central elétrica e tem características tais que a variação de tensão em seu receptor é relativamente pequena, os reguladores automáticos de tensão dos geradores podem regular a tensão no transmissor, dentro de pequenos limites, de forma a manter a variação da tensão junto do receptor dentro de limites razoáveis. Para tanto, eles devem ser equipados com controles baseados nas potências ou nas correntes transmitidas. Nas linhas de subtransmissão, essa compensação se realiza nos próprios transformadores elevadores, equipados com comutadores automáticos sob carga, ou através de reguladores indutivos de tensão. A regulação de tensão, nelas, é obtida pela variação do fator de potência no receptor, como também pela alteração dos parâmetros das linhas. Nas linhas que interligam centrais com sistemas contendo geração, ou linhas de interligação de sistemas, ou mesmo de interligação entre pontos de um sistema, a regulação das tensões está, em geral, associada também à regulação das potências. Examinaremos inicialmente a influência dos meios externos de regulação e, em seguida, a influência na modificação dos parâmetros das linhas.

6.3.1 — Regulação do Fator de Potência

Vimos, ao analisar a operação das linhas que alimentam cargas passivas, que o seu desempenho elétrico, ou seja, sua regulação e seu rendimento dependem grandemente do fator de potência do sistema receptor, dependência essa que se torna mais marcante quanto mais longa é a linha.

Dependendo do valor da potência ativa a ser entregue no receptor, a linha poderá ou não dispor de reativo suficiente para não só atender à demanda desse tipo de energia pelo sistema alimentado, como também para consumo próprio, necessário para manter o valor de tensão desejada no receptor. Poderá, outrossim, dispor de excesso de reativo, obrigando-a a manter tensões indesejavelmente altas junto ao receptor. O transporte de reativos pela linha, por outro lado, dá origem a correntes mais elevadas, portanto a maiores perdas de energia.

A necessidade do controle das potências reativas junto aos receptores é, pois, de importância primordial nesse tipo de transmissão. As empresas concessionárias, dentro de certos limites, usam mesmo de medidas coercitivas contra consumidores cujos fatores de potência são considerados

baixos, empregando tarifas diversificadas. Essas tarifas são fixadas de forma a compensar quaisquer investimentos que o consumidor venha a ter que fazer para reduzir suas necessidades de energia reativa.

Nos receptores das linhas, por outro lado, os problemas podem ser de dois tipos: necessidade de geração de reativo para o sistema alimentado, e eventualmente para a linha, bem como de absorção do excesso de energia reativa da linha. Para tanto, equipamento adequado deverá ser instalado junto aos terminais das linhas. Em outras palavras, é necessário que haja compensação de energia reativa junto aos terminais das linhas.

Há, basicamente, dois tipos de equipamento de compensação: rotativos e estáticos. Os primeiros são construídos principalmente por motores síncronos, enquanto que, os segundos, por bancos de capacitores e reatores indutivos, associados ou separados.

A — Compensadores Síncronos — São motores síncronos de construção especial para essa finalidade. Não fornecem, ordinariamente, potências mecânicas em seus eixos. Representam, sem dúvida nenhuma, a forma mais eficiente para a realização da compensação do fator de potência, apesar de seu custo relativamente elevado. Seu funcionamento baseia-se na conhecida propriedade dos motores síncronos, de absorver energia reativa ou de fornecer esse mesmo tipo de energia ao sistema a que estão ligados, dependendo do seu grau de excitação.

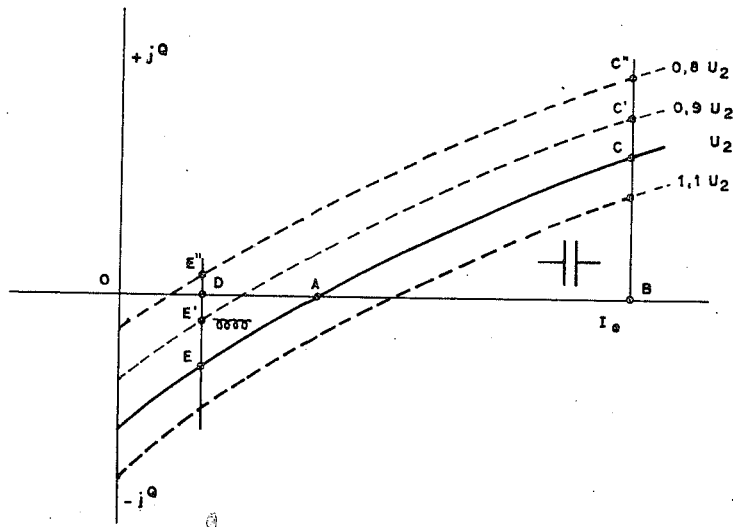


Fig. 6.9 — Característica $O = f(I_e)$ de um condensador síncrono.

Como mostra a Fig. 6.9, OA é o valor da corrente de excitação para o funcionamento de um motor síncrono em vazio, quando ele absorve exclusivamente potência ativa para cobrir suas perdas internas elétricas,

magnéticas e mecânicas. Aumentando-se a excitação, a máquina passa a fornecer energia reativa, que vem a possuir em excesso em seu sistema de excitação. Nessas condições, comporta-se como se fosse um capacitor, donde a denominação usual de *condensadores síncronos*.

Reduzindo-se a excitação a um valor $I_e < OA$, a energia magnética torna-se insuficiente para o seu funcionamento, pelo que, então, absorve da rede a diferença de energia necessária, passando a se comportar como um reator indutivo. Nessas condições, um simples ajuste no valor da corrente de excitação da máquina que se encontra junto ao receptor da linha permite regular o fluxo da potência reativa na linha, entre regimes de operação em vazio $I_e = OD$ e plena carga ($I_e = OB$).

Os compensadores síncronos possuem ainda uma outra propriedade importante, que é a sua capacidade de *auto-regulação*: admitamos que a máquina esteja operando com a excitação OB e tensão U_2 e que a tensão seja reduzida para $0,9 U_2$. Imediatamente, passa a fornecer uma potência reativa BC' , o que provoca uma redução na queda de tensão na linha e um aumento na tensão terminal da máquina, reduzindo novamente a potência reativa, vindo a se estabelecer o equilíbrio entre BC e BC' . Também se a máquina estiver funcionando com a excitação OD , ela estará absorvendo a potência reativa DE . Se a tensão diminuir para $0,9 U_2$, haverá uma redução na queda de tensão, o que virá aumentar novamente a tensão nos terminais da máquina, encontrando-se um ponto de equilíbrio com a potência reativa entre OE e OE' .

Os modernos compensadores síncronos são construídos com o máximo requinte a fim de que seu rendimento seja o mais alto possível, hoje em torno de 99%, quando refrigerados a hidrogênio em circuito fechado. Podem ser construídos com potências individuais superiores a 500 MW.

B — Compensadores Estáticos — De custo inferior, são bastante utilizados, apesar de apresentarem algumas desvantagens com relação à máquina síncrona, principalmente devido ao fato de que equipamentos diferentes são necessários para a produção ou absorção de energia reativa.

a — Capacitores estáticos ligados em derivação — Têm a capacidade de gerar energia reativa de cuja falta o sistema se ressente. São largamente usados em todos os níveis dos sistemas elétricos, pois os benefícios de sua presença são numerosos. Para efeito de regulação do fator de potência das linhas de transmissão, devem ser instalados junto ao seu receptor, empregando-se para isso, em geral, transformadores abaixadores com terciários, se as tensões primárias e secundárias forem muito elevadas. A fim de se obter a capacidade necessária e para que operem sob determinadas tensões, é necessária a formação de bancos de capacitores, por associação série-paralelo.

A potência reativa instalada não deve ser constante, pois a compensação necessária varia, como vimos, com a carga. Daí ser preciso dividir a capacidade necessária para a compensação, quando a linha opera em cargas menores. A capacidade total dos bancos é subdividida em blocos, que podem ser colocados e retirados de serviço independentemente, au-

mentando ou reduzindo a carga reativa no terminal da linha, de acordo com as necessidades de serviço, através de disjuntores.

A variação, evidentemente, é escalonada e não continua, o que constitui uma desvantagem, sendo necessários tantos disjuntores por fase quantos forem os degraus desejados.

A interrupção de correntes capacitivas puras constitui, por si só, um sério problema para os disjuntores, que devem possuir um tempo de desionização muito curto, a fim de se evitar o reacendimento do arco, o que provoca o aparecimento de surtos de sobretensão. O tempo de fechamento também deve ser curto, pois o arco poderia estabelecer-se e extinguir-se pela passagem da corrente por zero, antes de completar o fechamento total dos contatos, também provocando sobretensão. Os disjuntores normais a óleo não têm respondido bem às exigências de serviço, mesmo quando equipados de resistência *by-pass*. Ultimamente têm sido preferidos os disjuntores a ar comprimido, ou a óleo de construção especial, nesse tipo de instalação.

O comando dos bancos capacitores pode ser manual ou automático. Quando sua única finalidade é a de controlar a tensão, eles são ligados e desligados de acordo com a variação desta.

Em caso de comando automático, um relé de tensão comanda o esquema. Quando sua função é a de correção do fator de potência, relés de corrente ou de kVAr é que controlam a sua operação.

Quando se energiza o primeiro estágio de um banco de capacitores, uma corrente de elevado valor instantâneo pode fluir no sistema. Essa corrente pode ser calculada pela expressão [1]:

$$I_c = \frac{U}{X_C - X_L} \left[1 + \sqrt{\frac{X_C}{X_L}} \right] \quad [A], \quad (6.1)$$

na qual U [V] é a tensão fase e neutro;

X_C [ohm] é reatância capacitiva por fase do estágio que está sendo ligado;

X_L [ohm] é reatância indutiva interposta entre as fontes e os capacitores.

Ao serem energizados sucessivamente outros estágios, o valor inicial da corrente é determinado principalmente pela carga instantânea dos capacitores que já se encontram em serviço, a qual se sobrepõe àquela originária do sistema. Os disjuntores que entram em serviço sucessivamente são cada vez mais solicitados, sendo aquele que liga o último o que deve ligar a maior corrente. Se os capacitores estiverem completamente descarregados, o valor máximo da corrente poderá ser calculado pela expressão [1]:

$$I_{m\acute{a}x} = 1,2 \sqrt{2} U \sqrt{X_C/X_L} \quad [A]. \quad (6.2)$$

Se os capacitores estiverem inteiramente carregados, a corrente poderá atingir o dobro desse valor. As correntes iniciais podem ser limitadas colocando-se em série com cada um dos estágios uma resistência ou uma reatância indutiva, a ser curto-circuitada depois do transitório inicial.

Um curto-circuito em uma unidade de um banco de capacitores pode prejudicar os demais, pois pode permitir a passagem de correntes originárias das cargas dos outros capacitores. Estes sofrerão, então, rápidos ciclos de cargas e descargas, danificando-se. Evitam-se inconvenientes protegendo-se cada unidade do banco através de fusíveis de alta capacidade de ruptura, que eliminam do serviço a unidade defeituosa, curto-circuitando-a simultaneamente.

b — Reatores indutivos em derivação — Absorvem o excesso de energia reativa existente no sistema. Construídos de forma semelhante à dos transformadores, podem ter incorporados comutadores automáticos, cuja função é variar o valor da reatância em serviço, sendo, em geral, comandada por relés de tensão. Os reatores indutivos são basicamente de dois tipos: de núcleo saturado e de núcleo isolado. Procura-se, em ambos os casos, dar-lhes características lineares. No primeiro caso, fazendo com que operem na parte linear da curva magnética saturada, e no segundo, mantendo entre ferros elevados, fazendo com que trabalhem na região não saturada da sua curva de magnetização.

Uma associação adequada de reatores indutivos e capacitores reguláveis permite obter uma compensação com características semelhantes àquelas dos compensadores síncronos [11].

6.4 — COMPENSAÇÃO DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO

Nos capítulos e itens anteriores, verificamos que em uma determinada linha de transmissão, com seus parâmetros elétricos fixos e definidos, equipamentos vários podem ser usados para regular os fluxos das potências ativas e reativas e as relações entre as tensões terminais. O elemento aparentemente menos flexível é a própria linha, cujos parâmetros são função de suas características físicas, rígidas para uma determinada construção. Sua alteração seria, evidentemente, um meio de reduzir e mesmo anular certos efeitos indesejáveis em sua operação. Estes, como vimos, são tão mais acentuados quanto maior o seu comprimento, como, por exemplo, o efeito Ferranti ou as excessivas quedas de tensão em regime de cargas elevadas.

Felizmente, para a técnica das transmissões a longa distância, sem alterarmos as características físicas das linhas, possuímos meios para alterar suas características de transmissão, atuando sobre o seu circuito elétrico. Nessas condições, é possível neutralizar o efeito do excesso de reatância capacitiva, ou o excesso de reatância indutiva, ou mesmo ambos. Também é possível alterar artificialmente o comprimento elétrico da linha. O grau de compensação em cada um dos casos é, antes de tudo, um problema técnico-econômico, e como tal deve ser encarado.

Conforme lembramos do exposto no Cap. 3, uma linha de transmissão, para poder funcionar, necessita, para a manutenção de seus campos elétricos e magnéticos, de energia elétrica reativa, cujo sinal depende do regime de carga com o qual opera. Essa energia reativa deverá ser-lhe fornecida pelo sistema gerador que a alimenta, e seu valor depende de seu comprimento e de sua classe de tensão. Quando a linha opera em vazio ou com cargas pequenas, ela se comporta como um capacitor, representando, para o sistema alimentador, um gerador de energia reativa. Por outro lado, com cargas elevadas em cujo limite encontramos a operação em curto-circuito, a linha absorve energia reativa para o seu funcionamento, havendo nesse regime de operação predominância dos campos magnéticos. Há apenas um ponto intermediário em que a linha é auto-suficiente, há equilíbrio entre a energia necessária aos seus campos elétricos e magnéticos e ela deixa de absorver energia reativa, passando o período transitório de energização; é quando opera com potência natural. Nesse caso, seu fator de potência é constante ao longo de todo o seu comprimento. Ela deixa de solicitar o sistema alimentador por energia reativa, em geral de custo elevado. A Fig. 3.17 mostra as necessidades de energia reativa de sistemas de transmissão para várias classes de tensão, em função da relação da potência transmitida e da potência natural da linha.

Somente uma parcela bastante pequena dessas potências pode ser fornecida ou absorvida pelos sistemas, de forma que outras fontes de energia reativa são necessárias. Já vimos no Item 6.3 que a forma de evitar o transporte de energia reativa através das linhas consiste na produção e absorção da energia reativa junto do receptor, inclusive daquela requerida pela rede alimentada. Para tanto, sugerimos o emprego de condensadores síncronos, ou reatores indutivos e bancos de capacitores. Vejamos como satisfazer as necessidades de energia reativa das linhas.

6.4.1 — Compensação em Derivação

Visa a neutralizar o efeito das reatâncias em derivação das linhas, através de elementos em derivação absorvendo energia reativa de sinal oposto. Em outras palavras, empregam-se reatores indutivos para compensar as reatâncias capacitivas naturais das linhas. Com essa compensação procura-se, principalmente, a neutralização do efeito Ferranti, ligando-se a ambas as extremidades das linhas reatores indutivos de indutância variável. As tensões nas extremidades da linha são mantidas no valor desejado. Na Fig. 6.10 representamos o esquema unipolar da linha compensada e o seu circuito equivalente.

Conforme vimos no Cap. 3, tanto a linha como os reatores podem ser representados em termos das constantes generalizadas dos quadripolos. Lembramos que a constante \dot{A} representa a relação, em módulo e fase, entre a tensão \dot{U}_{10} e \dot{U}_{20} quando a linha opera em vazio. Portanto, para que a compensação seja total, é necessário fazer com que $\dot{A} = 1$. De

acordo com a associação n.º 12 da Tab. 4.3 de associação de quadripolos, teremos (Fig. 6.11):

$$\begin{aligned} \dot{A} &= \dot{A}_1 + \dot{B}_1 \dot{Y}, & \dot{C} &= \dot{C}_1 + \dot{A}_1 \dot{Y} + \dot{D}_1 \dot{Y} + \dot{B}_1 \dot{Y} \dot{Y} \\ \dot{B} &= \dot{B}_1; & \dot{D} &= \dot{D}_1 + \dot{B}_1 \dot{Y}. \end{aligned} \quad (6.3)$$

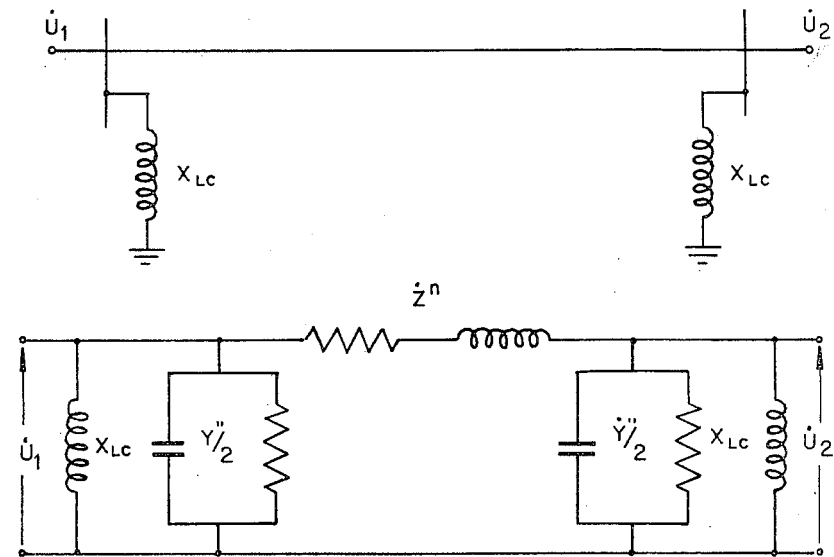


Fig. 6.11 — Quadripolo representativo da linha com compensação.

Uma compensação completa será conseguida com:

$$\dot{A}_1 + \dot{B}_1 \dot{Y} = 1,$$

da qual obtemos:

$$\dot{Y} = \frac{1 - A_1}{B_1} \text{ [siemens/fase]} \quad (6.4a)$$

ou uma compensação parcial:

$$\frac{k - A_1}{B_1} \text{ [siemens/fase]}, \quad (6.4b)$$

na qual k representa o valor da relação U_{10}/U_{20} desejada.

Apenas a componente reativa de \dot{Y} é que deverá ser compensada, pois a compensação da parte real é desnecessária, por se tratar de componente ativa da corrente de carga da linha, e exigiria, além do mais, a injeção de correntes nos pontos de compensação. A resistência dos reatores é normalmente bastante pequena, comparada com a sua reatância indutiva, podendo ser desprezada.

Nessas condições, teremos:

$$y' - jy'' = \frac{k - (a' + ja'')}{Be^{j\beta B}} = \frac{k - a'}{B} e^{-j\beta B} + j \frac{a''}{B} e^{-j\beta B}$$

operando e igualando imaginários:

$$y'' = \frac{k - a'}{B} \sin \beta_B - \frac{a''}{B} \cos \beta_B \text{ [siemens/fase]}. \quad (6.5)$$

A capacidade trifásica dos reatores indutivos em derivação a serem instalados em cada extremidade da linha será dada por:

$$Q_c = U_{\Delta}^2 \cdot y'' \text{ [MVar]}, \quad (6.6)$$

na qual U_{Δ} [kV] é sua tensão nominal, entre fases.

O emprego dos reatores não elimina a elevação das tensões no meio da linha, atuando somente em suas extremidades, como mostra a Fig. 6.12b. As tensões em pontos intermediários podem também ser reduzidas ao nível da tensão no transmissor, em vazio, com a instalação de reatores em pontos intermediários. Neste caso, cada trecho de linha deverá ser considerado como um quadripolo, assim como cada reator. Teremos a associação-série de cinco quadripolos. Sua solução prática pode ser feita pela solução simultânea das expressões 12 e 15 da Tab. 4.3, igualando-se a constante resultante \dot{A} à unidade.

A conveniência da compensação total, como também do emprego de reatores intermediários, está relacionada com a coordenação do iso-

lamento da linha e os investimentos necessários, que, principalmente neste último caso, são bastante vultosos. Os reatores, em geral, são ligados diretamente ao barramento de saída das linhas, nos sistemas em tensões mais elevadas, sendo, no entanto, comum empregar para esse fim enrolamentos terciários dos transformadores terminais, em sistemas de tensões mais baixas.

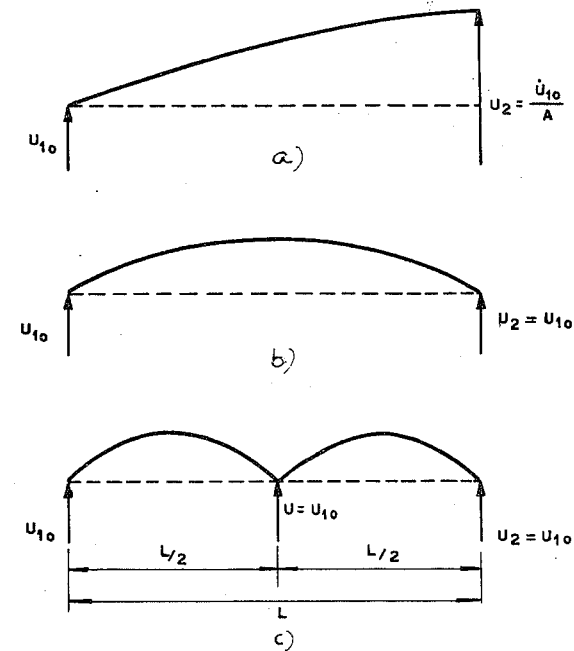


Fig. 6.12 — Linha em vazio, perfis de tensão: a) sem compensação; b) com compensação; c) compensação intermediária e no receptor.

6.4.2 — Compensação-Série

Os parâmetros-série das linhas de transmissão, reatância indutiva e resistência, são os responsáveis pelas grandes quedas de tensão nas linhas. A reatância indutiva, além do mais, é também responsável pelo ângulo de potência θ da linha; portanto, pelo seu grau de estabilidade, tanto estática como dinâmica. Para a manutenção de seu campo magnético, necessita da energia reativa que absorve do sistema alimentador. Seus efeitos são proporcionais à corrente na linha. A compensação poderá, então, ser feita através de capacitores ligados em série, capazes de reduzir e mesmo anular os efeitos da indutância da linha, quando vistos de seus

terminais. Nessas condições, o emprego de capacitores estáticos em série com as linhas de transmissão vem recebendo um crescente impulso, pois, entre outras, apresenta as seguintes vantagens [7]:

- a — representam, em geral, a solução mais econômica para melhorar os limites de estabilidade estática e transitória;
- b — melhoram a regulação das linhas;
- c — ajudam a manter o equilíbrio de energia reativa;
- d — melhoram a distribuição de cargas e as perdas globais no sistema.

Dessa forma, aumentando as capacidades de transporte das linhas, sua instalação em linhas existentes pode protelar e mesmo evitar a construção de nova linha, possivelmente de custo superior. Os capacitores-série, para o funcionamento ideal, deveriam ser distribuídos ao longo da linha, porém, em virtude do custo envolvido em cada uma dessas instalações, seu emprego é em geral limitado à suas extremidades e a um ou dois pontos intermediários. Para a compensação total, que será apenas da reatância indutiva, é necessário que a parte imaginária da constante B do quadripolo resultante da associação-série da linha com os capacitores seja anulada. A localização ideal para os capacitores-série é junto ao meio da linha [1], o que, no entanto, requer a construção de uma subestação e vias de acesso adequadas. Um cálculo econômico poderá indicar a posição mais adequada: no meio ou junto às suas extremidades.

O valor da reatância capacitiva necessária pode ser calculado através das constantes generalizadas das linhas. Para uma compensação total, basta que a parte imaginária da constante do quadripolo, resultante da linha e compensação, seja anulada. Admitamos que a compensação se faça com um banco de capacitores colocado no meio da linha. De acordo com a associação n.º 14 da Tab. 4.2, encontraremos:

$$\dot{B} = \dot{B}_1 \dot{A}_2 + \dot{D}_1 \dot{B}_2 + \dot{D}_1 \dot{A}_2 \dot{Z} \quad (6.7)$$

ou

$$b' + jb'' = 2 [b_1' a_1' + j b_1' a_1'' + j b_2' a_1'] + [(a_1')^2 + 2 j a_1' a_1'' - (a_1'')^2 (j x_c)];$$

operando e igualando imaginários:

$$b'' = 2 (b_1' a_1'' + b_2' a_1') + x_c [(a_1')^2 - (a_1'')^2],$$

donde:

$$x_c = - \frac{2 (b_1' a_1'' + b_2' a_1')}{(a_1')^2 - (a_1'')^2} \text{ [ohm]}. \quad (6.8)$$

A potência reativa do banco de reatores será:

$$Q_c = 3 x_c I_L^2 \text{ [kVAr]}, \quad (6.9)$$

sendo I_L [kA] a corrente em regime permanente da linha.

Se instalado junto às suas extremidades, sua capacidade pode ser calculada a partir da equação:

$$\dot{B} = \dot{B}_1 + \dot{A}_1 \dot{Z}_{cc} + \dot{D}_1 \dot{Z}_{cc} + C_1 Z_{cc}^2, \quad (6.10)$$

que pode ser posta da seguinte forma:

$$b' + jb'' = (b_1' + j b_1'') + 2 (a_1' + j a_1'') (r_c' + j x_c'') + (c_1' + j c_1'') (r_c' + j x_c'')^2;$$

desenvolvendo e igualando reais e imaginários, teremos:

$$b'' = b_1'' + 2 a_1' x_c'' - c_1'' (x_c'')^2. \quad (6.11)$$

Para uma compensação total, teremos $b'' = 0$, logo:

$$x_c = \frac{+ 2 a_1' \pm \sqrt{(2 a_1')^2 + 4 c_1'' b_1''}}{2 c_1''}. \quad (6.12)$$

Das duas raízes possíveis, devemos aceitar a raiz negativa, pois o sinal mostra tratar-se de reatância capacitiva.

A compensação é normalmente realizada parcialmente. Nesse caso, instalam-se capacitores com capacidade proporcionalmente menores. Assim, por exemplo, se instalarmos capacitores com capacidade de 0,50 x_{cc} , diz-se que a linha está compensada em 50%. O grau de compensação depende dos efeitos desejados, podendo variar de 20 a 60%. Os capacitores-série afetam, outrossim, os valores das constantes \dot{A} e \dot{C} das linhas. Assim, por exemplo, no caso da compensação se fazer no meio da linha, teremos, como mostra a Tab. 4.2:

$$\dot{A} = \dot{A}_1^2 + \dot{C}_1 \dot{B}_1 + \dot{C}_1 \dot{A}_1 (-j x_c) \quad (6.13)$$

e em suas extremidades:

$$\dot{A} = \dot{A}_1 + \dot{C}_1 (-j x_c), \quad (6.14)$$

o que significa um aumento do valor de \dot{A} , que se pode tornar maior do que a unidade, neutralizando o efeito Ferranti e provocando quedas de tensão com pequenas cargas ou mesmo em vazio (ver Fig. 6.13).

O diagrama vetorial de uma linha equipada com capacitores-série está indicado na Fig. 6.13, para a qual a compensação é parcial. Verifica-se uma redução sensível na queda de tensão reativa, acompanhada de uma redução no ângulo de potência θ da linha. Este último fato indica que o emprego dos capacitores-série aumenta a capacidade de transporte das linhas face ao problema da estabilidade. O limite máximo do ângulo θ limita a possibilidade de transporte da potência natural das linhas em função da distância, como mostra a Fig. 6.14. Lembramos no Cap. 3

que a potência natural é diretamente proporcional ao quadrado da tensão e inversamente proporcional à impedância natural. A reatância indutiva de uma linha compensada com capacitores-série será menor do que aquela de uma linha não compensada, exatamente de valor igual à reatância dos capacitores de compensação. Sua indutância decresce na mesma proporção; a impedância natural, conseqüentemente, também é bem menor, o que faz com que a potência natural aumente. Um aumento desta, para uma mesma distância de transmissão, traz um aumento na potência transmissível com mesmo ângulo θ .

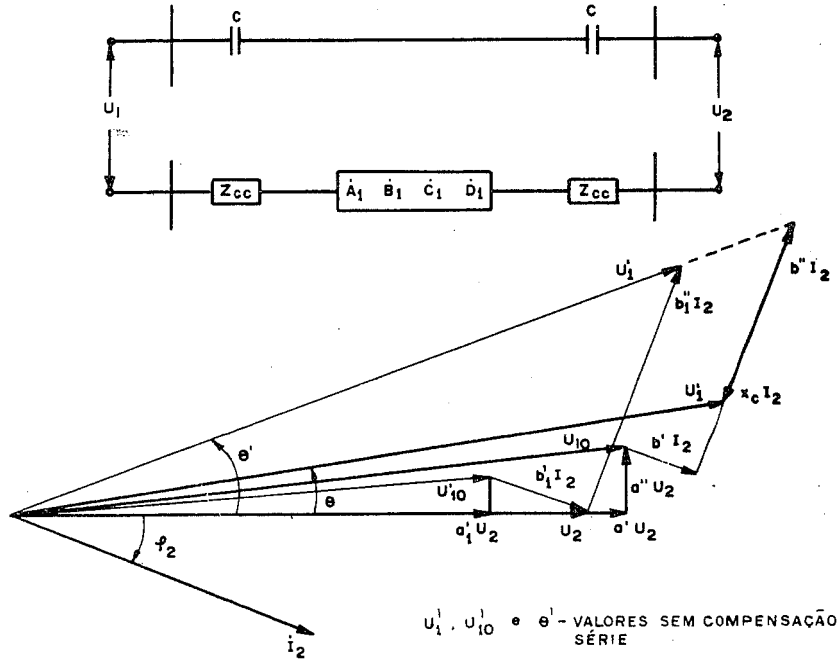


Fig. 6.13 — Efeito da compensação parcial por capacitores-série em linha longa.

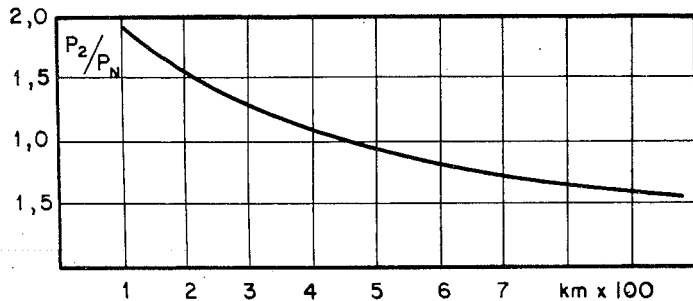


Fig. 6.14 — Capacidade de transmissão das linhas em função do comprimento e da potência característica.

A aplicação dos capacitores-série apresenta ainda algumas dificuldades e também inconvenientes, dentre os quais vale a pena mencionar:

a — os capacitores-série são normalmente solicitados por uma diferença de potencial equivalente à queda de tensão que a corrente da linha provoca ao atravessá-los ($I_L \cdot X_{cc}$). Ela representa apenas alguns porcentos da tensão de operação entre fase e neutro da linha. Ao ocorrer, porém, um curto-circuito no sistema, a corrente de falta que poderá fluir na linha poderá alcançar valores muito elevados, provocando diferenças de potencial muito elevadas nos terminais dos capacitores. Não é econômico projetar o isolamento e o dielétrico dos capacitores para tensões dessa ordem, pois o preço dos capacitores aumenta com o quadrado da tensão, o que obriga a procura de soluções mais econômicas e, ao mesmo tempo, igualmente eficientes. Tem sido empregado com relativo sucesso o esquema de proteção esquematizado na Fig. 6.15. Um centelhador para descarregar com uma tensão inferior à de isolamento do capacitor é colocado em paralelo com o mesmo e dá passagem à corrente de curto-circuito, tão logo a tensão através dos terminais atinja o valor suficiente.

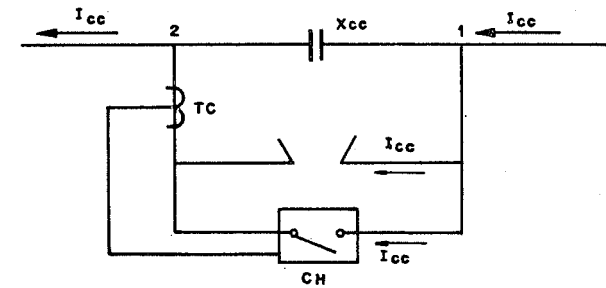


Fig. 6.15 — Representação esquemática da proteção de capacitores-série contra sobrecorrentes.

Um transformador de corrente — *TC* — colocado no circuito do centelhador aciona um relé que comanda um disjuntor que fecha um *by-pass* curto-circuitando o capacitor, que, dessa forma, é inteiramente aliviado da tensão. A retirada de serviço do capacitor aumenta a reatância indutiva do circuito entre a fonte e o ponto da falta, reduzindo a intensidade da corrente de curto-circuito, porém o *by-pass* só é aberto após a normalização do valor da corrente de curto-circuito. Os esquemas atualmente em uso são bastante mais complexos, porém operam sob o mesmo princípio [7].

b — Ferro-ressonância pode aparecer entre os transformadores e os capacitores-série, produzindo no capacitor sobretensões subarmônicas. Essas sobretensões, em geral, começam somente no instante em que o transformador é ligado e persistem até que o dispositivo de proteção aci-

ma descrito atue, curto-circuitando por pouco tempo o capacitor. Após seu religamento, não reaparecem. Os subarmônicos assim gerados refletem-se sobre os geradores, nos quais podem criar oscilações subsíncronas, com ressonâncias-série entre 0 e 60 Hz, criando torques oscilantes e vibrações torsionais que podem, eventualmente, conduzir a danos mecânicos das máquinas [9], como também, sob certas condições, comprometer a estabilidade do sistema [8, 9].

c — A presença de capacitores-série nos terminais das linhas equipadas com compensadores síncronos pode apresentar alguns problemas com oscilações permanentes em torno da velocidade síncrona, principalmente se a relação resistência/reatância da linha for elevada (nas linhas modernas, é em geral em torno de 1/8 ou 1/10, não causando maiores problemas). Em linhas parcialmente compensadas, o fenômeno de *hunting* pode ocorrer.

d — Dificuldades em conseguir uma coordenação da proteção eficiente das linhas.

e — O custo de instalação dos capacitores-série é bastante elevado, o que tem ainda limitado o seu emprego. A pequena diferença de potencial entre seus terminais, que se encontram no mesmo potencial dos condutores da linha, exige um nível de isolamento compatível. Dessa forma, cada grupo monofásico de capacitores é montado sobre plataformas isoladas do solo e entre si, o que acarreta certos problemas com relação ao suprimento de energia para o equipamento de proteção e disjuntores.

6.5 — VARIÇÃO ARTIFICIAL DO COMPRIMENTO DAS LINHAS

No Cap. 3 estudamos a influência do comprimento das linhas sobre o seu desempenho, tendo verificado que as piores condições ocorrem quando as linhas alcançam comprimentos próximos ao comprimento de 1/4 de onda, melhorando a seguir, para se comportarem de maneira ótima ao atingirem comprimento equivalente ao comprimento de meia onda. As linhas em 60 [Hz], cujo comprimento de onda é de cerca de 4 800 [km], hoje já alcançam, em algumas partes do mundo, valores bem próximos a 1/4 de onda, enquanto que se vislumbra a possibilidade de umas poucas linhas chegarem a um meio comprimento de onda, apesar da competitividade da transmissão em corrente contínua para a transmissão de grandes blocos de energia a distâncias acima de 700 [km].

Admitindo, entretanto, a possibilidade da conveniência da construção de linhas com mais de 1/5 de comprimento de onda, a possibilidade de alterar o seu comprimento artificialmente é também economicamente viável, como mostraram vários estudos. Verificam-se duas possibilidades: seu encurtamento, pela compensação integral dos elementos reativos, reduzindo-se a um circuito resistivo, ou seu prolongamento no sentido de seu comprimento elétrico se tornar equivalente a uma linha de meia onda.

Um e outro processo possuem seus defensores. Essas técnicas podem provar ser bastante úteis no Brasil em um futuro não muito remoto, pois poderão permitir a transmissão, de ponto a ponto, da energia que poderá ser produzida na região amazônica, cujo potencial é enorme.

6.5.1 — Linha com Compensação Total

Se compensarmos toda a reatância indutiva por meio de capacitores-série da forma indicada no Item 6.4.2 e toda a reatância capacitiva por reatores indutivos em derivação, a linha se comportará como um circuito resistivo, possuindo resistência-série e resistência em derivação. A queda de tensão em módulo será função da corrente na linha e do valor de sua resistência, e sua fase dependerá exclusivamente do fator de potência do receptor da linha.

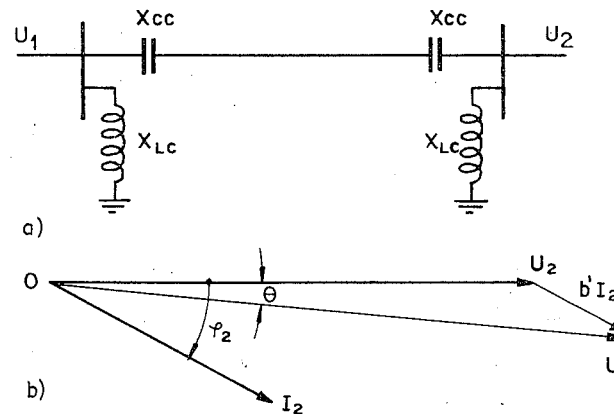


Fig. 6.16 — Linha compensada: a) circuito equivalente; b) diagrama vetorial.

Na Fig. 6.16 está indicado o seu circuito unipolar e o diagrama vetorial correspondente. Neste caso, a linha não necessita de energia reativa, exceto durante o transitório de energização.

Em geral, não se visa à compensação total, contentando-se com compensação parcial, com o objetivo de assegurar condições ótimas de funcionamento, tanto sob o ponto de vista da estabilidade do sistema, como da regulação de tensões, como de potências reativas. Em um trabalho [5] publicado em 1962, o problema técnico-econômico da compensação das linhas extralongas, que se tornou uma referência clássica sobre o assunto, foi muito bem exposto.

Nesse artigo, os autores verificaram, entre outras coisas, o seguinte:

a — o esquema de secção de compensação que melhores resultados econômicos apresentou é a secção Pi (Fig. 6.17);

b — o custo total do transporte da energia praticamente não é afetado pelo número de secções intermediárias de compensação, sendo o seu número ditado mais por considerações sobre os valores das tensões em pontos ao longo da linha. Sua distribuição uniforme é a mais conveniente;

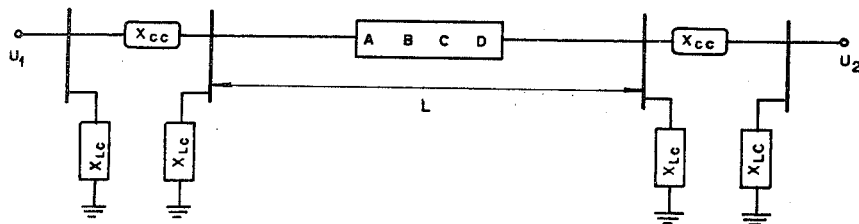


Fig. 6.17 — Esquema II de compensação total.

c — a compensação-série mais conveniente é da ordem de 80% ou mais. Nessas condições, o valor da potência ativa mais econômico em uma linha é praticamente independente do seu comprimento, sendo limitado mais pelo valor do ângulo θ , por considerações de estabilidade;

d — o grau de compensação em derivação é ditado por problemas de regulação das tensões e pelo isolamento das linhas.

Em vista do elevado custo do equipamento envolvido, que pode absorver apreciável parcela do investimento total (de 25 a 50%, dependendo da classe de tensão), esse tipo de transmissão é apropriado para distâncias acima de 950 [km], envolvendo o transporte de 10 a 25 bilhões de [kWh-ano] em tensões acima de 500 [kV].

Para determinar os valores de X_{cc} e X_{lc} para o esquema acima, cada secção de compensação deverá ser considerado como um quadripolo e as Eqs. (6.5), (6.8) e (6.12), aplicadas como se fosse para a realização total de uma linha não compensada.

6.5.2 — Compensação para Transmissão em Meia Onda

A transmissão em meia onda não é um conceito novo, pois engenheiros de telecomunicações têm empregado esse sistema há muitos anos. Só em épocas relativamente recentes é que os comprimentos das linhas de transmissão de energia elétrica começaram a ser vistos em termos de comprimento de onda, tentando-se, desse modo, explicar os complexos fenômenos eletromagnéticos que nelas ocorrem. No Cap. 3, verificamos alguns fatos interessantes com relação às linhas de comprimento de meia onda:

a — o efeito Ferranti desaparece de seu receptor;

b — a corrente de carga da linha é pequena, desaparecendo também o problema da auto-excitação dos geradores.

Além desses efeitos favoráveis, devemos acrescentar ainda o não menos importante fato de que o ângulo θ , nas linhas de meia onda, atinge 180° , o que, sob o ponto de vista de estabilidade, equivale a um ângulo de 0° , como se verifica em estudos de estabilidade de sistemas.

Nessas condições, pelo que se refere à transmissão a distância muito grande (em torno de $1/4$ de comprimento de onda) em tensões extra-elevadas, a transmissão em meia onda abre novas perspectivas para a transmissão em CA, em sua competição com a transmissão em CC.

O aumento artificial do comprimento elétrico das linhas pode ser feito de duas maneiras.

Conforme vimos no Cap. 3, para uma linha ideal:

$$\lambda = v/f \quad [\text{km}];$$

por sua vez,

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad [\text{km/s}];$$

portanto,

$$\lambda = \frac{1}{f\sqrt{LC}} \quad [\text{km}].$$

Reduzir o comprimento de onda de uma linha com frequência constante equivale a aumentar o seu comprimento elétrico. Pela Eq. (6.15) observamos que isso é possível atuando sobre os termos de seu radical, cujo valor deverá ser aumentado convenientemente. Um aumento no valor da indutância é destituído de interesse, pois aumentaria sua reatância indutiva, reduzindo, portanto, o valor da potência transmissível. Restam-nos, portanto, dois outros caminhos, que, como veremos, são viáveis.

Primeiro Processo

Consiste na instalação ao longo da linha, a intervalos regulares, de bancos de capacitores em derivação, aumentando-se convenientemente, portanto, o valor da susceptância capacitiva da linha. Neste caso, além do aumento do comprimento auto-elétrico da linha, obtemos também um considerável aumento no valor da sua potência natural, pois sua impedância de onda fica consideravelmente diminuída, como nos lembra a equação:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

A capacidade em capacitores a ser instalada ao longo da linha é facilmente calculada. Conforme vimos no Cap. 3, na linha ideal operando com potência natural:

$$\theta = \beta l \text{ [rad]}$$

ou

$$\theta = 57,3 \beta l \text{ [graus];} \quad (6.16)$$

como:

$$\beta = I_m \{\sqrt{yz}\} = \sqrt{LC},$$

logo,

$$\theta = 57,3 \cdot l \sqrt{LC}.$$

Na transmissão com meio comprimento de onda, é desejável que o sistema composto da linha e dos transformadores terminais tenha um ângulo de torque da ordem de 190° , o que faz com que a sensibilidade do controle de reativo dos geradores possa ser menor, como também assegura a transmissão em meia onda quando o sistema operar com tensão reduzida, pois uma redução porcentual da frequência acarreta um aumento igual no comprimento de onda.

Fixando, na Eq. (6.16), o valor para θ , podemos obter o valor da capacitância C por quilômetro de linha física. Esse valor é necessário para o cálculo do valor da compensação capacitiva capaz de dar o efeito desejado. Esse esquema aumenta a capacidade de transmissão da linha, aumentando também as perdas de transmissão.

Segundo Processo

Consiste no aumento tanto dos termos em derivação como daqueles em série. Localiza-se junto aos terminais receptor e transmissor da linha. Neste processo, a potência natural da linha fica praticamente inalterada, e qualquer aumento na potência transmissível aumenta o valor de θ .

As reatâncias de dispersão dos transformadores elevadores e abaixadores devem ser consideradas como reatância em série, podendo a compensação terminal ser feita no lado de seu secundário, considerando-se como transmissor e receptor o conjunto assim formado. Nesse caso, usufrui-se do benefício do equipamento compensador para tensões mais baixas. Transformadores com valores especiais de reatância de dispersão para esse fim podem ser obtidos, sem grande custo adicional. A Fig. 6.18 mostra o seu prolongamento para meia onda e a associação dos quadripolos representativos.

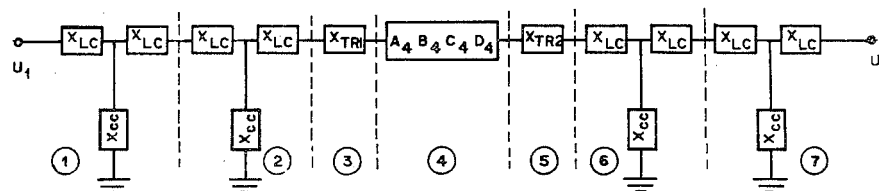


Fig. 6.18 — Linha compensada em meia onda.

Para calcular o valor da compensação total necessária, devemos conhecer o comprimento elétrico da linha compensada para um valor pre-estabelecido de θ . Da Eq. (6.16) obtemos:

$$l_c = \frac{\theta}{57,3\beta} \text{ [km].} \quad (6.17)$$

A indutância e a capacitância totais serão, respectivamente:

$$L_c = l_c \cdot L \text{ [H]} \quad (6.18)$$

$$C_c = l_c \cdot C \text{ [F].}$$

Subtraindo desses valores os valores das indutâncias da linha física e de dispersão dos transformadores terminais e, respectivamente, a capacitância da linha, teremos os valores das indutâncias e capacitâncias a serem acrescidas às extremidades da linha.

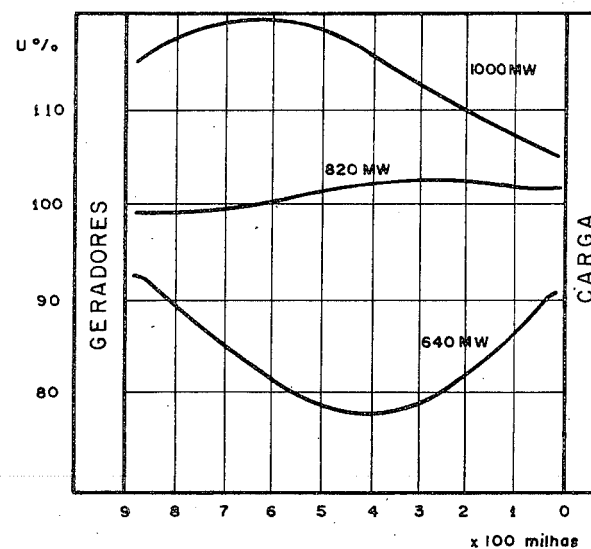


Fig. 6.19 — Perfil de tensões em linha de meia onda [6].

A fim de simplificar os cálculos das reatâncias indutivas e capacitivas necessárias, podem-se desprezar a resistência e as condutâncias de dispersão da linha, como também o efeito das correntes de magnetização dos transformadores, sem que isso implique maiores erros. É interessante notar o efeito do prolongamento da linha sobre o seu perfil de tensões, nos diferentes regimes de carga, na Fig. 6.19 [6]. Na operação em vazio, a tensão no meio da linha cai praticamente a zero (zero na linha ideal). Em operação com potência natural, a tensão é quase uniforme ao longo de toda a linha, manifestando-se apenas um pequeno aumento de tensão entre o transmissor e o receptor, devido ao comprimento em excesso de 180°.

Verificações em analisadores de circuitos mostram também que, por ocasião da ocorrência de faltas, as correntes de curto-circuito e sobretensões estão dentro de limites considerados normais. Sua estabilidade dinâmica é também muito boa.

Estudos econômicos comparativos mostraram que, para comprimentos de 1 450 [km] (aproximadamente 900 milhas) ou maiores, a transformação da linha em linha de meia onda é mais econômica do que a sua compensação por capacitores-série e reatores em derivação (6).

6.6 — LIMITES TÉRMICOS DE CAPACIDADE DE TRANSPORTE

Como veremos no próximo capítulo, as seções dos cabos condutores são fixadas normalmente, através de um equacionamento de custo da instalação, dimensionada para operação nas condições desejadas e as perdas de energia que ocorrem nessas condições de operação. As restrições impostas são, em geral, de natureza tal que as densidades de corrente nos condutores se mantêm relativamente baixas, não havendo, portanto, maiores problemas com um aquecimento excessivo dos condutores.

Sob certas condições, porém, pode ser de toda a conveniência a operação de linhas com densidades de corrente mais elevadas, como no caso de linhas relativamente curtas destinadas ao transporte de potências elevadas. Neste caso, o aquecimento dos condutores, em virtude das perdas por efeito Joule, pode ser o fator de limitação de maior importância. A limitação da corrente em um determinado condutor, a fim de que sua temperatura não ultrapasse determinados valores prefixados, é necessária em virtude dos seguintes fatores:

a — os projetos de distribuição das estruturas das linhas sobre o terreno se baseiam nas flechas máximas admitidas para os seus condutores. Estas são função das temperaturas máximas admitidas em projeto. Qualquer acréscimo não previsto de temperatura fará com que as flechas aumentem, reduzindo as alturas de segurança exigidas pelas normas de segurança;

b — as perdas de energia por efeito Joule são proporcionais às resistências dos condutores, que, como veremos no Cap. 9, aumentam com o aumento de suas temperaturas. O cálculo das perdas anuais de ener-

gia e a correlação entre as densidades de corrente e as perdas de transmissão só podem ser feitos conhecendo-se as temperaturas dos condutores;

c — as deformações plásticas dos condutores e a perda cumulativa de resistência mecânica são também função das temperaturas máximas alcançadas pelos condutores, devendo, pois, ser observadas em fase de projeto (Fig. 6.20).

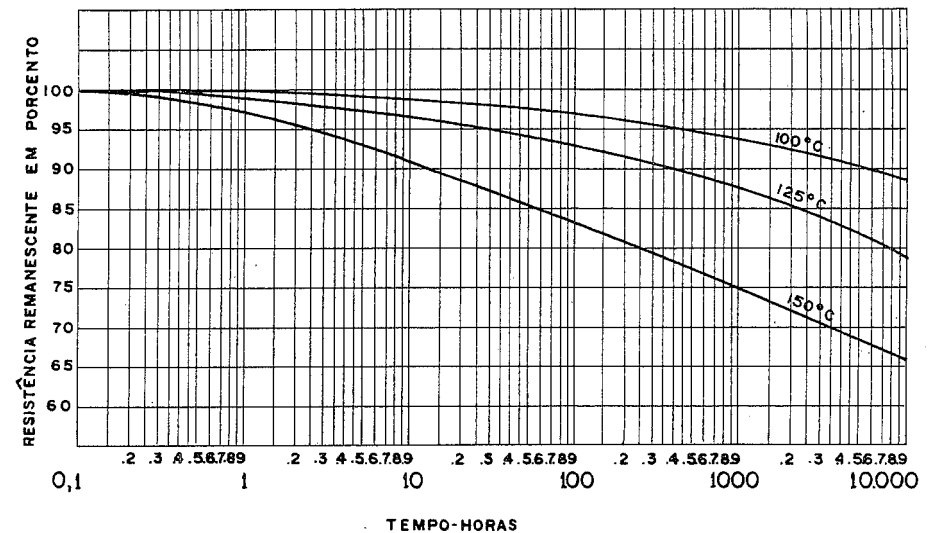


Fig. 6.20 — Perda progressiva e cumulativa da resistência mecânica dos cabos condutores em função da temperatura [20].

6.6.1 — Equilíbrio Térmico de um Condutor

Os cabos elétricos das linhas aéreas de transmissão estão sujeitos a um aquecimento adicional causado pela radiação solar, que se sobrepõe ao efeito térmico da corrente. Por outro lado, a superfície dos condutores perde calor de duas maneiras: por irradiação e por convecção.

Sob condições de regime permanente de velocidade de vento, temperatura ambiente, radiação solar e corrente elétrica, a equação seguinte é válida [13]:

$$q_c + q_r = I^2 \cdot r + q_e \quad (6.19)$$

ou

$$I = \frac{\sqrt{q_c + q_r - q_e}}{r} \quad (6.20)$$

na qual:

- q_c — perda de calor por convecção;
- q_r — perda de calor por radiação;
- q_s — ganho de calor por radiação solar;
- r_s — resistência do condutor à corrente alternada.

As perdas de calor por convecção são, sem dúvida alguma, as mais importantes, como também o calor gerado pela corrente é predominante. O problema ficará resolvido se lançarmos mão das conhecidas equações da transmissão de calor, o que é feito com maestria por House e Tuttle [13]. Dada sua complexidade, Davis [14] apresenta um processo nomográfico que facilita bastante a solução da equação acima. Por outro lado, Hazan [15] apresenta e justifica um método aproximado para a determinação da corrente máxima admissível. De acordo com esse método, o efeito da ação do sol é desprezado face à dificuldade da determinação dos outros parâmetros de perdas de calor. Sugere:

$$q_c = \frac{7,654 \cdot 10^{-4} \Delta t [0,32 + 0,43 (355,7 VD)^{0,52}]}{D} \quad [\text{W/pol}^2], \quad (6.21)$$

na qual valem:

- Δt — diferença de temperatura entre condutor e meio ambiente, em °C;
- V — velocidade do vento em pés/s;
- D — diâmetro do condutor em polegadas.

Para o cálculo das perdas por irradiação, emprega a seguinte expressão:

$$q_r = 36,8 E \left[\left(\frac{T}{1000} \right)^4 - \left(\frac{T_o}{1000} \right)^4 \right] \quad [\text{W/pol}^2], \quad (6.22)$$

sendo:

- E = emissividade em %;
- E = 23% para condutores novos de alumínio;
- E = 97% para condutores enegrecidos pelo tempo;
- T = temperatura absoluta dos condutores em °K;
- T_o = temperatura absoluta do meio ambiente.

A capacidade máxima de corrente sob limite de temperatura preestabelecido, ou *ampacidade* (termo de cunhagem recente pelos autores norte-americanos), poderá ser calculada pela equação:

$$I = \frac{\sqrt{3,77 \cdot 10^4 (q_r + q_c) D}}{r_{ac}} \quad [A], \quad (6.23)$$

na qual as perdas de calor q_r e q_c entram em $[\text{W/pol}^2]$, D é o diâmetro do condutor em polegadas e r_{ac} sua resistência à corrente alternada em $[\text{ohm}/1000 \text{ pés}]$.

A máxima temperatura de um condutor ocorre de uma combinação fortuita de condições tais como a ocorrência simultânea de cargas elétricas elevadas nos sistemas consumidores e condições atmosféricas desfavoráveis — temperaturas ambientes elevadas e ausência de ventos — isto sem considerarmos contingências no sistema que transfiram parte da carga de linhas fora de serviço para a linha em consideração. Pode haver, assim, a necessidade de conduzir correntes mais elevadas, sob condições adversas, com temperaturas além daquelas previstas. Uma análise desse tipo só pode ser realizada em termos e recursos estatísticos, com base em modelos meteorológicos, modelos do comportamento das cargas e do comportamento dos cabos condutores. Essas hipóteses desfavoráveis, uma vez com possibilidades remotas de ocorrência, tornam-se cada vez mais viáveis nas linhas que servem centros urbanos, em virtude da generalização do emprego de ar condicionado, acarretando uma maior demanda por ocasião das piores condições meteorológicas para os condutores das linhas.

Experiências de laboratório mostraram que os cabos de alumínio ou alumínio-aço sofrem quando submetidos permanentemente à tração e a uma perda progressiva e cumulativa de sua resistência mecânica à tração, acompanhadas de deformações plásticas progressivas (*creep*). Essa perda de resistência é relativamente pequena — menos de 3% em 30 anos — com temperaturas da ordem de 75 a 85°C, aumentando grandemente com o aumento da temperatura, podendo ocorrer sua ruptura em pouco tempo, se submetidos a temperaturas excessivamente elevadas.

Os processos estatísticos [17] permitem determinar o total de horas que os condutores, durante a vida útil de uma linha, irão ficar submetidos às várias temperaturas. A partir das tabelas de degradação da resistência dos condutores, pode-se então determinar a perda total de resistência que sofrerão nesse período. Da mesma forma, pode-se determinar qual a elongação permanente que deverão sofrer (*creep*) a fim de que, nos projetos de locação, a devida correção seja realizada.

Valores conservadores de 75 a 85°C de temperaturas máximas são aconselháveis, admitindo-se em épocas de contingências, que são em geral de curta duração, temperaturas de até 100 ou 105°C.

6.7 — EXERCÍCIOS

1. Um sistema consumidor é constituído de cargas passivas, com uma demanda de 1000 [kVA], sob $\cos \phi = 0,80$ (IND), medida quando a tensão no receptor da linha que o alimenta é de 138 [kV] entre fases. Qual

será a sua demanda quando a tensão no receptor da linha variar de $\pm 10\%$? Admitir que a carga possa ser representada por uma impedância de valor constante Z .

Solução

A impedância representativa da carga será:

$$\dot{Z}_2 = \frac{(\dot{U}_2)^2}{N_2} = \frac{(138)^2}{10 e^{-j36,87^\circ}} = 1\,904,4 e^{j36,87^\circ}$$

Variando-se a tensão junto ao receptor, teremos:

$$\dot{N}_2 = \frac{(U_2)^2}{Z_2}$$

a — Aumento de tensão de 10%:

$$N'_2 = \frac{(1,1 \cdot 138)^2}{1\,904,4 e^{-j36,87^\circ}} = 12,10 e^{j36,87^\circ} \text{ [MVA]}.$$

b — Redução de tensão de 10%:

$$\dot{N}_2'' = \frac{(0,9 \cdot 138)^2}{1\,904,4 e^{-j36,87^\circ}} = 8,10 e^{j36,87^\circ} \text{ [MVA]}.$$

Comentário

Verificamos, pois, uma variação de 19% no valor da potência aparente, sem alteração no fator de potência do receptor.

2. Admitamos que a carga do sistema do exercício anterior varie de acordo com a lei indicada na Fig. 6.21. Qual será o valor da demanda com a mesma variação de tensões no receptor ocorrida na linha do exercício anterior?

Com tensão nominal, a impedância é:

$$\dot{Z}_2 = 1\,904,4 e^{j36,87^\circ} = 1\,523,52 + j1\,142,64 \text{ [ohm]}.$$

a — Redução da tensão:

$$\dot{Z}'_2 = 1\,523,52 \cdot 1,0 + j1\,142,64 \cdot 1,38$$

$$\dot{Z}'_2 = 1\,523,52 + j1\,576,84 = 2\,192,61 e^{j45,99^\circ} \text{ [ohm];}$$

logo,

$$N'_2 = \frac{(0,9 \cdot 138)^2}{2\,192,61 e^{-j45,99^\circ}} = 7,04 e^{j45,99^\circ}$$

ou

$$N''_2 = 7\,040 \text{ [kVA]} \text{ sob } \cos \phi_2 = 0,69.$$

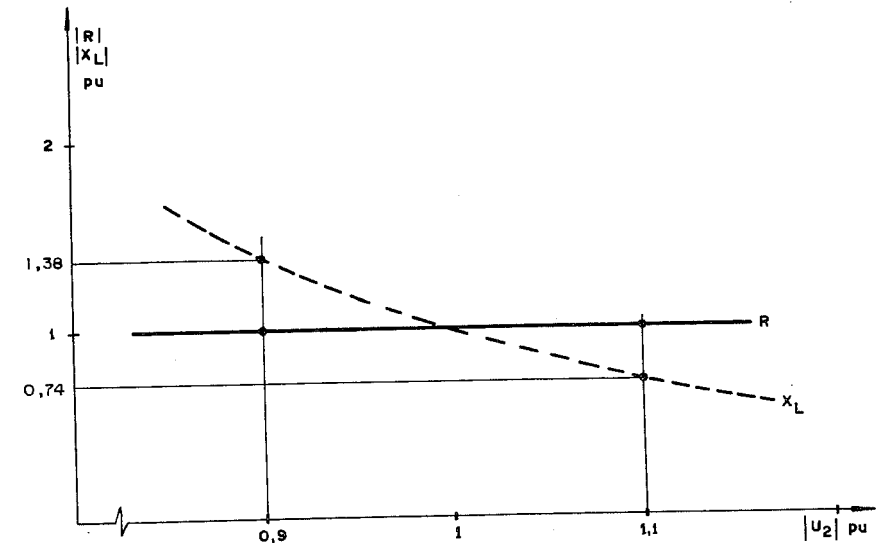


Fig. 6.21 — Variação da impedância de uma carga com a tensão.

b — Aumento de tensão:

$$\dot{Z}''_2 = 1\,523,52 \cdot 1,0 + j1\,142,64 \cdot 0,74$$

$$\dot{Z}''_2 = 1\,523,52 + j845,55$$

$$\dot{Z}_2 = 1\,742,43 e^{j29,03^\circ} \text{ [ohm]},$$

logo,

$$N''_2 = \frac{(1,1 \cdot 138)^2}{1\,742,43 e^{-j29,03^\circ}} = 13,22 e^{j29,03^\circ}$$

ou

$$N_2'' = 13\,220 \text{ [kVA]} \text{ sob } \cos \phi_2 = 0,87 \text{ (IND).}$$

Comentário

A lei de variação de $X_L = f(U)$ foi escolhida arbitrariamente e exageradamente, porém reflete bem as tendências observadas em sistemas reais. Portanto, uma carga elétrica só poderá ser representada corretamente em um modelo se suas características $P = f(U)$ e $Q = f(U)$ forem conhecidas.

3. Uma linha de transmissão entre uma central e uma carga passiva possui as características abaixo, operando em 60 [Hz], com uma tensão de 138 [kV] no receptor. Determinar o valor da tensão e potências no transmissor quando ela fornece no receptor:

$$a - 50 \text{ MVA sob } \cos \phi_2 = 0,8 \text{ (IND);}$$

$$b - 50 \text{ MVA sob } \cos \phi_2 = 1,0;$$

$$c - 50 \text{ MVA sob } \cos \phi_2 = 0,8 \text{ (CAP).}$$

Determinar ainda o rendimento da transmissão em cada um dos casos.

São dados:

$$\dot{A} = 0,9919 + j0,0017 = 0,991901 e^{j0,98198}$$

$$\dot{B} = 52,18 e^{j78,15}$$

$$\dot{C} = 0,3186 \cdot 10^{-3} e^{j90}$$

$$\dot{D} = \dot{A}.$$

Solução

Consideremos as cargas como impedâncias de valor constante. Teremos as seguintes correntes no receptor:

$$\dot{I}_{2a} = \frac{50\,000}{\sqrt{3} \cdot 138} e^{-j36,80^\circ} = 209,18 e^{-j36,8^\circ} \text{ [A]}$$

$$\dot{I}_{2b} = \frac{50\,000}{\sqrt{3} \cdot 138} e^{j0} = 209,18 e^{j0} \text{ [A]}$$

$$\dot{I}_{2c} = \frac{50\,000}{\sqrt{3} \cdot 138} e^{j36,80} = 209,18 e^{j36,8} \text{ [A].}$$

As tensões no transmissor serão:

$$\dot{U}_1 = \dot{A}\dot{U}_2 + \dot{B}\dot{I}_2$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{1a} &= 0,9919 e^{j0,9882} \cdot \frac{138\,000}{\sqrt{3}} e^{j0} + \\ &+ 52,18 e^{j78,15} \cdot 209,18 e^{-j36,8} \end{aligned}$$

$$\dot{U}_{1a} = 87,5315 e^{j4,81} \text{ [kV]} \quad \therefore U_{\Delta 1a} = 151,6091 \text{ [kV]}$$

$$\dot{U}_{1b} = 0,9919 e^{j0,9882} \cdot \frac{138\,000}{\sqrt{3}} + 52,18 e^{j78,15} \cdot 209,18 e^{j0}$$

$$\dot{U}_{1b} = 81,9871 e^{j7,58} \text{ [kV]} \quad \therefore U_{\Delta 1b} = 142,0058 \text{ [kV]}$$

$$\dot{U}_{1c} = 0,9919 e^{j0,9882} \cdot \frac{138\,000}{\sqrt{3}} + 52,18 e^{j78,15} \cdot 209,18 e^{j36,8}$$

$$\dot{U}_{1c} = 75,0978 e^{j7,6767} \text{ [kV]} \quad \therefore U_{\Delta 1c} = 130,0731 \text{ [kV].}$$

As potências no transmissor serão:

$$\dot{N}_1 = \frac{DU_1^2}{B} e^{j(\beta_B - \beta_D)} - \frac{U_1 U_2}{B} e^{j(\beta_B + \theta)} \text{ [kVA]}$$

$$\dot{N}_{1a} = \frac{0,9919 \cdot (151,6091)^2}{52,19} e^{j(78,15 - 0,9882)} - \frac{138 \cdot 151,6091}{52,19} e^{-j(78,15 + 4,81)}$$

$$\dot{N}_{1a} = 436,8486 e^{j78,0518} - 400,8825 e^{j82,96}$$

$$\dot{N}_{1a} = 41,3065 + j29,5241 = 50,773 e^{j35,555^\circ}$$

$$\dot{N}_{1b} = 51,4894 + j0,4712 = 51,4916 e^{j0,5243}$$

$$\dot{N}_{1c} = 41,5412 - j28,4365 = 50,3419 e^{-j34,3981}$$

Os rendimentos na transmissão serão:

$$\eta_a = \left[1 - \frac{41,3065 - 40,000}{41,3065} \right] \cdot 100 = 96,8371\%$$

$$\eta_b = \left[1 - \frac{51,3065 - 50,000}{51,3065} \right] \cdot 100 = 97,4535\%$$

$$\eta_c = \left[1 - \frac{41,5412 - 40,000}{41,5412} \right] \cdot 100 = 96,2899\%.$$

Analisando os resultados acima, verifica-se que, nesse tipo de transmissão, o fator de potência no receptor exerce influência marcante, tanto na regulação da linha como em seus rendimentos.

4. Uma linha de 138 [kV] entre uma central e uma carga passiva possui as seguintes constantes generalizadas:

$$A = D = 0,992 e^{j0,1^\circ}$$

$$B = 52,18 e^{j78,15^\circ}$$

$$C = 0,3173 \cdot 10^{-3} e^{j90^\circ}$$

A demanda máxima da carga é de 72 [MVA] sob $\cos \phi_2 = 0,90$ (IND), enquanto que a tensão no receptor deve ser mantida igual a 135 [kV]. A tensão do transmissor é mantida entre os limites de $132 \pm 10\%$ [kV]. Verificar se a transmissão é possível. Caso não seja, quais as providências recomendadas?

Solução

a — Verificação da possibilidade de transmissão. Empregamos a equação:

$$P_2 = \frac{U_1 U_2}{B} \cos(\beta_B - \theta) - \frac{A U_2^2}{B} \cos(\beta_B - \beta_A)$$

para

$$U_1 = 132 + 13,2 = 142,2 \text{ [kV]}$$

$$64,8 = \frac{142,2 \cdot 135}{52,18} \cos(78,15 - \theta) - \frac{992 \cdot (135)^2}{52,18} \cos 78,05^\circ$$

Operando, obtemos:

$$\theta = 9,94^\circ,$$

o que mostra que é possível entregar a potência ativa requerida. A potência reativa acompanhante será:

$$Q_2 = \frac{142,2 \cdot 135}{52,18} \text{ sen}(78,15 - 9,94) - \frac{992 \cdot (135)^2}{52,18} \text{ sen } 78,05$$

$$Q_2 = 341,61 - 338,97 = 2,64 \text{ [MVar]}.$$

A demanda da carga é de $Q_2 = 72 \cdot 0,44 = 31,38$ [MVar]; portanto, a linha não tem condições de atender a essa parte da demanda. Será necessário gerar junto ao receptor:

$$Q_c = 31,38 - 2,64 = 28,74 \text{ [MVar]},$$

o que será possível mediante a instalação de banco de capacitores dessa capacidade. Uma tensão menor no transmissor exigirá uma compensação maior, como também será o caso para uma tensão menor no receptor.

5. Determinar o valor da regulação na linha do exercício acima.

6. Admitindo que a linha acima seja empregada para transmitir a potência máxima de 70 [MW] da central a um barramento infinito, cuja tensão é de 135 [kV], enquanto que na central a tensão é de 138 [kV], qual o valor da potência complexa entregue no receptor?

Solução

Das condições no transmissor obtemos o ângulo θ :

$$P_1 = \frac{D U_1^2}{B} \cos(\beta_B - \beta_D) - \frac{U_1 U_2}{B} \cos(\beta_B + \theta)$$

$$P_1 = \frac{0,992 \cdot (138)^2}{52,18} \cos(78,05) - \frac{135 \cdot 138}{52,18} \cos(78,15 + \theta)$$

$$P_1 = 74,96 - 357,03 \cos(78,15 + \theta) = 70;$$

logo,

$$357,03 \cos(78,15 + \theta) = 4,96$$

$$\cos(78,15 + \theta) = 0,0139$$

$$\theta = 89,204 - 78,15$$

$$\theta = 11,054^\circ.$$

No receptor teremos, portanto:

$$\dot{N}_2 = \frac{U_1 U_2}{B} e^{j(\beta_B - \theta)} - \frac{A U_2^2}{B} e^{j(\beta_B - \beta_A)} \text{ [MVA]}$$

$$\dot{N}_2 = \frac{135 \cdot 138}{52,19} e^{j67,096} - \frac{0,992 \cdot (135)^2}{B} e^{j78,05}$$

$$\dot{N}_2 = 67,1993 - j10,0828 = 67,9515 e^{-j8,533^\circ} \text{ [MW]}.$$

O rendimento da transmissão será:

$$\eta = \left(1 - \frac{70,0 - 67,1993}{70,0} \right) 100$$

$$\eta = 96\%$$

7. Verificar sob qual valor de tensão no transmissor a linha operará com $\cos \phi_2 = 1$, mantidas constantes as admissões de todas as máquinas nos sistemas interligados, ou seja, com $\theta = 11,054^\circ$.

8. Verificar o que ocorrerá junto ao receptor e ao transmissor da linha do Exerc. 7, em termos de potências ativas, reativas e rendimentos, se a linha for operada com:

$$a \text{ — tensão } 135 + 5\% \text{ [kV];}$$

$$b \text{ — tensão } 135 - 5\% \text{ [kV].}$$

Analisar e comentar os resultados.

9. Uma linha de interligação de dois sistemas tem as seguintes características:

$$\dot{A} = 0,7363 e^{j1,7^\circ}$$

$$\dot{B} = 160,76 e^{j89,7^\circ}$$

$$\dot{C} = 0,002861 e^{j90,4^\circ}$$

$$\dot{D} = A$$

$$\dot{Z}_o = 236,8 \text{ [ohm].}$$

Se no transmissor e no receptor forem mantidas as tensões $U_1 = U_2 = 460 \text{ [kV]}$, qual será o valor do ângulo de potência da linha quando ela entregar no receptor:

$$a \text{ — } 0,5 P_o ?$$

$$b \text{ — } 1,0 P_o ?$$

$$c \text{ — } 1,5 P_o ?$$

Solução

$$P_o = \frac{(460)^2}{236,8} = 893,58 \text{ [MW];}$$

logo,

$$a \text{ — } 446,79 \text{ [MW];}$$

$$b \text{ — } 893,58 \text{ [MW];}$$

$$c \text{ — } 1\,340,37 \text{ [MW].}$$

Os ângulos de potência poderão ser calculados pela expressão abaixo, obtida da equação de P_2 :

$$\theta = \beta_B - \arccos \frac{B}{U_1 U_2} \left[P_2 + \frac{A U_2^2}{B} \cos(\beta_B - \beta_A) \right];$$

logo,

$$\theta = 86,7 - \arccos 0,00076 [P_2 + 84,46727]$$

ou

$$\theta_a = 86,7 - 66,187 = 20,513^\circ$$

$$\theta_b = 86,7 - 41,985 = 44,715^\circ$$

$$\theta_c = \text{indeterminado.}$$

Comentário

Para a potência de 1340,37 [MW], o valor do arc cos foi maior do que a unidade, o que significa que P_2 está além do limite máximo transmissível para as condições impostas de tensões terminais. O limite ocorrerá para $\theta = \beta_B$. Logo:

$$P_{2\text{máx}} = \frac{U_1 U_2}{B} - \frac{A U_2^2}{B} \cos(\beta_B - \beta_A)$$

$$P_{2\text{máx}} = 1316,25 - 60,67 = 1255,58 \text{ [MW],}$$

o que confirma que a condição c não é realizável com a linha descrita, sem lançarmos mão de algum tipo de compensação. Nem na condição b nem na condição c se cogitou do problema da estabilidade transitória, apenas estática. Variações nas tensões terminais do receptor e no transmissor também podem alterar levemente os valores dos ângulos de potência.

10. Admitindo que se construa uma linha idêntica àquela do exercício anterior para operar em paralelo, quais serão os valores nos ângulos de potência se ela deve transmitir: a) 500; b) 1 000 e c) 1 500 [MW]?

(Nota: Determinar os valores de \dot{A} , \dot{B} , \dot{C} e \dot{D} da linha simples equivalente.)

Determinar para cada uma das potências acima:

a — potências ativas e reativas no transmissor;

b — potência reativa no receptor;

c — rendimento da transmissão.

11. Verificar o efeito da variação da tensão no transmissor de $\pm 10\%$ e no receptor de $\pm 10\%$, quando a linha do Exerc. 9 opera com 893 [MW] no receptor. Determinar para cada um dos casos:

- a — fluxos das potências ativas;
- b — fluxos das potências reativas;
- c — rendimentos na transmissão.

12. A linha do Exerc. 9 está operando com $U_1 = 480$ [kV] e $U_2 = 460$ [kV], transmitindo para o receptor $P_2 = 500$ [MW]. Uma contingência no transmissor requer que haja uma inversão do fluxo das potências ativas, sem que sejam alteradas as tensões nos pontos de interligação. Determinar os fluxos de potências ativas em A (transmissor no 1.º caso) e em B (receptor no 1.º caso) e reativas, antes e depois da inversão dos fluxos. Quais os ângulos de potência?

13. Uma linha de 230 [kV] muito longa possui as seguintes características:

$$\begin{aligned} \dot{A}_1 &= 0,895 e^{j1,38^\circ} \\ B_1 &= 181,85 e^{j78,6^\circ} \\ C_1 &= 1,108 \cdot 10^{-3} e^{j90,4^\circ} \end{aligned}$$

Ela é alimentada por um barramento de tensão constante e igual a 230 [kV] e supre um sistema de cargas passivas. Pergunta-se:

a — qual o valor da tensão no receptor quando a linha opera em vazio?

b — admitindo que, em operação em vazio, a tensão no receptor deva ser mantida no máximo igual a 240 [kV], qual deveria ser a compensação a ser acrescida à linha?

c — quais as constantes da linha compensada?

Solução

$$a \text{ — } \dot{U}_1 = \dot{A}_1 \dot{U}_2 + \dot{B}_1 \dot{I}_2;$$

em vazio,

$$\dot{I}_2 = 0;$$

logo,

$$\dot{U}_2 = \frac{\dot{U}_1}{\dot{A}_1}$$

ou

$$U_{\Delta 2} = \frac{U_{\Delta 1}}{A_1} = \frac{230}{0,895}$$

ou

$$U_{\Delta 2} = 256,98 \text{ [kV]}.$$

b — Para que a tensão em vazio fique limitada a 240 [kV], o valor máximo da constante A será:

$$A = \frac{230}{240} = 0,9583 = k,$$

o que significa que será necessária uma compensação parcial. Pela Eq. (6.5), a admitância dos reatores a serem colocados em cada uma das extremidades da linha será:

$$y'' = \frac{k - a_1'}{B_1} \operatorname{sen} \beta_{B_1} - \frac{a_1''}{B_1} \operatorname{cos} \beta_{B_1} \quad [\text{siemens/fase}] \quad (\text{Eq. 6.5})$$

$$y'' = \frac{0,9583 - 0,8947}{181,85} \operatorname{sen} 78,6^\circ - \frac{0,0216}{181,85} \operatorname{cos} 78,6^\circ$$

$$y'' = 0,00034 - 0,00002 = 0,00032 \quad [\text{siemens}].$$

A capacidade total dos reatores em cada extremidade será:

$$Q_c = U^2 \cdot y = (230)^2 \cdot 0,00032$$

$$Q_c = 16,93 \quad [\text{MVar}].$$

c — A linha assim compensada terá as seguintes constantes generalizadas:

$$\dot{A} = \dot{A}_1 + \dot{B}\dot{Y} = \dot{D}$$

$$\dot{B} = \dot{B}_1$$

$$\dot{C} = \dot{C}_1 + \dot{A}_1\dot{Y} + \dot{D}_1\dot{Y} + \dot{B}_1\dot{Y}\dot{Y}$$

Introduzindo os valores numéricos, encontraremos:

$$\dot{A} = \dot{D} = 0,95174 + j0,01000 = 0,95150 e^{j0,602^\circ}$$

$$\dot{B} = \dot{B}_1 = 181,85 e^{j78,6^\circ}$$

$$\dot{C} = 0,00001 + j0,00051 = 0,00053 e^{j90,059^\circ}$$

Comentário

1 — A compensação é levemente menor que a desejada, pois só compensamos a parte imaginária de A.

2 — A admitância da linha ficou grandemente reduzida.

14. Qual será a tensão no receptor da linha do exercício anterior se ela estiver suprindo uma carga cuja demanda é de 50 [MW] e + 10 [MVar], após sua compensação?

Solução

Empregamos a equação das linhas radiais:

$$U_2 = \pm \sqrt{\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4c}}{2}}$$

$$b = \frac{2B}{A} \left[P_2 \cos(\beta_B - \beta_A) + Q_2 \sin(\beta_B - \beta_A) - \frac{U_1^2}{2AB} \right]$$

$$b = \frac{2 \cdot 181,85}{0,95708} \left[50 \cos 72,54 + 10 \sin 72,54 - \frac{(230)^2}{2 \cdot 0,95150 \cdot 181,85} \right]$$

$$b = -49\,049,6765$$

$$C = \frac{N_2^2 B^2}{A^2} = \frac{2\,600 \cdot 33\,069,42}{0,90535} = 9,4969 \cdot 10^6$$

$$b^2 - 4c = 2\,367,88 \cdot 10^6 > 0,$$

logo, há solução:

$$U_2 = \sqrt{\frac{49\,049,6765 + \sqrt{2\,367,883 \cdot 10^6}}{2}}$$

$$U_2 = 221,032 \text{ [kV]}$$

Comentário

A regulação da linha será:

$$\text{Reg} = \left(\frac{240 - 221,032}{240} \right) 100 = 7,9\%$$

Essa regulação, que se reflete sobre os consumidores, é, em geral, considerada alta, de forma que os reatores deveriam ser reguláveis diminuindo sua reatância com o aumento da carga.

15. Determinar, para a linha da classe de 138 [kV], cujas constantes generalizadas seguem abaixo, a capacidade de compensação necessária para que a tensão no receptor, em vazio, não seja maior do que 135 [kV], quando, no transmissor, mantemos 138 [kV]. Calcular as constantes da linha compensada. São constantes da linha:

$$\dot{A}_1 = \dot{D}_1 = 0,816 e^{j4,35^\circ}$$

$$\dot{B}_1 = 227,2 e^{j72,3^\circ}$$

$$\dot{C}_1 = 15,7 \cdot 10^{-4} e^{j91,40^\circ}$$

16. Admitindo que a linha acima, depois de compensada, deva alimentar um sistema de cargas passivas cuja demanda máxima é de $45 + j10$ [MVA], verificar sua regulação no receptor. Caso sua regulação seja excessiva, sugerir medidas para sua redução.

17. Calcular a corrente de carga da linha do Exerc. 14, antes e após uma eventual compensação.

18. Uma linha de 230 [kV] possui as constantes generalizadas abaixo relacionadas. Ela alimenta uma carga passiva de $35 + j5$ [MVA], com tensão de 220 [kV] no receptor. Qual o valor da tensão que deve ser mantida no transmissor? São dados:

$$\dot{A} = 0,6068 e^{j6,79^\circ}$$

$$\dot{B} = 325,5115 e^{j79,98^\circ}$$

$$\dot{C} = 1,991 \times 10^{-3} e^{j92,98^\circ}$$

Solução

$$\dot{U}_1 = \dot{A}\dot{U}_2 + \dot{B}\dot{I}_2,$$

sendo:

$$\dot{I}_2 = \frac{35\,360}{220 \cdot \sqrt{3}} e^{-j8,13^\circ}$$

$$\dot{I}_2 = 92,80 e^{-j8,13^\circ} \text{ [A]}$$

$$\dot{U}_1 = 0,6068 e^{j6,79^\circ} \cdot 127\,020 + 325,5115 e^{j79,98^\circ} \cdot 92,80 e^{-j8,13^\circ}$$

$$\dot{U}_1 = 77\,075,74 e^{j6,79^\circ} + 30\,207,47 e^{j71,85^\circ}$$

$$\dot{U}_1 = 93\,897,14 e^{j23,75^\circ} \text{ [V]}$$

ou

$$U_{\Delta 1} = 162,635 \text{ [kV]}.$$

Esta linha, evidentemente, é excessivamente longa para a potência que deve transmitir, sem considerarmos o fato de que também o efeito Ferranti é muito elevado — a tensão em vazio do receptor é cerca de 40% mais elevada que a do transmissor. Uma compensação por reatores indutivos pode ser aconselhável. Admitindo uma tensão no transmissor de 230 [kV] e no receptor, em vazio, de igual valor, a compensação deverá ser integral. Logo:

$$y'' = \frac{1 - a_1'}{B} \operatorname{sen} \beta_B - \frac{a''}{B} \cos \beta_B$$

$$y'' = \frac{1 - 0,60254}{325,5115} \operatorname{sen} 79,98^\circ - \frac{0,07174}{325,5115} \cos 79,98^\circ$$

$$y'' = 0,001164 \text{ [siemens].}$$

Os reatores, um para cada terminal da linha, deverão ter a potência de:

$$Q_c = 0,001164 (220)^2 = 56,34 \text{ [MVAR].}$$

A linha compensada terá as seguintes constantes:

$$A_c = 0,9755 e^{j0,3407}$$

$$B_c = 325,5115 e^{j79,98^\circ}$$

Assim:

a — tensão da linha em vazio, para $U_{10} = 230$ kV, $U_{20} = 235,776$ [kV];

b — tensão da linha no transmissor operando em carga, para manter 220 [kV] no receptor:

$$\dot{U}_1 = 123\,905,1 e^{j0,3407^\circ} + 30\,207,47 e^{j71,85^\circ}$$

$$\dot{U}_1 = 136\,524,87 e^{j12,45^\circ} \text{ [kV]}$$

$$\dot{U}_1 = 136\,524,87 e^{j12,45^\circ} \text{ [kV]}$$

$$\dot{U}_{\Delta 1} = 236,47 \text{ [kV].}$$

Comentário

A linha assim compensada operará satisfatoriamente em vazio e em carga em suas extremidades. Um levantamento do perfil de tensões no meio da mesma será, no entanto, necessário para verificar se aí não haverá tensões excessivas a solicitar o isolamento.

19. Verificar a tensão no centro da linha, com a compensação determinada no exercício anterior. Sem a compensação, as constantes da metade da linha são:

$$\dot{A}_1 = 0,895 e^{j1,38^\circ}$$

$$\dot{B}_1 = 181,85 e^{j78,6^\circ}$$

$$\dot{C}_1 = 1,991 \cdot 10^{-3} e^{j92,98^\circ}$$

De acordo com a linha 10 da Tab. 4.2, teremos, considerando a compensação junto ao receptor e o trecho da linha que vai de seu centro ao receptor:

$$\dot{A} = \dot{A}_1 + \dot{B}_1 \dot{Y}$$

$$\dot{B} = \dot{B}_1;$$

logo,

$$\dot{A} = 1,10239 e^{-j1,052^\circ}$$

$$\dot{B} = 181,85 e^{j78,6^\circ}.$$

a — Linha operando em vazio, com $U_{20} = 235,776$ [kV] correspondente a 230 [kV] no transmissor:

$$U_{0\text{meio}} = A U_{20}$$

$$U_{0\text{meio}} = 259,917 \text{ [kV]}$$

b — Sob carga, com 220 [kV] no receptor:

$$\dot{U}_{\text{meio}} = \dot{A} \dot{U}_2 + \dot{B} \dot{I}_2 = 1,10239 e^{-j1,052^\circ} \cdot 127\,017,06 +$$

$$+ 181,85 e^{j78,6^\circ} \cdot 92,8 e^{-j8,13^\circ}$$

$$\dot{U}_{\text{meio}} = 146\,248,67 e^{j5,23^\circ} \text{ [V]}$$

ou

$$U_{\Delta\text{meio}} = 253,31 \text{ [kV].}$$

Comentário

Em ambos os casos, as tensões no meio da linha são excessivamente elevadas, acima do nível de isolamento normal da linha. Aconselha-se, mediante estatuto econômico, optar por:

- a — reforço de isolamento em cerca de 1/3 do comprimento da linha;
- b — empregar para compensação um reator adicional colocado no meio da linha.

20. Dimensionar os três reatores para a linha do Exerc. 17, considerando um em cada extremidade e um no meio da linha.

21. Admitindo que se deseje transportar, através da linha descrita no Exerc. 17, a potência $N_2 = 70 + j10$ [MVA], mantendo no receptor 220 [kV], qual seria o valor da tensão que deveria manter no transmissor, considerando a linha sem compensação para o efeito Ferranti?

22. Calcular, para a linha do Exerc. 18, a corrente de carga e a corrente no transmissor quando ela opera em plena carga:

- a — antes da compensação;
b — após a compensação.

23. Vimos que a linha descrita no Exerc. 9 não tinha condições de transmitir 1 340,37 [MW] sob $U_1 = U_2 = 460$ [kV], pois essa potência ultrapassaria seu limite estático de transmissão. Devemos, no entanto, insistir: vejamos o que ocorrerá se ela for compensada por meio de capacitores-série!

Solução

$$\begin{aligned} \text{Dados: } \dot{A} &= 0,7363 e^{j1,7^\circ} = \dot{A} = 0,7360 + j0,0218 \\ \dot{B} &= 160,76 e^{j86,7^\circ} = 9,2540 + j160,4934 \\ \dot{C} &= 0,002861 e^{j90,4^\circ} = -0,00002 + j0,00286. \end{aligned}$$

Admitamos a instalação de dois bancos de capacitores-série, um em cada extremidade da linha. Teremos:

$$\begin{aligned} x'' &= \frac{+2a_1 \pm \sqrt{(2a_1)^2 - 4C_1'' b''}}{2C_1''} = \\ &= \frac{+2 \cdot 0,7360 \pm \sqrt{(2 \cdot 0,7360)^2 + 4 \cdot 0,00286 \cdot 160,403}}{2 \cdot 0,00286} \end{aligned}$$

Resolvendo:

$$\begin{aligned} x''_{c1} &= 607,116 \text{ [ohm]}; \\ x''_{c2} &= -92,431 \text{ [ohm]}. \end{aligned}$$

Somente a raiz negativa tem significado físico, pois, pela convenção adotada, reatâncias capacitivas são negativas. Para uma corrente nominal de 1 700 [A], teríamos para compensação total:

$$O_c = x''_{c2} I_2^2 = 92,431 \cdot (1\,700)^2 = 267,125 \text{ MVar}.$$

Admitamos uma compensação-série de cerca de 50%, ou seja 135 MVar por fase. Teremos:

$$x_c = 46,7128 \text{ [ohm]}.$$

A linha assim compensada terá suas constantes generalizadas alteradas para:

$$\dot{A} = \dot{A}_1 + \dot{C}_1 \dot{Z}_{cc} = 0,7363 e^{j1,7^\circ} + 0,002861 e^{j90,4^\circ} \cdot 467\,128 e^{-j90^\circ}$$

$$\begin{aligned} \dot{B} &= \dot{B}_1 + 2\dot{A}_1 \dot{Z}_c + \dot{C}_1 \dot{Z}_{cc}^2 \\ \dot{C} &= \dot{C}_1 = 0,002861 e^{j90,4^\circ} \\ \dot{D} &= \dot{D}_1 + \dot{C}_1 \dot{Z}_{cc} = \dot{A} \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} \dot{A} = \dot{D} &= 0,86992 e^{j1,49988^\circ} \\ \dot{B} &= 73,89423 e^{j81,160^\circ}. \end{aligned}$$

A linha assim compensada operará com um ângulo de potência:

$$\begin{aligned} \theta_c &= 81,106 - \arccos \frac{73,89423}{(460)^2} \left[1\,340,37 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{0,86992(460)^2}{73,89423} \cos - 79,606 \right] \\ \theta_c &= 29,79^\circ. \end{aligned}$$

Comentário

A inserção dos capacitores-série tornou a transmissão possível sob o ponto de vista de regime permanente. O aumento da constante A indica um aumento de tensão de apenas 13% quando a linha está com o receptor aberto. Tratando-se de uma linha de interligação de sistemas, em cujos terminais são mantidas constantes as tensões, convém investigar as condições de fluxos de potências:

$$\begin{aligned} Q_2 &= \frac{U_1 U_2}{B} \operatorname{sen}(\beta_B - \theta) - \frac{A U_2^2}{B} \operatorname{sen}(\beta_B - \beta_A) \\ Q_2 &= \frac{(460)^2}{73,894} \operatorname{sen}(81,106 - 29,79) - \frac{0,8699(460)^2}{73,894} \operatorname{sen}(81,106 - 1,5) \\ Q_2 &= -214,825 \text{ [MVar]} \\ Q_1 &= \frac{D U_1^2}{B} \operatorname{sen}(\beta_B - \beta_A) - \frac{U_1 U_2}{B} \operatorname{sen}(\beta_B + \theta) \\ Q_1 &= -225,088 \text{ MVar} \\ P_1 &= \frac{D U_1^2}{B} \cos(\beta_B - \beta_A) - \frac{U_1 U_2}{B} \cos(\beta_B + \theta) \\ P_1 &= 1\,470,773 \text{ [MW]}. \end{aligned}$$

Uma análise dos resultados mostra que, nessas condições, a linha opera com ângulo de potência satisfatório e rendimento razoável. Há, no entanto, um considerável fluxo de potência reativa do receptor para o transmissor, cuja viabilidade depende das características dos sistemas interligados. Esse fluxo poderá ser reduzido e mesmo anulado, elevando-se a tensão no transmissor. Sugerimos ao estudante que investigue essa possibilidade, como também a conveniência de variar o grau de compensação, ou mesmo a duplicação do circuito, para tornar viável a transmissão proposta.

24. Investigar a linha do Exerc. 23, admitindo uma compensação de 65% e que a tensão no barramento receptor seja mantida a 430 [kV].

25. Verificar o efeito da compensação da linha descrita no Exerc. 17 por meio de capacitores-série:

a — com compensação em suas extremidades;

b — com uma única compensação no meio da linha (constantes da metade da linha foram dadas no Exerc. 18).

26. Investigar a possibilidade de operação de uma linha de 500 [kV], com um comprimento físico igual a 2 500 [km], para operar em 60 Hz, sendo suas características elétricas:

$$\alpha = 0,0367 \cdot 10^{-3} \text{ [N/km];}$$

$$\beta = 1,2673 \cdot 10^{-3} \text{ [rad/km];}$$

$$\dot{Z}_c = 273,7 e^{-j1,66^\circ} \text{ [ohm].}$$

Solução

O modelo adequado será o da linha longa. Como é interessante verificar a variação das tensões no meio da linha, é de toda conveniência determinar as constantes dos dois quadripolos correspondentes à metade de seu comprimento, portanto, de 1 250 [km]. Logo:

$$\alpha l = 0,04587$$

$$\beta l = 1,5841 \text{ [rad]} = 90,7622^\circ$$

$$\dot{A}_1 = \cosh \dot{\gamma} l = 0,04778 e^{j106,86^\circ} = \dot{D}_1$$

$$\dot{B}_1 = \dot{Z}_c \sinh \dot{\gamma} l = 273,9655 e^{j91,59^\circ}$$

$$\dot{C}_1 = \frac{1}{\dot{Z}_c} \sinh \dot{\gamma} l = 0,00366 e^{j91,666^\circ}$$

E as constantes da linha inteira, para:

$$\alpha l = 0,09175$$

$$\beta l = 181,527^\circ$$

$$\dot{A} = 1,004212 e^{-j178,473^\circ}$$

$$\dot{B} = 25,147 e^{-j180,133^\circ}$$

$$\dot{C} = 0,000336 e^{-j176,813^\circ}$$

Com esses elementos podemos verificar suas operações:

A — Em vazio, com $U_{\Delta_1} = 525$ [kV]:

$$\dot{U}_1 = \dot{A} \dot{U}_2 \dots \dot{U}_2 = \frac{525}{\sqrt{3} \cdot 1,004212} e^{j178,473^\circ}$$

$$\dot{U}_2 = 301,837 e^{j178,473^\circ} \text{ [kV]}$$

$$\dot{U}_{\Delta_2} = 522,80 \text{ [kV]}$$

$$\dot{U}_{\text{meio}} = \dot{A}_1 \dot{U}_2 = 0,04778 e^{j106,86^\circ} \cdot 301,837 e^{j178,473^\circ}$$

$$\dot{U}_{\text{meio}} = 14,422 e^{j285,33^\circ} \text{ [kV]}$$

$$\dot{U}_{\Delta_{\text{meio}}} = 24,980 \text{ [kV].}$$

B — Em carga:

a — Operando com 0,5 P_o no receptor, $\cos \phi_2 = 1$:

$$P_o = \frac{(500)^2}{273,7^\circ} = 913,41 \text{ [MW]} \dots 0,5 P_o = 456,70 \text{ [MW]}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{456,70}{\sqrt{3} \cdot 500} = 527,36 e^{j0^\circ} \text{ [A].}$$

No transmissor:

$$\dot{U}_1 = \dot{A} \dot{U}_2 + \dot{B} \dot{I}_2 = 1,004212 e^{-j178,473^\circ} + 25,147 e^{-j180,133^\circ} \cdot 527,36 e^{j0^\circ} = 303\,049,393 e^{j179,999^\circ}$$

$$\dot{U}_{\Delta_1} = 524,897 \text{ [kV]}$$

$$\dot{I}_1 = \dot{C} \dot{U}_2 + \dot{D} \dot{I}_2 = 0,000336 e^{-j176,813^\circ} \cdot \frac{500\,000}{\sqrt{3}} + 1,004212 e^{-j178,473^\circ} \cdot 527,36 e^{j0^\circ} = 626,541678 e^{-j178,216^\circ} \text{ [A]}$$

$$\dot{N}_1 = \dot{U}_1 \dot{I}_1 = 303,049393 \cdot 626,541678 e^{j1,7839^\circ}$$

$$\dot{N}_1 = 189\,864,893 e^{j1,7839^\circ} \text{ [kVAr]}$$

$$\dot{N}_{1\phi} = 569,319 + j17,731 \text{ [MVAr].}$$

Rendimento da transmissão:

$$n = \left(1 - \frac{569,319 - 456,7}{569,319} \right) \cdot 100 = 80,22\%$$

b — Com carga de $1,0P_0$ no receptor e $\cos \phi_2 = 1$:

$$P_2 = 913,41 \text{ [MW]}$$

$$\dot{I}_2 = 1\,054,72 e^{j0^\circ} \text{ [A]}$$

c — Com carga de $1,5P_0$ no receptor e $\cos \phi_2 = 1$:

$$P_1 = 1\,370,12 \text{ [MW]}$$

$$\dot{I}_2 = 1\,582,08 e^{j0^\circ} \text{ [A]}$$

Repetindo os cálculos feitos para $0,5P_0$ nos casos b e c, encontraremos os valores indicados no quadro que se segue:

Potências no receptor	Vazio	456,7 MW	913,4 MW	1 370,12 MW
Tensões no transmissor [kV]	525	524,897	547,867	570,837
Tensões no receptor [kV]	522,80	500	500	500
Correntes no transmissor [A]	96,995	626,542	1 156,12	1 685,70
Correntes no receptor [A]	0	527,36	1 054,72	1 582,08
Potências ativas no transmissor [MW]	87,533	569,32	1 092,83	1 666,03
Potências reativas no transmissor [MVar]	+7,22	+17,73	-31,610	-46,678
Rendimentos	0%	80,22%	83,58%	82,24%
Tensões no meio da linha [kV]	24,980	273,334	534,27	806,02
Ângulos de potência	178,473	179,999	-179,990	-179,985
Fator de potência no transmissor	0,9966	0,99952	0,99958	0,99961

Comentário

Uma análise dos valores acima obtidos mostra para a linha de $1/2$ comprimento de onda um comportamento bem pouco comum nas linhas que estamos habituados a analisar. Aliás, devíamos esperar algo parecido, com base na teoria vista no Cap. 3.

1 — *Regulação da tensão* — Não é das melhores para potências acima da potência natural, podendo mesmo ultrapassar os níveis máximos do isolamento para equipamento nessa classe de tensão, mesmo com potências inferiores (tensão máxima em regime permanente a 60 [Hz] é 525 [kV]).

2 — *Efeito Ferranti* — Não causa preocupação, pois em vazio as tensões se mantêm em nível razoável.

3 — *Tensões no meio da linha* — Aumentam com o aumento da potência entregue no receptor, podendo ultrapassar o nível normal de isolamento das linhas às tensões de frequência industrial.

4 — *Potências reativas* — A linha necessita de pouca energia reativa com cargas baixas, gerando relativamente pouca com cargas mais elevadas.

5 — *Rendimento na transmissão* — As perdas por efeito Joule são razoavelmente pequenas, em se considerando a distância. Os rendimentos são, pois, aceitáveis. Note-se que melhoram com o aumento da potência no transmissor. Isso se explica pelo fato de que, no meio da linha, as correntes diminuem com o aumento da potência, quando as tensões aumentam.

6. *Ângulos de potência* — São pouco sensíveis à variação das potências no receptor, situando-se em região de estabilidade do sistema.

Portanto, a transmissão nessas distâncias é possível, pois os maiores inconvenientes, regulação e tensões elevadas no meio da linha, podem ser somados através de compensações. O rendimento da transmissão pode ser melhorado em parte, com o uso de condutores de maior secção. Sua conveniência será ditada por considerações de natureza econômica: o custo do [kWh] transportado (ver Cap. 11).

27. Repetir o estudo anterior para a linha de 750 [kV] descrito no Exerc. 10.

28. Uma linha de transmissão deverá ter um comprimento de 1 650 [km] para operar em 500 [kV]. Suas características elétricas são:

$$r = 0,0132 \text{ [ohm/km]}$$

$$x_L = 0,31637 \text{ [ohm/km]}$$

$$b = 5,05689 \cdot 10^{-6} \text{ [siemens/km]}$$

Determinar a compensação necessária para aumentar o seu comprimento para meia onda.

Solução

Empregaremos o processo delineado na referência [6] e descrito no Item 6.5.2. Teremos:

$$\dot{\gamma} = \sqrt{(0,0132 + j0,31637) (j5,05689 \cdot 10^{-6})}$$

$$\dot{\gamma} = 1,2654 \cdot 10^{-3} e^{j88,80} = (0,02638 + j1,26512) 10^{-3}$$

$$\dot{Z}_c = 239,82 e^{-j1,195} \text{ [ohm].}$$

Para uma linha operar bem em meia onda, seu comprimento elétrico deveria corresponder a $\theta \simeq 190^\circ$. Uma vez que a compensação será feita somente sobre os termos imaginários, podemos considerar a linha ideal. Teremos, quando ela operar com potência natural:

$$\theta l = \beta l = 1\,650 \cdot 1,26512 \cdot 10^{-3}$$

$$\theta l = \beta l = 2,08745 \text{ rad} = 119,602^\circ.$$

Portanto, a compensação a ser introduzida deveria compensar para $\theta = 100^\circ$, ou seja, deveria introduzir um aumento de $70,398^\circ$ no ângulo de potência da linha. Isso pode ser conseguido através de elementos compensadores em conexão T ou π em qualquer ponto ao longo da linha. Para um ângulo de 190° , devemos ter:

$$\theta' = \beta' l = \frac{190 \cdot \Pi}{180} = 3,31613^\circ.$$

A linha possui $\theta = \beta l = l \sqrt{b \cdot x_L} = \sqrt{1\,650 \cdot b \cdot x_L \cdot l}$; alterando o valor de x_L para x'_L , na condição de que:

$$\theta' = \sqrt{1\,650 \cdot b \cdot x'_L \cdot l},$$

podemos obter o valor da reatância indutiva que a linha deveria ter para que tivesse um comprimento elétrico de 190° . Logo:

$$x'_L \cdot l = \frac{(3,31613)^2 \cdot 10^6}{5,05689 \cdot 1\,650} = 1,9179 \text{ [ohm]}$$

$$\beta l = 3,31613 \rightarrow l = 2\,621,198 \text{ [km]}$$

$$l_{\text{necess.}} = 975,197989 \text{ [km]}$$

$$x_{\text{necess.}} = 308,523 \text{ [ohm].}$$

Essa reatância será distribuída em dois circuitos T nas extremidades da linha, como mostra a Fig. 6.22. O circuito se apresenta como um

circuito sintonizado de telecomunicações. De acordo com a teoria dos filtros [18,19], tem-se:

$$Z_o = \sqrt{\frac{z}{y} + \frac{z^2}{y}},$$

sendo z [ohm] as impedâncias dos elementos T e y [siemens] suas admitâncias.

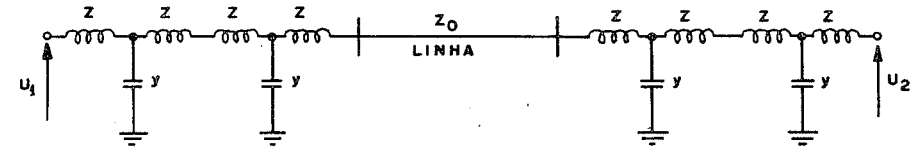


Fig. 6.22 — Linha compensada em meia onda.

Da equação anterior, podemos determinar o valor das admitâncias:

$$y = \frac{1}{\frac{Z_o^2}{z} - \frac{z}{Y}}$$

ou

$$y = \frac{1}{\frac{(239,82)^2}{77,131} - \frac{77,131}{4}} = 0,00138 \text{ [siemens].}$$

Substantial economia em capacidade de reatores-série pode ser conseguida, incluindo-se nas compensações a reatância de dispersão dos transformadores elevadores e abaixadores.

29. Verificar o comportamento da linha compensada do exercício anterior, quando ela opera em vazio, 50%, 100% e 150% da potência natural, em regime permanente.

30. Uma linha de transmissão deve ligar uma central hidroelétrica, situada a 1 500 [km], a uma grande rede. Projetada para operar em 550/525 [kV], possui as seguintes características:

$$\dot{z} = 0,00409 + j0,31492 \text{ [ohm/km]}$$

$$\dot{y} = 5,08492 \cdot 10^{-6} \text{ [s/km]}$$

$$\dot{Z}_c = 248,875 e^{-j0,372^\circ} \text{ [ohm].}$$

Transformar essa linha em linha de meia onda para transportar a sua potência característica. Os transformadores terminais possuem a potência de 1 000 [MW]. No transmissor são empregados transformadores convencionais de 25/500 [kV], cuja reatância de dispersão é de 10%, e, no receptor, autotransformadores de 500/230 [kV] com uma reatância de dispersão de 7%. Determinar:

A — tensões de 300, 600, 750, 900, 1 200 e 1 500 [km] para os seguintes regimes de operação:

- a — em vazio,
- b — com potência característica;
- c — com 1, 2P_c;

B — corrente de curto-circuito trifásica simétrica quando o curto ocorre no barramento alimentado:

- a — no receptor;
- b — no transmissor;
- c — ângulo de torque para as condições de carga do item a.

31. Determinar qual a corrente máxima admissível nos condutores de uma linha de transmissão com cabos ACSR tipo Cardinal, quando a temperatura ambiente é de 40°C e ausência total de vento, admitindo que a temperatura máxima do condutor não deve ultrapassar 100°C. Cabos enegrecidos pelo tempo.

Solução

De acordo com a Eq. (6.23), temos:

$$I = \sqrt{\frac{3,77 \cdot 10^4 (q_r + q_c) D}{r_{ac}}}$$

em que:

- r_{ac} — resistência dos cabos a CA em [ohm/100 pés];
- D — diâmetro dos cabos em polegadas;
- q_r — perdas por radiação em [W/pol²];
- q_c — perdas por convecção em [W/pol²].

Logo, empregando a Eq. (16.22):

$$q_r = 36,8 \cdot E \left[\left(\frac{T}{1\,000} \right)^4 - \left(\frac{T_0}{1\,000} \right)^4 \right];$$

substituindo os seguintes valores:

$$T_0 = 40 + 273 = 313 \text{ [°K]},$$

$$E = 0,97; \quad T = 100 + 273 = 373 \text{ [°K]};$$

obteremos:

$$q_r = 0,34839 \text{ [W/pol}^2\text{]}.$$

Da mesma forma, se na Eq. (6.21) fizermos $V = 0$, teremos:

$$q_r = \frac{7,654 \cdot 10^{-4} \cdot \Delta t (0,32)}{D}$$

Introduzindo os valores:

$$q_r = \frac{7,654 \cdot 10^{-4} \cdot 60 (0,32)}{1,119598} = 0,0122875 \text{ [W/pol}^2\text{]},$$

a corrente máxima admissível será [Eq. (6.23)]:

$$I = \sqrt{\frac{3,77 \cdot 10^4 (0,34839 + 0,0122875) \cdot 1,19598}{0,02137}}$$

ou

$$I = 865 \text{ [A]}.$$

32. Verificar qual a corrente máxima admissível no cabo Cardinal quando, nas condições do exercício anterior, o cabo está sujeito a um vento de 5 [km/h].

6.8 — BIBLIOGRAFIA

- 1 — CENTRAL STATION ENGINEERS — *Electrical Transmission and Distribution Reference Book*. Westinghouse Electric Corporation, East Pittsburgh, 1950. 4.ª edição.
- 2 — DALLA VERDE, E. — *Le grandi Linee di Trasmissione d'Energia — Calcolazione Elettrica*. Cesare Tamburini, Milão, 1947.
- 3 — ZABORSKY, J. e RITTENHOUSE, J. W. — *Electric Power Transmission*. The Rensselaer Bookstores, Troy, Nova Iorque, 1969. Vols. 1 e 2.
- 4 — KAHNT, R. — *Technische und Wirtschaftliche Gesichtspunkte für die Energieübertragung mit Höchstspannungen*. Revista Siemens, Berlim, Ano 40, set. 1966. Vol. 9. págs 651-659.

- 5 — DUBOIS, E. W. e OUTROS — *Extra Long Distance Transmission*. AIEE Transactions, Nova Iorque, 1962. Vol. 3, PAS.
- 6 — HUBERT, J. F. e CENTER, M. R. — *Half-Wavelength Power Transmission Lines*. IEEE — Spectrum, Nova Iorque, jan. 1965. Págs. 87-92.
- 7 — JANKE, G. e OUTROS — *Series Capacitors in Power Systems*. IEEE Transactions, Nova Iorque, 1975. PAS, Vol. 94, n.º 3 págs. 915-919.
- 8 — BAWLER, C. E. J. e OUTROS — *Self-excited Torsional Frequency Oscillations with Series Capacitors*. IEEE Transactions, Nova Iorque, 1973. PAS, Vol. 92, n.º 5. Pág. 1 688.
- 9 — BALLANCE, J. W. e GOLDBERG S. — *Subsynchronous Resonance in Series — Compensated Transmission Lines*. IEEE Transactions, Nova Iorque, 1973. Vol. PAS, 92, n.º 5. Pág. 1 649.
- 10 — Discussões de Fischer, Quay e Winhester na referência [8].
- 11 — FRIEDLANDER, E. — *Static Network Stabilization in Reactive Power Control*. GEC Journal of Science and Technology. Londres, 1966. Vol. 33, n.º 2.
- 12 — CONCORDIA, CHARLES — *System Compensation — an Overview*. Transmission, Ed. General Electric Co., Nova Iorque, março 1973. Págs. 3-6.
- 13 — HOUSE, H. E. e TUTTLE, P. D. — *Current — Carrying Capacity of ACSR*. AIEE, Transactions, Nova Iorque, 1958. PAS. Vol. 77, parte III. Págs. 1 169-1 173.
- 14 — DAVIS, M. W. — *Nomographic Computation of the Ampacity Rating of Aerial Conductores*. IEEE, Nova Iorque, março 1970. PAS, Vol. 89. Págs. 387-399.
- 15 — HAZAN, EARL — Discussões sobre a referência [13] — Págs. 1 174 e 1 175.
- 16 — ENDRENYI, J. e McMURTIE, N. J. — *Determination of Conductor Ampacities by Digital Simulation of Load, Weather and Ageing History*. Cigré, Paris, 1968. N.º 23.04.
- 17 — KOVAL, D. O. e BILLINGTON, R. — *Determination of Transmission Line Ampacities by Probability and Numerical Methods*. IEEE, Nova Iorque, set./out. 1970. PAS, Págs. 1 485-1 491.
- 18 — KERCHNER, R. M. e CORCORAN, G. F. — *Circuitos de Corrente Alternada*. Ed. Globo, Porto Alegre, 1968. Trad. 4.ª edição.
- 19 — SKILLING, H. H. — *Electric Transmission Lines — Distributed Constants Theory and Applications*. McGraw-Hill Book Co., Nova Iorque, 1951.
- 20 — THE ALUMINUM ASSOCIATION — *Aluminum Electrical Conductor Handbook*. Nova Iorque, set. 1971.
- 21 — *Ampacities for Aluminum & ACSR — Overhead Electrical Conductors*. Nova Iorque, agosto 1971.

